

3-1 方程式と解

Point!

❗ 式の中の文字に代入する値によって、成り立ったり成り立たなかったりする等式を、方程式 という。方程式を成り立たせる値を、方程式の解 といい、解を求めることを、方程式を 解く という。🔊

Warm Up

次の方程式のうち、 -4 が解であるものをすべて選び、記号で答えなさい。

ア $6-x=10$ イ $-3-(x+1)=1$ ウ $\frac{x+4}{5}=\frac{1}{3}x$ エ $3x+10=2+x$

解説 方程式の(左辺)と(右辺)にそれぞれ $x=-4$ を代入し、(左辺)=(右辺)が成り立つものを選ぶ。

ア $6-x=10$

(左辺) $=6-(-4)$
 $=6+4$
 $=10$

(右辺) $=10$

(左辺)と(右辺)の値は等しく、
 (左辺)=(右辺)が成り立つので、
 -4 は解。

代入する数が負
 のときは、かっ
 こをつける

イ $-3-(x+1)=1$

(左辺) $=-3-(x+1)$
 $=-3-x-1$
 $=-3-(-4)-1$
 $=-3+4-1$
 $=0$

(右辺) $=1$
 (左辺)と(右辺)の値は異なり、
 (左辺)=(右辺)が成り立たないので、
 -4 は解ではない。

かっこをはずす
 代入する

ウ $\frac{x+4}{5}=\frac{1}{3}x$
 (左辺) $=\frac{(-4)+4}{5}$
 $=0$

(右辺) $=\frac{1}{3} \times (-4)$
 $=-\frac{4}{3}$

(左辺)と(右辺)の値は異なり、
 (左辺)=(右辺)が成り立たないので、
 -4 は解ではない。

エ $3x+10=2+x$
 (左辺) $=3 \times (-4) + 10$
 $=-12+10$
 $=-2$

(右辺) $=2+(-4)$
 $=2-4$
 $=-2$

(左辺)と(右辺)の値は等しく、
 (左辺)=(右辺)が成り立つので、
 -4 は解。

よって、 -4 が解であるものは、ア, エ

Try

次の問いに答えなさい。

(1) 次の方程式のうち、2が解であるものをすべて選び、記号で答えなさい。

ア $x+3=-7$

イ $x-6=-4$

ウ $5x=10$

エ $\frac{1}{2}x=-2$

(2) 次の方程式のうち、-3が解であるものをすべて選び、記号で答えなさい。

ア $x+1=4$

イ $4x-9=x$

ウ $5x+2=x-10$

エ $2(x-1)=3x+1$

Exercise

次の問いに答えなさい。

(1) 次の方程式のうち、3が解であるものをすべて選び、記号で答えなさい。

ア $x+5=8$

イ $3x-4=x$

ウ $\frac{1}{2}x+3=x+1$

エ $2(1-x)=x-7$

(2) 次の方程式のうち、6が解であるものをすべて選び、記号で答えなさい。

ア $x-6=1$

イ $\frac{x}{6}=1$

ウ $2x+1=13$

エ $2x+3=3x$

(3) 次の方程式のうち、-1が解であるものを選び、記号で答えなさい。

ア $3x-4=5$

イ $3x+2=2x+1$

ウ $4(x-1)=3x-2$

エ $3(x+1)+5=11$

(4) 次の方程式のうち、-3が解であるものをすべて選び、記号で答えなさい。

ア $4x+2=x-7$

イ $7-6x=\frac{1}{2}x$

ウ $2(x+2)=3x+7$

エ $\frac{1}{3}x+1=\frac{x+1}{2}$

(5) 次の()にあてはまることばを書きなさい。

式の中の文字に代入する値によって、成り立ったり成り立たなかったりする等式を、(①)という。

(①)を成り立たせる値を、(①)の(②)という。

3-2 等式の性質

Point!

! 等式の性質

- ① $A=B$ ならば $A+C=B+C$
- ② $A=B$ ならば $A-C=B-C$
- ③ $A=B$ ならば $AC=BC$
- ④ $A=B$ ならば $\frac{A}{C} = \frac{B}{C}$ ($C \neq 0$)
- ⑤ $A=B$ ならば $B=A$

等式の両辺に同じ数をたしても、ひいても、かけても、わっても、等式は成り立つ

等式の両辺を入れかえても、等式は成り立つ

! 方程式を解くためには、方程式を $x = \dots$ の形にする。

! 途中の式は、等号(=)を縦にそろえて書く。☺

Warm Up

次の問いに答えなさい。

(1) 方程式 $\frac{3x-1}{2} = -5$ を次のようにして解いた。ア～ウのそれぞれの変形では、Point! の

①～⑤の等式の性質のどれを使っているか、番号で答えなさい。

$$\begin{array}{l} \frac{3x-1}{2} = -5 \\ 3x-1 = -10 \\ 3x = -9 \\ x = -3 \end{array} \left. \begin{array}{l} \text{ア} \\ \text{イ} \\ \text{ウ} \end{array} \right\}$$

(2) 次の方程式を等式の性質を使って解きなさい。

- ① $x-5=4$
- ② $10+x=-5$
- ③ $\frac{x}{3}=-2$
- ④ $7x=-56$

解説 (1) ア 両辺に2をかけているので、③

イ 両辺に1をたしているので、①

ウ 両辺を3でわっているので、④

(2) ① $x-5=4$ $\left\{ \begin{array}{l} -5を消したい \\ \rightarrow 両辺に5をたす \end{array} \right.$

$$\begin{array}{l} x-5+5=4+5 \\ x=9 \end{array}$$

② $10+x=-5$ $\left\{ \begin{array}{l} 10を消したい \\ \rightarrow 両辺から10をひく \end{array} \right.$

$$\begin{array}{l} 10+x-10=-5-10 \\ x=-15 \end{array}$$

③ $\frac{x}{3}=-2$ $\left\{ \begin{array}{l} 分母の3を消したい \\ \rightarrow 両辺に3をかける \end{array} \right.$

$$\begin{array}{l} \frac{x}{3} \times 3 = -2 \times 3 \\ x = -6 \end{array}$$

④ $7x=-56$ $\left\{ \begin{array}{l} 係数の7を消したい \\ \rightarrow 両辺を7でわる \end{array} \right.$

$$\begin{array}{l} \frac{7x}{7} = \frac{-56}{7} \\ x = -8 \end{array}$$

Try

次の問いに答えなさい。

(1) 方程式 $\frac{2x-1}{3} = -5$ を次のようにして解いた。

ア～ウのそれぞれの変形では、Point! の①～⑤の等式の性質のどれを使っているか、番号で答えなさい。

$$\begin{array}{l} \frac{2x-1}{3} = -5 \\ 2x-1 = -15 \\ 2x = -14 \\ x = -7 \end{array} \left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{ア} \\ \text{イ} \\ \text{ウ} \end{array}$$

(2) 等式の性質を使って次の方程式を解くとき、ア～ウにあてはまる数を答えなさい。

$$\begin{array}{l} x+7 = -2 \\ x+7 - \boxed{\text{ア}} = -2 - \boxed{\text{イ}} \\ x = \boxed{\text{ウ}} \end{array}$$

Exercise

次の問いに答えなさい。

(1) 次の式の変形ア、イでは、Point! の①～⑤の等式の性質のどれを使っているか、番号で答えなさい。

$$\begin{array}{l} 2x-5=9 \\ 2x=14 \\ x=7 \end{array} \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{ア} \\ \text{イ} \end{array}$$

(2) 次の式のア～ウのそれぞれの変形では、Point! の①～⑤の等式の性質のどれを使っているか、番号で答えなさい。

$$\begin{array}{l} \frac{1}{2}x = -x + \frac{9}{2} \\ x = -2x + 9 \\ x + 2x = 9 \\ 3x = 9 \\ x = 3 \end{array} \left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \\ \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{ア} \\ \text{イ} \\ \text{ウ} \end{array}$$

(3) 等式の性質を使って次の方程式を解くとき、ア～ウにあてはまる数を答えなさい。

$$\begin{array}{l} 8x = 40 \\ \frac{8x}{\boxed{\text{ア}}} = \frac{40}{\boxed{\text{イ}}} \\ x = \boxed{\text{ウ}} \end{array}$$

(4) 等式の性質を使って次の方程式を解くとき、Point! の①～⑤のどの性質を使えばよいか、番号で答えなさい。また、そのときに使った等式の性質のCにあてはまる数も答えなさい。

ア $x+7=3$

イ $3x=24$

ウ $x-4=-6$

エ $\frac{x}{3}=10$

3-3 方程式の解き方

Point!

① 等式では、一方の辺にある項を、符号をかえて他方の辺に移すことができる。

このことを 移項 という。

〈例〉 $x + 4 = 7$ 左辺の +4 を、-4 にして右辺に移す

$$x = 7 - 4$$



② 方程式を解く手順 ($x = \underline{\quad}$ の形にする手順)

- ① 文字の項を 左辺 に、数の項を 右辺 に移項する。
- ② 両辺をそれぞれ計算し、 $\square x = \bigcirc$ の形にする。
- ③ x の係数が負のときは、両辺の符号をかえる。
- ④ 両辺 を x の係数 でわり、 $x = \underline{\quad}$ の形にする。

③ 途中式は、等号 (=) を縦にそろえて書く。☺

Warm Up

次の方程式を解きなさい。

(1) $x - 8 = 3$

(2) $4x - 6 = 22$ よくあるまちがい

(3) $5 - x = 7 + 9x$

解説

(1) $x - 8 = 3$

$$x = 3 + 8$$

$$x = 11$$

① 数の項 -8 を右辺に移項する

② 計算する

答えるときも「 $x =$ 」をつける

(2) よくあるまちがい

正 $4x - 6 = 22$

$$4x = 22 + 6$$

$$4x = 28$$

$$\frac{① 4x}{① 4} = \frac{28}{4} ①$$

$$x = 7$$

① 数の項を右辺に移項する

② 計算する

④ 両辺を x の係数 4 でわる

誤 $4x - 6 = 22$

$$4x = 22 + 6$$

$$4x = 28$$

$$x = 28 - 4$$

x の係数 4 を
移項のように
変形している

(3) $5 - x = 7 + 9x$

$$-x - 9x = 7 - 5$$

$$-10x = 2$$

$$10x = -2$$

$$\frac{① 10x}{① 10} = \frac{-2}{10} ①$$

$$x = -\frac{1}{5}$$

① 文字の項を左辺に、数の項を右辺に移項する

② 両辺をそれぞれ計算する

③ x の係数が負のときは、両辺の符号をかえる

④ 両辺を x の係数 10 でわる

Try

次の方程式を解きなさい。

(1) $x+3=5$

(2) $x-8=11$

(3) $20x=5$

(4) $-7x=56$

(5) $5x-3=17$

(6) $-6x=-4x+14$

(7) $-3x+6=4-7x$

(8) $7x-4=10x-3$

(9) $-7-3x=-7+2x$

Exercise

次の問いに答えなさい。

(1) 次の方程式を解きなさい。

① $x+7=9$

② $x+6=-2$

③ $x+7=2$

④ $x-9=3$

⑤ $x-4=-8$

⑥ $x-8=-3$

⑦ $4x=8$

⑧ $6x=-3$

⑨ $10x=8$

⑩ $-9x=3$

⑪ $-8x=-32$

⑫ $-5x=15$

⑬ $4x+1=9$

⑭ $3x-1=2$

⑮ $-5x+3=-7$

⑯ $5x=2x+9$

⑰ $-4x=3x+28$

⑱ $2x=9x-14$

⑲ $-3x+8=-9x-2$

⑳ $-x+3=-4x+3$

㉑ $3+2x=-4x+6$

㉒ $2x+5=7+3x$

㉓ $1-5x=-2x+1$

㉔ $2x-3=7x-6$

(2) 次の()にあてはまることばを書きなさい。

等式では、一方の辺にある項を、(①)をかえて他方の辺に移すことができる。

このことを(②)という。

3-4

かっこや小数をふくむ方程式

Point!

❗ 方程式を解く準備

・かっこをふくむ方程式 → かっこをはずす。

・けたの大きい方程式 → 両辺を $\frac{1}{10}$ 倍, $\frac{1}{100}$ 倍, …して, けたを小さくする。

〈例〉 $300x + 800 = 2000$ $\xrightarrow{\text{両辺を } \frac{1}{100} \text{ 倍}}$ $3x + 8 = 20$ 0を2個ずつとる
どの項にも0が2個ずつある

・小数をふくむ方程式 → 両辺を 10 倍, 100 倍, …して, 整数だけの式にする。

〈例〉 $0.5x + 0.6 = 4$ $\xrightarrow{\text{両辺を 10 倍}}$ $5x + 6 = 40$ 小数点を1けたずつずらす

Warm Up

次の方程式を解きなさい。

(1) $4(x-3) = 8 - 2(3-x)$

(2) $200x - 1200 = -1000 + 500x$

(3) $0.12x + 0.05 = 0.1x + 0.09$

❖ (4) $0.3(x-2) = 0.6x + 1$

解説

(1) $4(x-3) = 8 - 2(3-x)$
 $4x - 12 = 8 - 6 + 2x$
 $4x - 2x = 8 - 6 + 12$
 $2x = 14$
 $x = 7$

かっこをはずす
 文字の項を左辺,
 数の項を右辺に
 移項する

(2) $200x - 1200 = -1000 + 500x$
 $2x - 12 = -10 + 5x$
 $2x - 5x = -10 + 12$
 $-3x = 2$
 $3x = -2$
 $x = -\frac{2}{3}$

両辺を $\frac{1}{100}$ 倍する
 (0を2個ずつとる)

(3) $0.12x + 0.05 = 0.1x + 0.09$
 $12x + 5 = 10x + 9$
 $12x - 10x = 9 - 5$
 $2x = 4$
 $x = 2$

両辺を 100 倍する
 (小数点を2けた
 ずつずらす)

(4) $0.3(x-2) = 0.6x + 1$
 $0.3x - 0.6 = 0.6x + 1$
 $3x - 6 = 6x + 10$
 $3x - 6x = 10 + 6$
 $-3x = 16$
 $3x = -16$
 $x = -\frac{16}{3}$

まずかっこを
 はずす

Try

次の方程式を解きなさい。

(1) $6x - 3(x - 4) = 6$

(2) $3(x + 1) = 2x + 5$

(3) $4(x + 2) = 3(2x - 2)$

(4) $40x + 200 = 60x - 40$

(5) $1000x - 2100 - 1200x = 300$

(6) $1.1x + 1.4 = 4.6 - 0.5x$

(7) $-0.25x + 0.7 = 1.2 - 0.15x$

★★ (8) $0.02x - 0.05(x - 4) = 0.23$

Exercise

次の方程式を解きなさい。

(1) $6x - 9(2 - x) = 12$

(2) $2(x - 5) = 3x - 6$

(3) $3x - 8 = 7(x + 4)$

(4) $7(x + 4) = 8(x + 5)$

(5) $3(x - 1) - 2(x - 5) = 1$

(6) $11 - 3(1 - 2x) = 2(2 + x)$

(7) $20x - 100 = 70x + 450$

(8) $700x + 2100 = 800x + 1600$

(9) $110x + 150 = 470 - 50x$

(10) $500 - 100x = -300x + 900$

(11) $70x = 50(x + 6)$

(12) $50x + 80(10 - x) = 620$

(13) $0.7x - 1.8 = -0.2x$

(14) $0.2 - 0.8x = 4.8 + 1.5x$

(15) $0.15x - 0.05 = 0.7$

(16) $0.72x + 1 = 0.4x - 2.2$

★★ (17) $0.3(x - 2) = 0.1(4 + x)$

★★ (18) $0.02(4x + 11) = 0.11(x - 1)$

3-5 分数をふくむ方程式

Point!

- ❗ 分数をふくむ方程式は、両辺に 分母の最小公倍数（通分するときの分母の数） をかけ て、分数をふくまない式にする。この変形を「分母をはらう」という。
- ❗ 分子に項が2つ以上あるときは、分子全体に かっこをつける。☺

Warm Up

次の方程式を解きなさい。

(1) $-\frac{x}{2}=5$

(2) $\frac{1}{4}x + \frac{2}{3} = \frac{1}{3}x - 1$

(3) $\frac{2x-1}{3} - \frac{3x-2}{4} = 1$

解説

(1) $-\frac{x}{2}=5$
 $-\frac{x}{2} \times 2 \overset{\text{①}}{=} 5 \times 2$
 $-x = 10$
 $x = -10$

分母をはらう
 (両辺に分母の2をかける)

(2) $\frac{1}{4}x + \frac{2}{3} = \frac{1}{3}x - 1$
 $\overset{\text{①}}{\frac{1}{4}}x \times 12 \overset{\text{③}}{+} \overset{\text{②}}{\frac{2}{3}} \times 12 \overset{\text{④}}{=} \overset{\text{①}}{\frac{1}{3}}x \times 12 \overset{\text{④}}{-} 1 \times 12$
 $3x + 8 = 4x - 12$
 $3x - 4x = -12 - 8$
 $-x = -20$
 $x = 20$

分母をはらう
 (両辺に分母の最小公倍数12をかける)

(3) $\frac{2x-1}{3} - \frac{3x-2}{4} = 1$
 $\frac{(2x-1)}{\underset{\text{①}}{3}} \times 12 \overset{\text{④}}{-} \frac{(3x-2)}{\underset{\text{①}}{4}} \times 12 \overset{\text{③}}{=} 1 \times 12$
 $4(2x-1) - 3(3x-2) = 12$
 $8x - 4 - 9x + 6 = 12$
 $8x - 9x = 12 + 4 - 6$
 $-x = 10$
 $x = -10$

・分子に項が2つ以上あるので、分子全体にかっこをつける
 ・分母をはらう

Try

次の方程式を解きなさい。

(1) $-\frac{x}{3}=6$

(2) $\frac{2}{3}x - \frac{1}{2} = \frac{1}{3} - \frac{x}{6}$

(3) $\frac{x-5}{3} = \frac{x-3}{5}$

(4) $\frac{x}{4} - \frac{2x-7}{3} = 4$

** (5) $\frac{x}{240} + 10 = \frac{x}{80}$

** (6) $\frac{105}{100}x + \frac{95}{100}(520-x) = 518$

Exercise

次の方程式を解きなさい。

(1) $\frac{x}{3}=9$

(2) $-\frac{2}{3}x=2$

(3) $-\frac{x}{4}=-8$

(4) $\frac{8}{9} - \frac{x}{2} = \frac{2}{9} - \frac{5}{6}x$

(5) $\frac{2}{3}x + \frac{1}{6} = \frac{5}{6}x + 1$

(6) $\frac{1}{6}x - \frac{1}{2} = \frac{2}{3}x + \frac{1}{4}$

(7) $\frac{x}{2} = \frac{1-x}{3}$

(8) $\frac{2x+7}{6} = \frac{3x-2}{4}$

(9) $\frac{x+1}{2} - \frac{2x-1}{3} = 0$

(10) $\frac{x-1}{2} - \frac{x-2}{3} = 1$

(11) $\frac{4x-3}{9} = \frac{1}{6}x - 2$

(12) $x - \frac{x-1}{2} = 4$

** (13) $\frac{x}{180} + 8 = \frac{x}{60}$

** (14) $\frac{105}{100}x + \frac{90}{100}(550-x) = 537$ ** (15) $\frac{94}{100}x + \frac{118}{100}(400-x) = 412$

3-6 解が与えられた方程式

Point!

- ❗ 解が与えられた方程式は、解 を 方程式の x に代入 する。
- ❗ 括弧をふくむ方程式に代入するときは、代入する前に 括弧をはずす。
- ❗ 代入する数が負のときは、括弧をつけて から代入する。☺

Warm Up

次の問いに答えなさい。

(1) x の方程式 $-2(x+4) - a = 6 + ax$ の解が $x = -3$ であるとき、 a の値を求めなさい。

❖(2) x についての方程式 $2x - 4 = 3x - 1$ の解が $ax + 1 = 5x - 9$ の解に等しいとき、 a の値を求めなさい。

解説

$$\begin{aligned}
 (1) \quad & -2(x+4) - a = 6 + ax \\
 & -2x - 8 - a = 6 + ax \\
 & -2 \times (-3) - 8 - a = 6 + a \times (-3) \\
 & 6 - 8 - a = 6 - 3a \\
 & -a + 3a = 6 - 6 + 8 \\
 & 2a = 8 \\
 & \underline{a = 4}
 \end{aligned}$$

代入する前にかっこをはずす
 -3 にかっこをつけて
 から代入する
 a についての方程式を解く

(2) まず、 $2x - 4 = 3x - 1$ を解いて、2つの方程式に共通な解を求める。

a をふくまない
 方程式を解く

$$\begin{aligned}
 2x - 4 &= 3x - 1 \\
 2x - 3x &= -1 + 4 \\
 -x &= 3 \\
 x &= -3
 \end{aligned}$$

$x = -3$ を $ax + 1 = 5x - 9$ に代入し、 a の値を求める。

$$\begin{aligned}
 ax + 1 &= 5x - 9 \\
 a \times (-3) + 1 &= 5 \times (-3) - 9 \\
 -3a + 1 &= -15 - 9 \\
 -3a &= -15 - 9 - 1 \\
 -3a &= -25 \\
 3a &= 25 \\
 \underline{a} &= \underline{\frac{25}{3}}
 \end{aligned}$$

Try

次の問いに答えなさい。

(1) x の方程式 $-3x+a=2x+17$ の解が $x=-2$ であるとき、 a の値を求めなさい。

(2) x の方程式 $7-4(a-5x)=3x-a$ の解が $x=-2$ であるとき、 a の値を求めなさい。

❖ (3) x についての方程式 $5x-3=7$ の解が $2x-a=4x-8$ の解に等しいとき、 a の値を求めなさい。

Exercise

次の問いに答えなさい。

(1) x の方程式 $x+a=-2x+5$ の解が $x=2$ であるとき、 a の値を求めなさい。

(2) x の方程式 $ax+8=6x+11$ の解が $x=-3$ であるとき、 a の値を求めなさい。

(3) x の方程式 $2-\frac{1}{3}x=-4x-5a$ の解が $x=-6$ であるとき、 a の値を求めなさい。

(4) x の方程式 $x+5(x-a)=a+6$ の解が $x=3$ であるとき、 a の値を求めなさい。

(5) x の方程式 $-4(a-2x)=3x-(a-5)$ の解が $x=-3$ であるとき、 a の値を求めなさい。

(6) x の方程式 $x+5a-2(a-2x)=4$ の解が $x=-\frac{2}{5}$ であるとき、 a の値を求めなさい。

❖ (7) x についての方程式 $6-5x=ax-8$ の解が $11x-5=13+2x$ の解に等しいとき、 a の値を求めなさい。

❖ (8) x の方程式 $x-2a=8-ax$ の解が $2x-3=5$ の解に等しいとき、 a の値を求めなさい。

❖ (9) x の方程式 $2x=16+6x$ の解が $-3x+5a=7x+15$ の解に等しいとき、 a の値を求めなさい。

3-7 比の値, 比例式

Point!

❗ $a:b$ の比の値は $\frac{a}{b}$ 〈例〉 $2:5$ の比の値 $\frac{2}{5}$

❗ 2つの比 $a:b$ と $c:d$ が等しいことを示す式「 $a:b=c:d$ 」を 比例式 という。

❗ 比例式では、外側の数の積と、内側の数の積が等しくなる。

$$a:b=c:d \implies ad=bc$$

❗❗ 文章問題を解くときは、まず 求めるものを x とする (単位をつけて書く)。

Warm Up

次の問いに答えなさい。

(1) $4:12$ の比の値を求めなさい。

(2) 次の x の値を求めなさい。

① $6:8=x:12$

② $(x+2):4=5:3$

❗❗ (3) A, B 2つの箱に玉が32個ずつ入っている。Aの箱の玉を何個かBの箱に移したら、Aの箱とBの箱の玉の個数の比は $3:5$ になった。移した玉の個数を求めなさい。

解説 (1) $\frac{4}{12} = \frac{1}{3}$

約分して答える

(2) ① $6:8=x:12$

$$8x=72$$

$$x=9$$

x をふくむ積を
左辺に書くと、
計算が簡単

② $(x+2):4=5:3$

$$3(x+2)=20$$

$$3x+6=20$$

$$3x=14$$

$$x=\frac{14}{3}$$

x をふくむ積を
左辺に書くと、
計算が簡単

(3) 移した玉の個数を x 個とする。

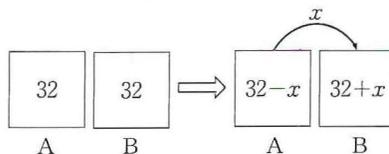
求めるものを x とする

$$(32-x):(32+x)=3:5$$

式の比はかっこをつける

$$5(32-x)=3(32+x)$$

これを解いて、 $x=8$ 8個



Try

次の問いに答えなさい。

(1) 次の比の値を求めなさい。

① $3:5$

② $36:20$

③ $45:9$

(2) 次の x の値を求めなさい。

① $x:9=4:3$

② $4:8=x:3$

③ $8:6=(x-6):18$

④ $\frac{1}{3}:5=x:24$

❖(3) A, B のかごに, みかんが 28 個ずつ入っている。A のかごのみかんを何個か B のかごに移したら, A のかごと B のかごのみかんの個数の比は $3:4$ になった。移したみかんの個数を求めなさい。

❖(4) A さんはいつもコーヒー 150mL と牛乳 60mL を混ぜてコーヒー牛乳を作る。牛乳が 40mL しかないとき, 同じ味のコーヒー牛乳を作るには, コーヒーを何 mL 入れればよいか求めなさい。

Exercise

次の問いに答えなさい。

(1) 次の比の値を求めなさい。

① $2:9$

② $7:11$

③ $4:8$

④ $6:30$

⑤ $75:25$

⑥ $54:72$

(2) 次の x の値を求めなさい。

① $x:6=5:2$

② $18:x=6:5$

③ $5:3=7:x$

④ $3:8=x:12$

⑤ $4:5=(x-3):15$

⑥ $(2x+5):20=5:4$

⑦ $2:\frac{2}{5}=x:1$

⑧ $x:\frac{1}{3}=6:\frac{5}{3}$

❖(3) 姉と妹が折り紙を 30 枚ずつ持っている。姉が妹に何枚かあげたら, 姉と妹の持っている折り紙の枚数の比が $7:13$ になった。姉が妹にあげた折り紙の枚数を求めなさい。

❖(4) A, B 2つの水そうに, 水が 6L ずつ入っている。A の水そうの水を何 L か B の水そうに移したら, A の水そうと B の水そうの水の量の比が $3:5$ になった。移した水の量は何 L か求めなさい。

❖(5) あるおかしを作るのに, バター 50g に対し小麦粉 120g の割合で混ぜることにする。これと同じおかしを作るために小麦粉を 300g 用意した。バターは何 g 用意すればよいか求めなさい。

❖(6) あるパンを焼くとき, 小麦粉 250g と水 100g の割合で生地を作る。これと同じパンを焼くために小麦粉を 800g 用意した。このとき, 水は何 g 用意すればよいか求めなさい。

(7) 次の()にあてはまることばを書きなさい。

・ $a:b$ のとき, (①)は $\frac{a}{b}$ である。

・ 2つの比 $a:b$ と $c:d$ が等しいことを示す「 $a:b=c:d$ 」を(②)という。

Point!

❗ 文章問題を解く手順

- ① 求めるものを x とする (単位をつけて書く)。
- ② 等しい数量をみつけて方程式をつくり解く。
- ③ 答えには 単位をつける。

❗ 求めるものが2つあるときは、片方を x とし、もう片方を x の式で表す。

〈例〉みかん1個とりんご1個の値段は、りんごのほうが50円高い。

みかん1個の値段を x 円とすると、りんご1個の値段は $x+50$ (円) と表せる。☞

Warm Up

次の問いに答えなさい。

(1) 次の文について、[] のものを x として方程式をつくりなさい。

- ① 姉と妹は1600円ずつ持っている。同じ値段の本を、姉は1冊、妹は2冊買ったところ、姉の残金は妹の3倍になった。[本の値段を x 円]
- ② 父は53歳、恵さんは13歳である。[父の年齢が恵さんの年齢の3倍になるのを x 年後]

(2) 1冊50円のノートと1冊80円のノートを合わせて10冊買ったなら、代金の合計は620円だった。2種類のノートをそれぞれ何冊買ったか求めなさい。

解説

(1) ① (姉の残金) = (妹の残金) × 3

$$1600 - x = 3(1600 - 2x)$$

② (x 年後の父の年齢) = (x 年後の恵さんの年齢) × 3

$$53 + x = 3(13 + x)$$

(2) 50円のノートを x 冊とする。●.....

80円のノートは $10 - x$ (冊) と表せる。●.....

$$50x + 80(10 - x) = 620 \quad \bullet \dots \dots \dots$$

これを解いて、 $x = 6$ ●.....

80円のノートは $10 - x$ (冊) なので、 $x = 6$ を代入すると、

$$10 - 6 = 4$$

50円のノート6冊、80円のノート4冊

❶ 求めるものを x とする (書かないと減点)

もう片方を x の式で表す

❷ 方程式をつくり解く

50円のノートは6冊

Try

次の問いに答えなさい。

- (1) 次の文について、[] のものを x として方程式をつくりなさい。
- ① 1000 円で、ノート 5 冊と 70 円のえんぴつ 2 本買うと、おつりが 260 円だった。
[ノート 1 冊を x 円]
- ② ある数を 6 倍してから 7 をひく計算を、まちがえて 6 をひいてから 7 倍したが、計算の結果は同じになった。[ある数を x]
- ③ 兄は 5000 円、弟は 800 円持っている。兄が弟に何円か渡したら、兄の持っている金額は、弟の持っている金額の 4 倍になった。[兄が弟に渡した金額を x 円]
- ④ 1 本 100 円のペンと 1 本 90 円のえんぴつを、合わせて 8 本買ったときの代金の合計は 770 円だった。[ペンを x 本]
- (2) ある店では、パンはおにぎりより 70 円高い。この店で、おにぎりを 5 個、パンを 3 個買ったところ、代金の合計が 970 円だった。おにぎりとおにぎりについて、1 個の値段をそれぞれ求めなさい。

Exercise

次の問いに答えなさい。

- (1) ノート 2 冊と 800 円の筆箱を買ったときの代金と、ノート 4 冊と 500 円のペンを買ったときの代金は等しくなる。ノート 1 冊の値段を求めなさい。
- (2) 3000 円出して、1 個 150 円のりんごを何個か 200 円の箱につめてもらおうと、おつりが 850 円だった。つめてもらったりんごの個数を求めなさい。
- (3) ケーキ 10 個と 130 円のクッキー 1 枚の代金の合計は、ケーキ 3 個と 140 円のジュース 1 本の代金の合計の 3 倍になる。ケーキ 1 個の値段を求めなさい。
- (4) ある数の 3 倍に 4 加えたら、ある数の 5 倍より 3 小さくなった。ある数を求めなさい。
- (5) ある数を 3 ひいてから 5 倍するところを、まちがえて 3 倍してから 5 をひいたので、計算の結果が 12 大きくなった。ある数を求めなさい。
- (6) 兄は 26 枚、弟は 17 枚の画用紙を持っている。2 人ともが同じ枚数の画用紙を使ったとき、残った画用紙は、兄が弟の 2 倍だった。使った画用紙の枚数を求めなさい。
- (7) 姉と妹は 1000 円ずつ持っている。同じ値段のノートを、姉は 2 冊、妹は 3 冊買ったところ、姉の残金は妹の 2 倍になった。ノート 1 冊の値段を求めなさい。
- (8) 姉は 16 歳、妹は 6 歳である。姉の年齢が妹の年齢の 2 倍になるのは何年後か求めなさい。
- (9) 1 個 120 円のリんごと 1 個 80 円のオレンジを合わせて 11 個買ったところ、代金の合計が 1000 円になった。りんごとオレンジをそれぞれ何個買ったか求めなさい。
- (10) プリン 3 個とケーキを 4 個買ったところ、代金の合計は 1450 円だった。ケーキ 1 個の値段は、プリン 1 個の値段より 100 円高い。プリンとケーキについて、1 個の値段をそれぞれ求めなさい。

Point!

- ❗ 文章問題を解くときは、まず 求めるものを x とする (単位をつけて書く)。
- ❗ 速さや割合など数量関係が複雑な問題は、表 をかいてから考える。
- ❗ 昨年、今年を比べる割合の問題は 昨年 を x とする。🎯

Warm Up

次の問いに答えなさい。

- (1) 家から駅まで、行きは分速 120m で走り、帰りは分速 80m で歩いたところ、かかった時間は帰りの方が 5 分多くかかった。家から駅までの道のりを x m として方程式をつくりなさい。
- (2) ある中学校の昨年度の生徒数は 510 人だった。今年度は男子が 5% 減少し、女子が 4% 増加したため、全体で 3 人減少した。今年度の男子と女子の人数を求めなさい。

解説 (1) それぞれの時間を式で表し、まとめると右の表のようになる。

帰りの時間は、行きの時間より 5 分長いので、

$$\frac{x}{80} = \frac{x}{120} + 5$$

	行き	帰り
道のり(m)	x	x
速さ(m/min)	120	80
時間(分)	$\frac{x}{120}$	$\frac{x}{80}$

*分速○mを○m/minと書くことがある。

(2) 昨年度の男子の人数を x 人とする。●..... 女子を x 人としてもよい

昨年度と今年度の人数をまとめると、右の表のようになる。

	男子	女子	全体
昨年度	x	$510 - x$	510
今年度	$\frac{95}{100}x$	$\frac{104}{100}(510 - x)$	507

今年度の人数について、

$$\frac{95}{100}x + \frac{104}{100}(510 - x) = 507$$

これを解いて、 $x = 260$

よって、今年度の男子は、 $\frac{95}{100} \times 260 = 247$

また、今年度の女子は、 $507 - 247 = 260$ 男子：247人 女子 260人

Try

次の問いに答えなさい。

- (1) 1周 3360m の池の周りを、兄は分速 80m、弟は分速 200m で、同時に同じ地点から逆向きに出発する。兄と弟が x 分後に最初に出会うとして方程式をつくりなさい。
- (2) ある中学校の生徒数は 270 人で、男子の人数は女子の人数の 70% より 15 人多い。この中学校の女子を x 人として方程式をつくりなさい。
- (3) ある中学校の昨年度の生徒数は 550 人だった。今年度は男子が 5% 増加し、女子が 10% 減少したため、全体で 13 人減少した。今年度の男子と女子の人数を求めなさい。

Exercise

次の問いに答えなさい。

- (1) 家から学校まで、分速 70m で歩いて行くと、分速 210m で自転車で行くよりも 20 分多く時間がかかる。家から学校までの道のりを x m として方程式をつくり、家から学校までの道のりを求めなさい。
- (2) 1周 1200m の池の周りを、Aさんは分速 150m、Bさんは分速 50m で、同時に同じ地点から逆向きに出発する。AさんとBさんが最初に出会うのは、出発してから何分後か求めなさい。
- (3) ある中学校の生徒数は 410 人で、男子の人数は女子の人数の 90% より 30 人多い。この中学校の女子の人数を求めなさい。
- (4) ある中学校の生徒数は 450 人で、男子の人数は女子の人数の 80% より 54 人多い。この中学校の女子を x 人として方程式をつくり、男子の人数を求めなさい。
- (5) ある中学校の昨年度の生徒数は 400 人だった。今年度は男子が 6% 減少し、女子が 18% 増加したため、全体で 12 人増加した。今年度の男子と女子の人数を求めなさい。
- (6) ある中学校の昨年度の生徒数は 520 人だった。今年度は男子が 5% 増加し、女子が 5% 減少したため、全体で 2 人減少した。今年度の男子と女子の人数を求めなさい。

Try

次の問いに答えなさい。

- (1) 何人かの子どもにえんぴつを配るのに、1人に3本ずつ配ると18本余り、5本ずつ配ると6本足りない。子どもの人数とえんぴつの本数を求めなさい。
- (2) クラス会の費用を集めるのに、1人1000円ずつ集めると1600円不足し、1人1500円ずつ集めると2400円余る。これについて、次のものを x として方程式をつくりなさい。
 ① クラスの生徒の人数を x 人 ② クラス会の費用を x 円
- (3) 弟が2kmはなれた公園に向かって家を出発した。それから10分たって姉が自転車で同じ道を追いかけた。弟の歩く速さは分速80m、姉が自転車で走る速さは分速240mだった。次の問いに答えなさい。
 ① 姉が出発してから x 分後に弟に追いついたとして、方程式をつくりなさい。
 ② 姉が弟に家から x mの地点で追いついたとして、方程式をつくりなさい。

Exercise

次の問いに答えなさい。

- (1) 長いすに生徒を4人ずつ座らせると36人の生徒が座れない。5人ずつ座らせると最後の1脚だけ1人になる。長いすの数と生徒の人数を求めなさい。
- (2) クラス会の費用を集めるのに、1人900円ずつ集めると1200円不足し、1人1000円ずつ集めると1800円余る。このクラスの生徒の人数とクラス会の費用を求めなさい。
- (3) 何人かの生徒に画用紙を配るのに、1人に8枚ずつ配ると5枚余り、9枚ずつ配ると2枚足りない。これについて、次の方程式をつくった。左辺と右辺はどのような数量を表しているか答えなさい。
 ① $8x+5=9x-2$ ② $\frac{x-5}{8}=\frac{x+2}{9}$
- (4) 何人かの子どもにみかんを配るのに、1人に2個ずつ配ると10個余り、3個ずつ配ると15個足りない。これについて、次のものを x として方程式をつくりなさい。
 ① 子どもの人数を x 人 ② みかんの個数を x 個
- (5) 妹が家から映画館に向かって歩いている。姉は、妹が家を出発して8分後に、妹を追いかけた。妹の速さを分速60m、姉の速さを分速180mとするとき、次の問いに答えなさい。
 ① 姉が出発してから x 分後に妹に追いついたとして、方程式をつくりなさい。
 ② 姉が妹に家から x mの地点で追いついたとして、方程式をつくりなさい。
 ③ 姉が妹に追いついたのは、姉が家を出発してから何分後か。また、家から何mの地点か。
- (6) 弟が2kmはなれた駅に向かって家を出発した。その6分後に兄が家を出発して弟を追いかけた。弟の歩く速さを分速50m、兄の歩く速さを分速80mとするとき、次の問いに答えなさい。
 ① 兄が出発してから x 分後に弟に追いついたとして、方程式をつくりなさい。
 ② 兄が弟に家から x mの地点で追いついたとして、方程式をつくりなさい。
 ③ 兄が弟に追いついたのは、兄が家を出発してから何分後か。また、家から何mの地点か。