4-1 対頂角，同位角，錯角

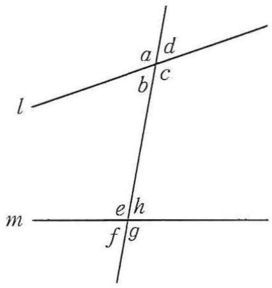
Point!

2つの角の関係（右の図を参照）

・<u>対頂角</u>…∠bと∠dのように，向かい合った2つの角。
他にも，∠eと<u>∠g</u>などがある。
対頂角は<u>等しい</u>。

・<u>同位角</u>…∠aと∠eのような位置にある2つの角。
他にも，∠bと<u>∠f</u>，∠dと<u>∠h</u>などがある。

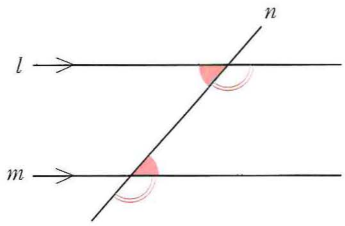
・<u>錯角</u>…∠bと∠hのような位置にある2つの角。
他には，<u>∠c</u>と<u>∠e</u>がある。



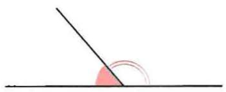
2つの直線l，mに1つの直線nが交わるとき

・**$l /\!/ m$のとき**，<u>同位角</u>，<u>錯角</u>は等しい。

・<u>同位角</u>，<u>錯角</u>が等しいとき，$l /\!/ m$



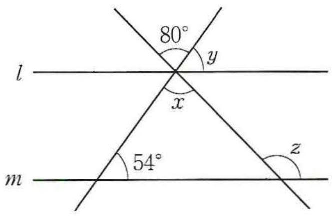
あわせて1直線になる角の和は<u>180°</u>である。



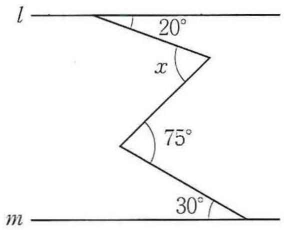
Warm Up

次の図で，∠x，∠y，∠zの大きさを求めなさい。

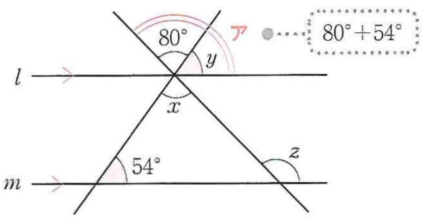
(1) $l /\!/ m$



(2) $l /\!/ m$

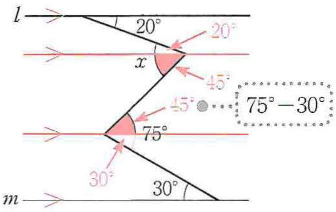


解説 (1)



∠xは，80°の角の対頂角なので，<u>∠x=80°</u>
∠yは，54°の角の同位角なので，<u>∠y=54°</u>
左の図で**ア**の角は，80°＋∠y=80°＋54°＝134°
∠zは，**ア**の角の同位角なので，<u>∠z=134°</u>

(2)

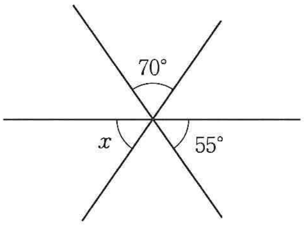


左の図のように，l，mに平行な補助線を2本ひく。
錯角を利用して，わかる角度を書き入れる。
∠x=20°+45°
<u>∠x= 65°</u>

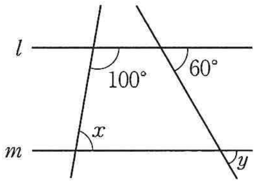
Try

次の図で，$\angle x$，$\angle y$ の大きさを求めなさい。

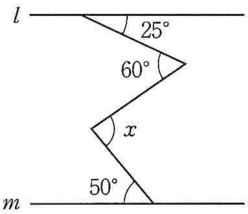
(1)



(2) $l \parallel m$



(3) $l \parallel m$

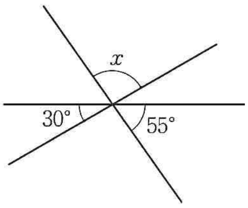


Exercise

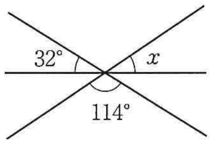
次の問いに答えなさい。

(1) 次の図で，$\angle x$，$\angle y$ の大きさを求めなさい。

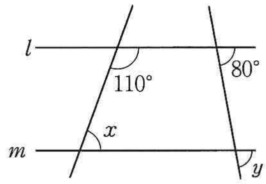
①



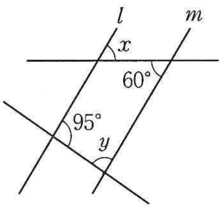
②



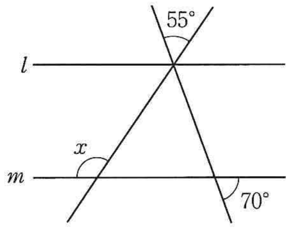
③ $l \parallel m$



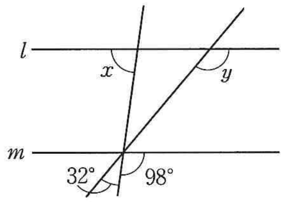
④ $l \parallel m$



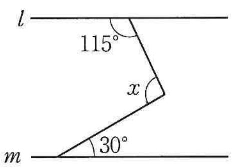
⑤ $l \parallel m$



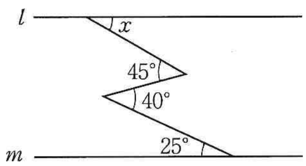
⑥ $l \parallel m$



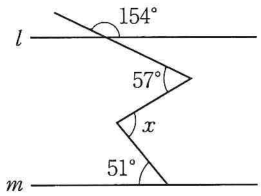
⑦ $l \parallel m$



⑧ $l \parallel m$

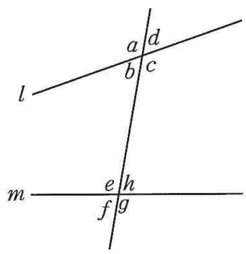


⑨ $l \parallel m$



(2) 右の図について，次の(　　)にあてはまることばを書きなさい。

- $\angle b$ と $\angle d$ のように，向かい合った 2 つの角を(①　　)という。
- $\angle a$ と $\angle e$ のような位置にある 2 つの角を(②　　)という。
- $\angle b$ と $\angle h$，$\angle c$ と $\angle e$ のような位置にある 2 つの角を(③　　)という。



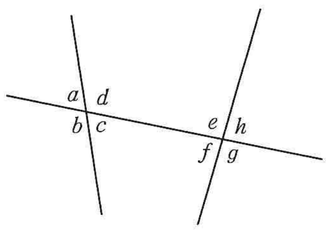
(3) 右の図について，次の問いに答えなさい。

① $\angle e$ の対頂角を答えなさい。

② $\angle e$ の同位角を答えなさい。

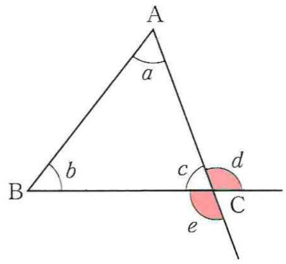
③ $\angle e$ の錯角を答えなさい。

④ $\angle a$ と等しい角を答えなさい。



4-2 三角形の内角と外角

Point!

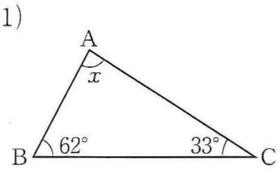


- 三角形の角（右の図を参照）
  - ・△ABC の<u>内角</u>…$\angle a$, $\angle b$, $\angle c$
  - ・△ABC の頂点 C における<u>外角</u>…$\angle d$, $\angle e$
- 三角形の内角の和は<u>180°</u>である。
- 三角形の 1 つの外角は，そのとなりにない 2 つの内角の和に等しい。
  右の図で，$\angle d=$<u>$\angle a+\angle b$</u>，$\angle e=$<u>$\angle a+\angle b$</u>
- 90° より小さい角を<u>鋭角</u>，90° の角を<u>直角</u>，90° より大きく 180° より小さい角を<u>鈍角</u>という。
- 3 つの内角が**すべて鋭角**である三角形を<u>鋭角三角形</u>，**1 つの内角が直角**である三角形を<u>直角三角形</u>，**1 つの内角が鈍角**である三角形を<u>鈍角三角形</u>という。

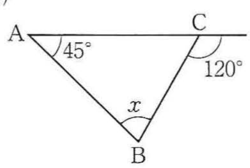
Warm Up

次の図で，$\angle x$, $\angle y$ の大きさを求めなさい。

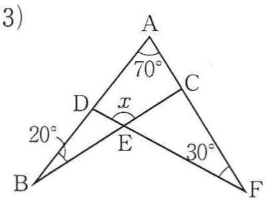
(1)



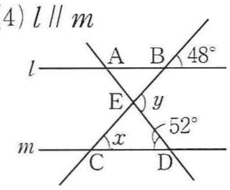
(2)



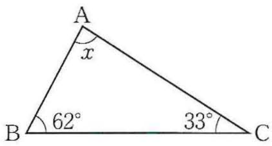
(3)



(4) $l \parallel m$



解説 (1)

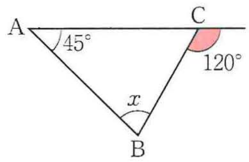


$\angle x+62°+33°=180°$ なので，

$\angle x=180°-(62°+33°)$

<u>$\angle x=85°$</u>

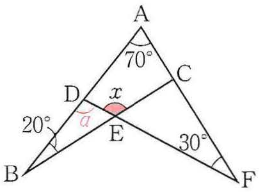
(2)



$120°=\angle x+45°$ なので，

これを解いて，<u>$\angle x=75°$</u>

(3) 角が 2 つわかっている三角形は，残り 1 つの角が求められる。



△ADF に注目して，

$\angle a=70°+30°=100°$

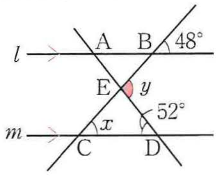
△DBE に注目して，

$\angle x=\angle a+20°$　$\angle a=100°$ なので，

$\angle x=100°+20°=120°$

<u>$\angle x=120°$</u>

(4) 平行線があるときは，同位角や錯角も利用する。



同位角は等しいので，<u>$\angle x=48°$</u>

△ ECD に注目して，

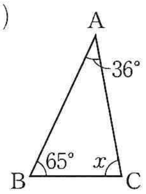
$\angle y=\angle x+52°$　$\angle x=48°$ なので，

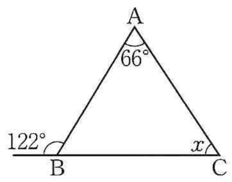
$\angle y=48°+52°$

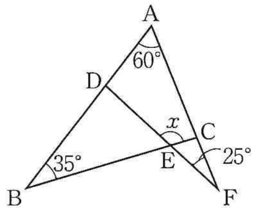
<u>$\angle y=100°$</u>

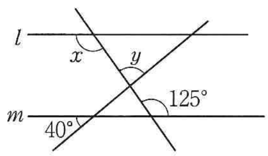
Try

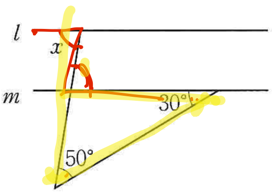
次の図で，$\angle x$，$\angle y$ の大きさを求めなさい。

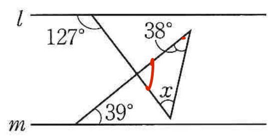
(1)


(2)


(3)


(4) $l \parallel m$


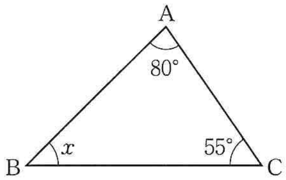
(5) $l \parallel m$


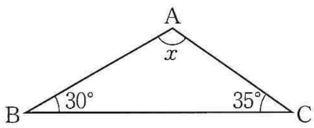
(6) $l \parallel m$


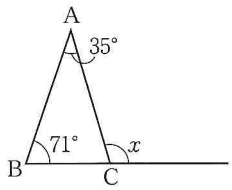
Exercise

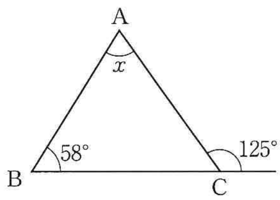
次の問いに答えなさい。

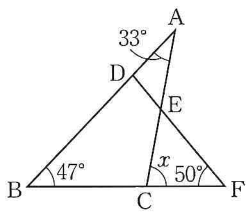
(1) 次の図で，$\angle x$，$\angle y$ の大きさを求めなさい。

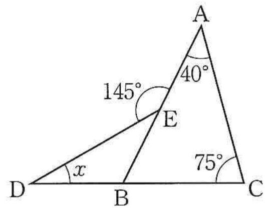
①


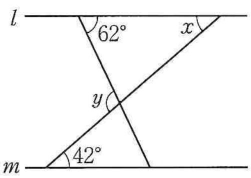
②


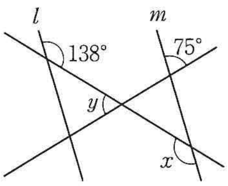
③


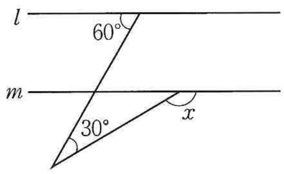
④


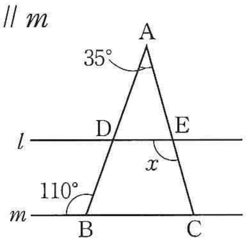
⑤


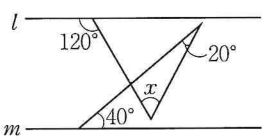
⑥


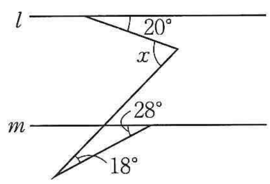
⑦ $l \parallel m$


⑧ $l \parallel m$


⑨ $l \parallel m$


⑩ $l \parallel m$


⑪ $l \parallel m$


⑫ $l \parallel m$


(2) 次の(　　)にあてはまることばを書きなさい。

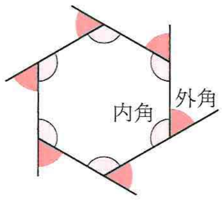
- 90° より小さい角を(①　　)，90° の角を(②　　)，90° より大きくて 180° より小さい角を(③　　)という。
- 3つの内角がすべて(①)である三角形を(④　　)，1つの内角が(②)である三角形を(⑤　　)，1つの内角が(③)である三角形を(⑥　　)という。

4-3 多角形の内角と外角

Point!

n 角形の
- 内角の和＝ 180°×(n−2)
- 外角の和＝ 360°

正 n 角形の
- 1 つの外角＝ $\dfrac{360°}{n}$
- 1 つの内角＝ $180°-\dfrac{360°}{n}$ ……180° −1 つの外角



Warm Up

次の問いに答えなさい。

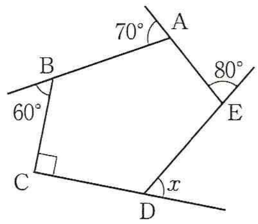
(1) 六角形の内角の和を求めなさい。

(2) 正十五角形の 1 つの内角の大きさを求めなさい。

(3) 内角の和が 1260° である多角形を答えなさい。

(4) 1 つの外角が 36° の正多角形を答えなさい。

(5) 下の図で，$\angle x$ の大きさを求めなさい。



解説

(1) $180°\times(6-2)$ ……六角形の**内角の和**

$=180°\times4$

$=720°$　　<u>720°</u>

(2) $180°-\dfrac{360°}{15}$ ……正十五角形の**1 つの内角**

$=180°-24°$

$=156°$　　<u>156°</u>

(3) $1260°=180°\times(n-2)$ ……**内角の和**が 1260°

$1260°=180°\times n-360°$

$180°\times n-360°=1260°$

$180°\times n=1620°$

$n=9$　<u>九角形</u> ……漢数字で答える

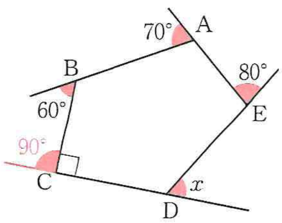
(4) 1 つの外角の公式を利用し，n を求める。

$36°=\dfrac{360°}{n}$ ……**1 つの外角**が 36°

$36°\times n=360°$

$n=10$　<u>正十角形</u> ……「正○角形」と答える

(5)



頂点 C の外角は 90°

外角の和は 360° なので，

$\angle x=360°-(80°+70°+60°+90°)$

$=60°$　　<u>$\angle x=60°$</u>

Try

次の問いに答えなさい。

(1) 十角形の内角の和を求めなさい。

(2) 正十角形の 1 つの内角の大きさを求めなさい。

(3) 内角の和が 1800° である多角形を答えなさい。

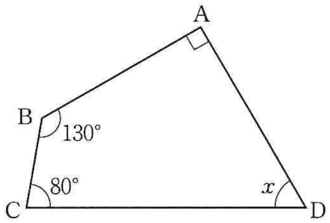
(4) 正八角形の 1 つの外角の大きさを求めなさい。

(5) 1 つの外角が 40° の正多角形を答えなさい。

(6) 1 つの内角が 162° の正多角形を答えなさい。

(7) 下の図で，∠x の大きさを求めなさい。

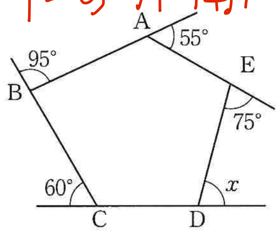
①



②

1つの外角180-162=18

360÷18



Exercise

次の問いに答えなさい。

(1) 八角形の内角の和を求めなさい。

(2) 七角形の内角の和を求めなさい。

(3) 正八角形の 1 つの内角の大きさを求めなさい。

(4) 正九角形の 1 つの内角の大きさを求めなさい。

(5) 内角の和が 1620° である多角形を答えなさい。

(6) 内角の和が 1980° である多角形を答えなさい。

(7) 正六角形の 1 つの外角の大きさを求めなさい。

(8) 正十八角形の 1 つの外角の大きさを求めなさい。

(9) 1 つの外角が 20° の正多角形を答えなさい。

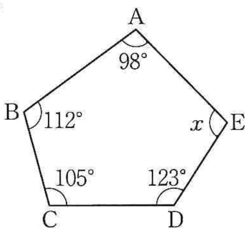
(10) 1 つの外角が 45° の正多角形を答えなさい。

(11) 1 つの内角が 156° の正多角形を答えなさい。

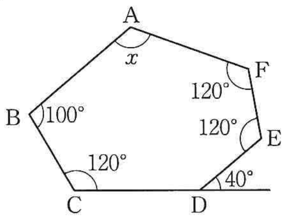
(12) 1 つの内角が 144° の正多角形を答えなさい。

(13) 下の図で，∠x の大きさを求めなさい。

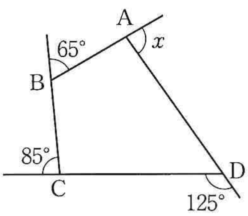
①



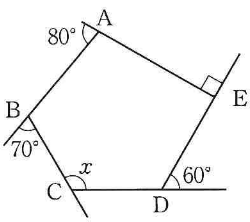
②



③



④



(14) 次の（　　）にあてはまる式を書きなさい。

・n 角形の $\begin{cases} \text{内角の和＝（①} & \text{）} \\ \text{外角の和＝（②} & \text{）} \end{cases}$

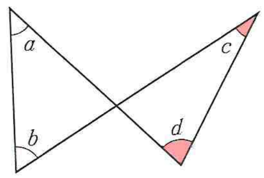
・正 n 角形の $\begin{cases} \text{1 つの外角＝（③} & \text{）} \\ \text{1 つの内角＝（④} & \text{）} \end{cases}$

求角 ①

Point!

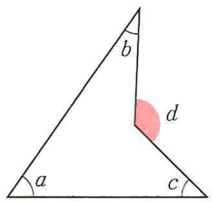
おぼえておくと便利な角の関係

ちょうちょ型



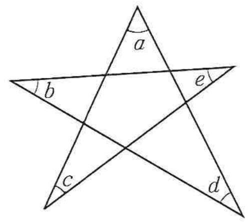
$\angle a+\angle b=\angle c+\angle d$

ブーメラン型



$\angle d=\angle a+\angle b+\angle c$

星型



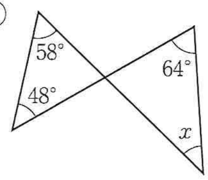
$\angle a+\angle b+\angle c+\angle d+\angle e=180°$

Warm Up

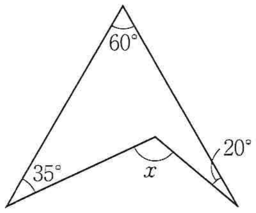
次の問いに答えなさい。

(1) 下の図で，$\angle x$ の大きさを求めなさい。

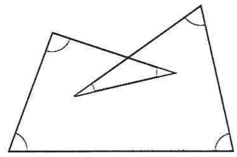
①



②



(2) 印がついている角の和を求めなさい。



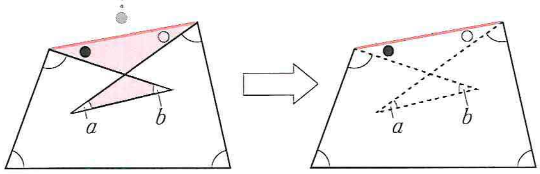
解説 (1) ① $58°+48°=64°+\angle x$

これを解いて，$\angle x=42°$

② $\angle x=60°+35°+20°$

$\angle x=115°$

(2) ちょうちょ型ができるように補助線をひく



左の図のように補助線をひくと，

$\angle a+\angle b=$●＋○となるので，

求める角の和は四角形の内角の和と等しい。

四角形の内角の和は，

$180°\times(4-2)$

$=180°\times2$

$=360°$

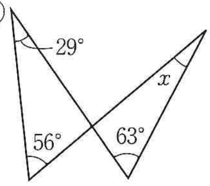
したがって，$360°$

Try

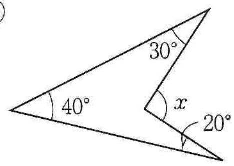
次の問いに答えなさい。

(1) 下の図で，$\angle x$ の大きさを求めなさい。

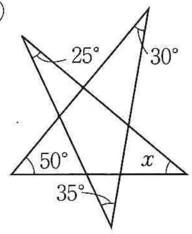
①



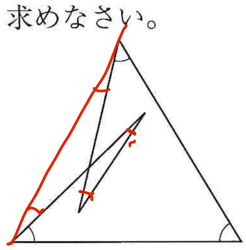
②



③



(2) 印がついている角の和を求めなさい。

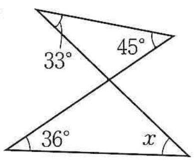


Exercise

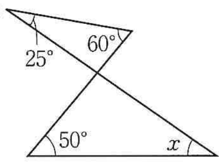
次の問いに答えなさい。

(1) 下の図で，$\angle x$ の大きさを求めなさい。

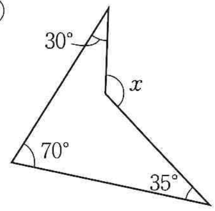
①



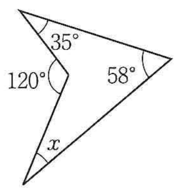
②



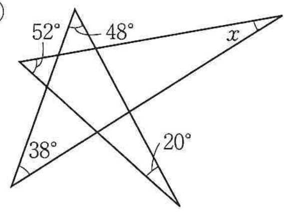
③



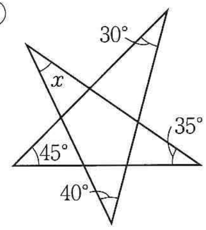
④



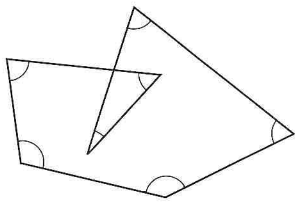
⑤



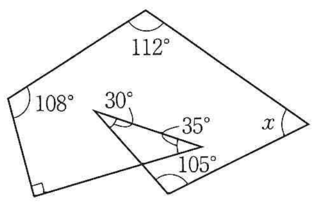
⑥



(2) 印がついている角の和を求めなさい。



(3) 下の図で，$\angle x$ の大きさを求めなさい。



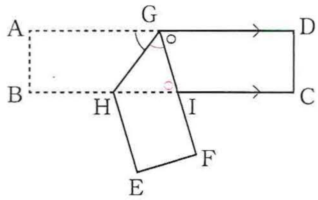
求角 ②

Point!

図形の折り返し

・もとあった場所の角と，折り返した後の角は等しくなる。

・平行線の錯角が等しいことを利用する。



角の二等分線

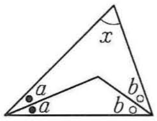
●$=a$，○$=b$ として考える

・●と○がすべて内角→❶ $2a+2b=$＿＿の式をつくる。

❷ $a+b=$＿＿の式をつくり，両辺を 2 倍して

$2a+2b=$＿＿の形にする。

❸ ❶と❷の右辺をイコールでつなぎ，x を求める。

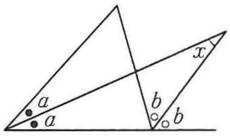


・●か○が外角――→❶ $2b-2a=$＿＿の式をつくる。

❷ $b-a=$＿＿の式をつくり，両辺を 2 倍して

$2b-2a=$＿＿の形にする。

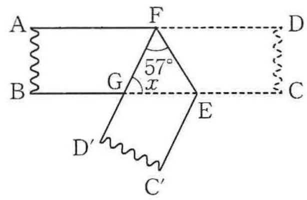
❸ ❶と❷の右辺をイコールでつなぎ，x を求める。



Warm Up

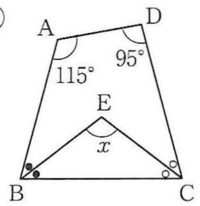
次の問いに答えなさい。

(1) 紙テープを右の図のように折る。∠GFE$=57°$ のとき，$\angle x$ の大きさを求めなさい。

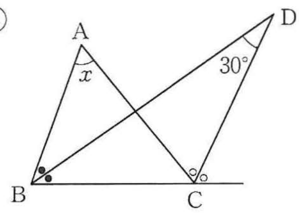


(2) 下の図で，$\angle x$ の大きさを求めなさい。

①



②



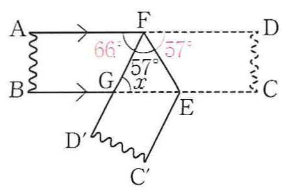
解説 (1) もとあった場所の角と，折り返した後の角は等しいので，

∠DFE$=57°$

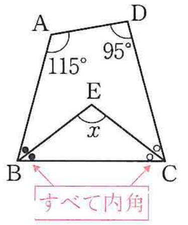
よって，∠AFG$=180°-(57°\times2)=66°$

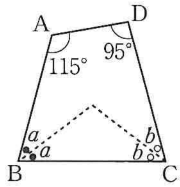
平行線の錯角は等しいので，$\angle x=$∠AFG

$\angle x=66°$



(2) ①



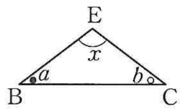


四角形ABCDについて，

$115°+2a+2b+95°=360°$

$2a+2b=150°$ ……①

❶ $2a+2b=$〜〜の式をつくる



△EBCについて，

❷ $a+b=$〜〜の式をつくる

$\angle x+a+b=180°$

$a+b=180°-\angle x$

両辺を2倍して，

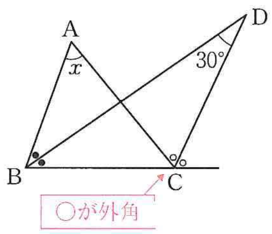
❷ $2a+2b=$〜〜の形にする

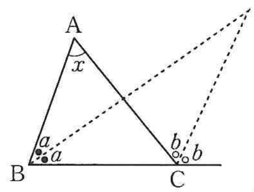
$2a+2b=360°-2\angle x$……②

①，②より，$150°=360°-2\angle x$

これを解いて，$\underline{\angle x=105°}$

②



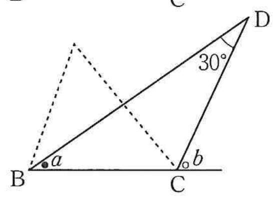


△ABCについて，

❶ $2b-2a=$〜〜の式をつくる

$2b=\angle x+2a$ より，

$2b-2a=\angle x$……①



△DBCについて，

❷ $b-a=$〜〜の式をつくる

$b=30°+a$ より，

$b-a=30°$

両辺を2倍して，

❷ $2b-2a=$〜〜の形にする

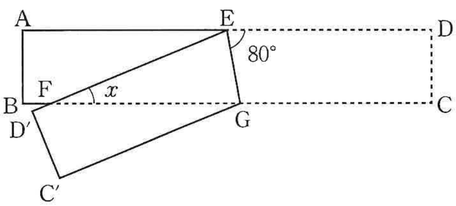
$2b-2a=60°$ ……②

①，②より $\underline{\angle x=60°}$

Try

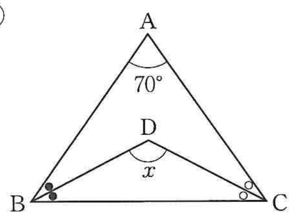
次の問いに答えなさい。

(1) 紙テープを右の図のように折ったとき，$\angle x$ の大きさを求めなさい。

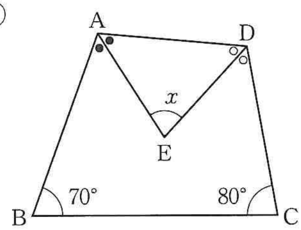


(2) 下の図で，$\angle x$ の大きさを求めなさい。

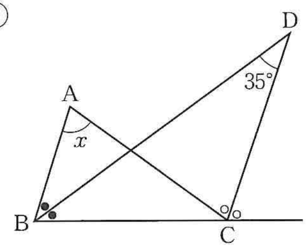
①



②



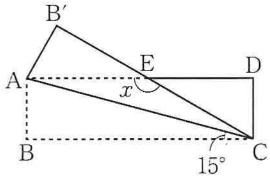
③



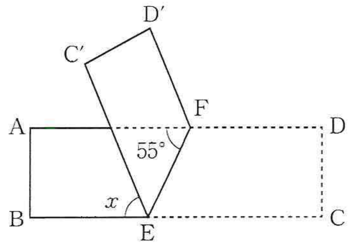
Exercise

次の問いに答えなさい。

(1) 右の図のように，長方形 ABCD を折る。$\angle x$ の大きさを求めなさい。

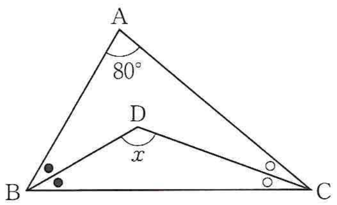


(2) 右の図のように，長方形 ABCD を線分 EF を折り目として折る。
$\angle$AFE$=55°$ のとき，$\angle x$ の大きさを求めなさい。

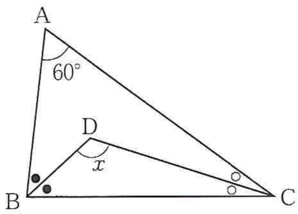


(3) 下の図で，$\angle x$ の大きさを求めなさい。

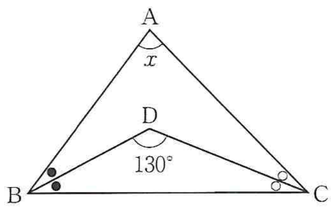
①



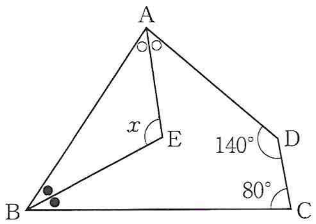
②



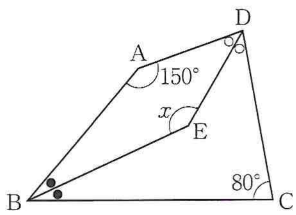
③



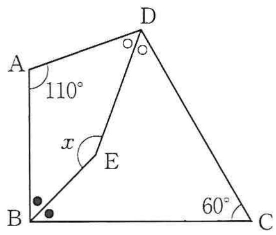
④



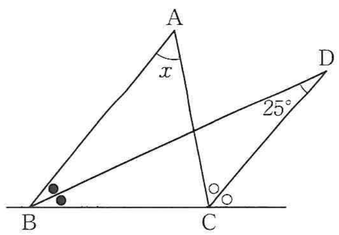
⑤



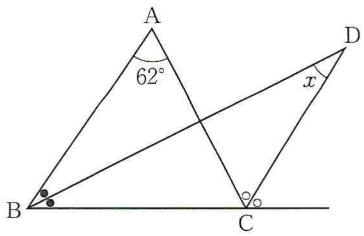
⑥



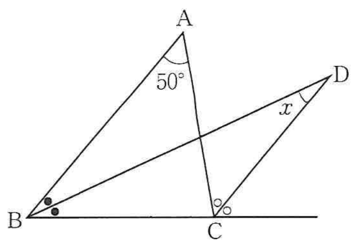
⑦



⑧



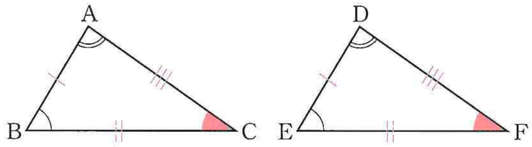
⑨



4-6 合同な図形

Point!

ぴったり重ね合わすことのできる2つの図形は，合同であるという。
右の図のように，合同な図形は**対応する頂点の順番をそろえて，記号** ≡ を使って表す。



△ABC≡△DEF

「三角形 ABC 合同三角形 DEF」と読む

合同な図形の性質

対応する辺の長さ は等しい。

対応する角の大きさ は等しい。

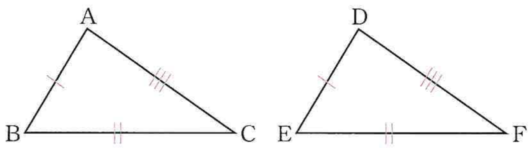
P.216 を見て教科書通りに赤ペンで書き写し，その表現で暗記しよう（使っている教科書は先生に確認しよう）。

三角形の合同条件

次の3つの条件のうち，どれか1つが成り立てば2つの三角形は合同である。

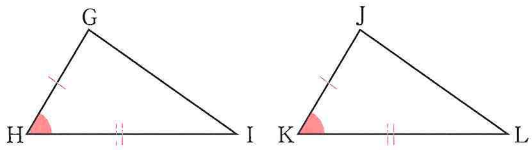
① 3組の辺がそれぞれ等しい

「それぞれ」を忘れないように注意



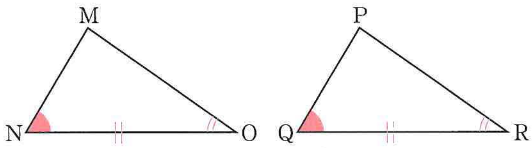
② 2組の辺とその間の角がそれぞれ等しい

「それぞれ」を忘れないように注意



③ 1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しい

「それぞれ」を忘れないように注意



合同な三角形のみつけ方

❶ 長さのわかる辺の数が同じ三角形どうしで組をつくる。

❷ 辺の数によって，あてはまる合同条件を選ぶ。

3本→ 3組の辺がそれぞれ等しい

2本→ 2組の辺とその間の角がそれぞれ等しい

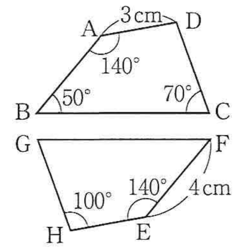
1本→ 1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しい

❸ 合同条件をみたしているか確認する。

次ページへ続く

Warm Up

次の問いに答えなさい。



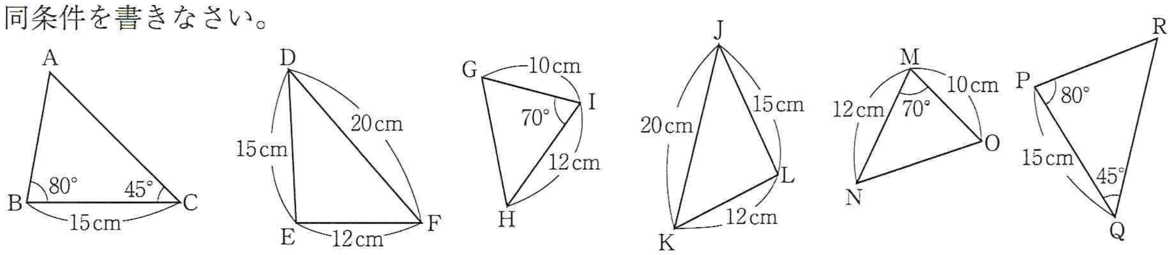
(1) 右の図の 2 つの四角形は合同である。次の問いに答えなさい。

① 2 つの四角形が合同であることを，記号≡を使って表しなさい。

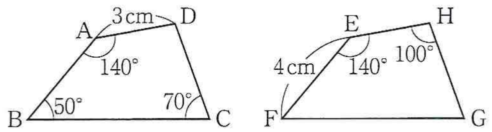
② 辺 HE の長さを求めなさい。

③ ∠G の大きさを求めなさい。

(2) 下の図の中から合同な三角形を選び，記号≡を使って表しなさい。また，そのときに使った合同条件を書きなさい。

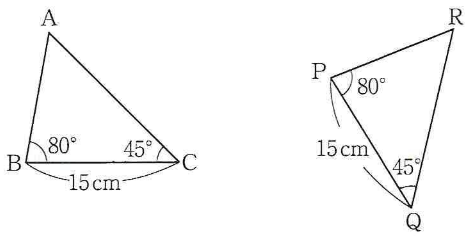


解説 (1) 考えやすいように，対応する頂点の位置をそろえて図をかく。



① 四角形 ABCD ≡四角形 EFGH　　② 3cm　　③ 70°

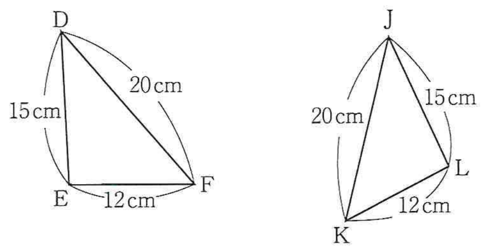
(2)



長さのわかる辺の数が 1 本の三角形の組

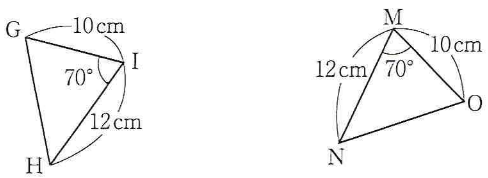
△ABC≡△RPQ　　対応する頂点の順番をそろえる

1 組の辺とその両端の角がそれぞれ等しい



長さのわかる辺の数が 3 本の三角形の組

△DEF≡△JLK　　3 組の辺がそれぞれ等しい



長さのわかる辺の数が 2 本の三角形の組

△GHI≡△ONM　　2 組の辺とその間の角がそれぞれ等しい

Try

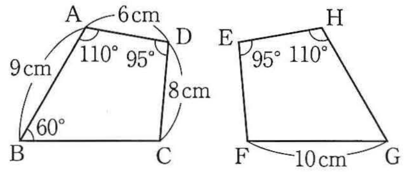
次の問いに答えなさい。

(1) 右の図の 2 つの四角形は合同である。次の問いに答えなさい。

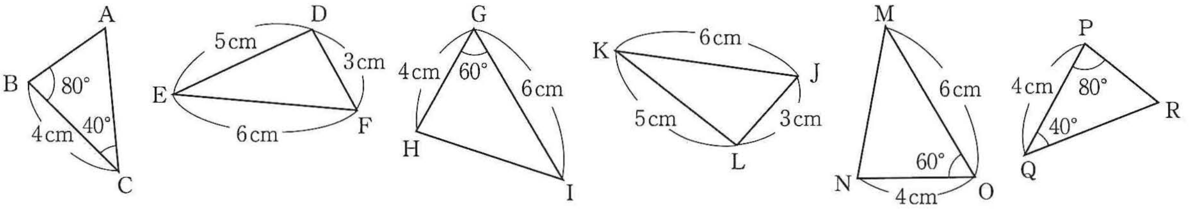
① 2 つの四角形が合同であることを，記号≡を使って表しなさい。

② 辺 HG の長さを求めなさい。

③ ∠G の大きさを求めなさい。



(2) 下の図の中から合同な三角形を選び，記号≡を使って表しなさい。
また，そのときに使った合同条件を書きなさい。



Exercise

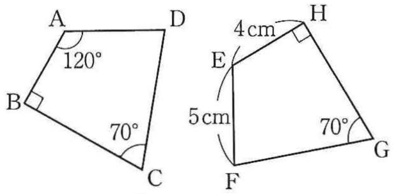
次の問いに答えなさい。

(1) 右の図で，2 つの四角形は合同である。次の問いに答えなさい。

① 2 つの四角形が合同であることを，記号≡を使って表しなさい。

② 辺 AD の長さを求めなさい。

③ ∠E の大きさを求めなさい。

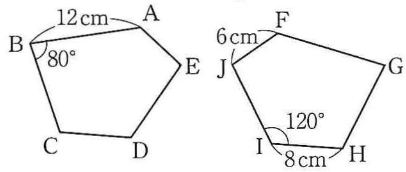


(2) 右の図で，2 つの五角形は合同である。次の問いに答えなさい。

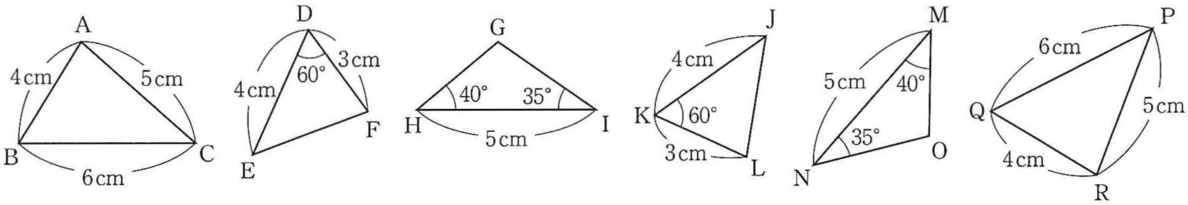
① 2 つの五角形が合同であることを，記号≡を使って表しなさい。

② 辺 CD，辺 FG の長さをそれぞれ求めなさい。

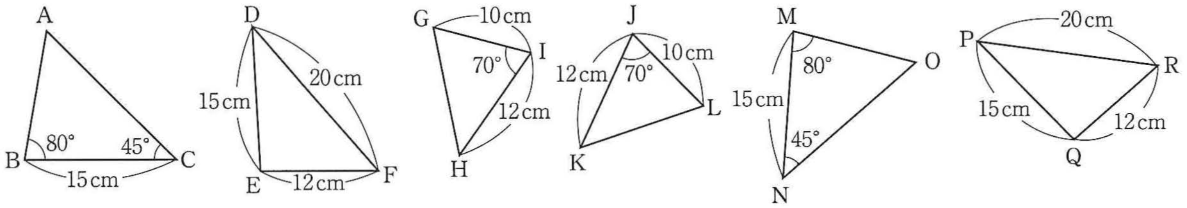
③ ∠D，∠G の大きさをそれぞれ求めなさい。



(3) 下の図の中から合同な三角形を選び，記号≡を使って表しなさい。
また，そのときに使った合同条件を書きなさい。



(4) 下の図の中から合同な三角形を選び，記号≡を使って表しなさい。また，そのときに使った合同条件を書きなさい。



(5) 三角形の合同条件を書きなさい。

(①　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　)

(②　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　)

(③　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　)

三角形の合同

Point!

P.216を見て教科書通りに赤ペンで書き写し，その表現で暗記しよう（使っている教科書は先生に確認しよう）。

三角形の合同条件

① 3組の辺がそれぞれ等しい

② 2組の辺とその間の角がそれぞれ等しい

③ 1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しい

合同な三角形のみつけ方

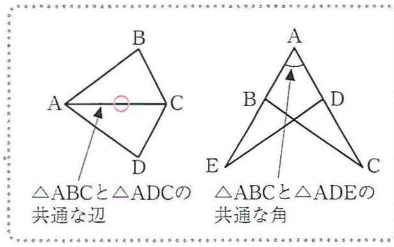
❶ 問題に書いてある条件を図にかき入れる。

❷ 合同条件にあてはまるように，等しい辺や角をみつけ，図にかき入れる。

・三角形が**重なっている**ときは 共通な辺や共通な角

・**平行線**があるときは 錯角や同位角

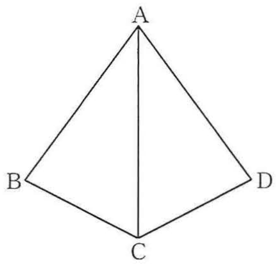
・ があるときは 対頂角



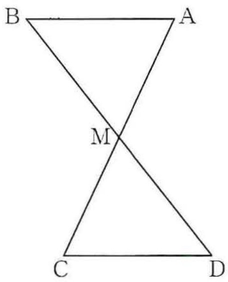
Warm Up

下の図で合同な三角形をみつけ，記号≡を使って表しなさい。また，そのときに使った合同条件を書きなさい。

(1) AB＝AD，BC＝DC



(2) BM＝DM，BA // CD



解説 等しい辺や角は必ず図にかき入れる。

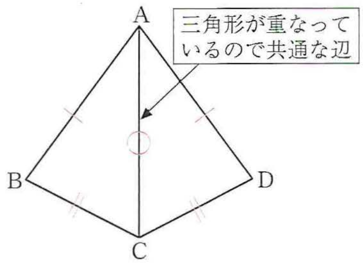
(1) 問題より，AB＝AD

BC＝DC

共通な辺なので，AC＝AC

よって，△ABC≡△ADC　対応する頂点の順に書く

合同条件は，3組の辺がそれぞれ等しい



(2) 問題より，BM＝DM

BA // CD で，錯角は等しいので，

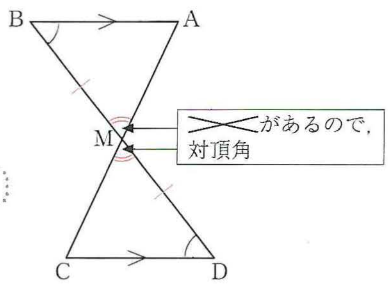
∠ABM＝∠CDM

対頂角は等しいので，∠AMB＝∠CMD

よって，△ABM≡△CDM　対応する頂点の順に書く

合同条件は，

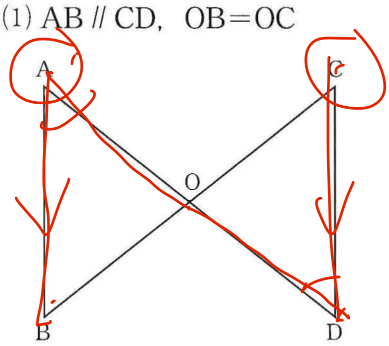
1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しい



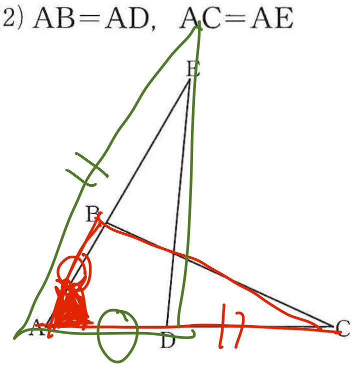
Try

下の図で合同な三角形をみつけ，記号≡を使って表しなさい。また，そのときに使った合同条件を書きなさい。

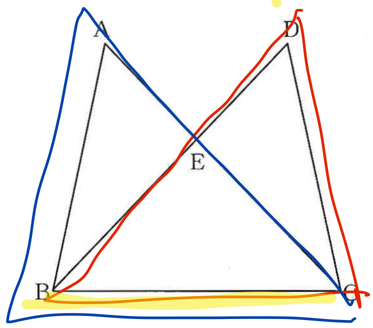
(1) AB // CD，OB＝OC



(2) AB＝AD，AC＝AE



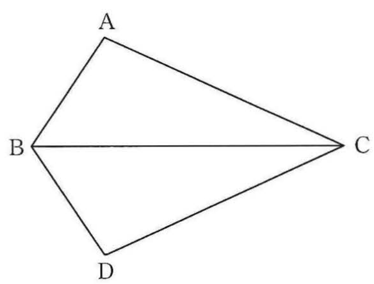
(3) AB＝DC，AC＝DB



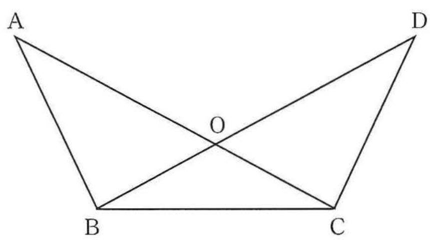
Exercise

下の図で合同な三角形をみつけ，記号≡を使って表しなさい。また，そのときに使った合同条件を書きなさい。

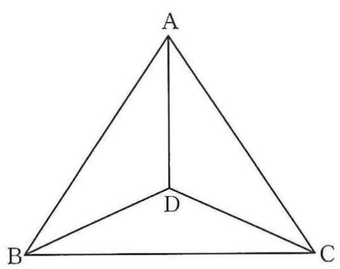
(1) AB＝DB，AC＝DC



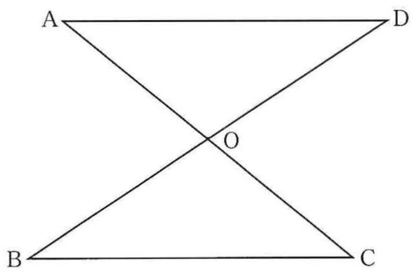
(2) AB＝DC，∠ABC＝∠DCB



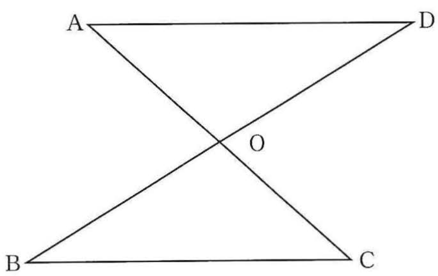
(3) AB＝AC，BD＝CD



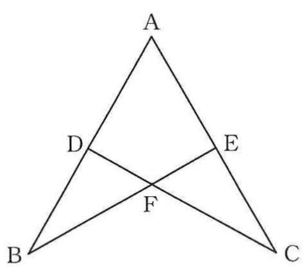
(4) AD // BC，AO＝CO



(5) AD // BC，AD＝BC



(6) AB＝AC，AD＝AE



4-8 仮定と結論

Point!

❗ A ｛ならば／(こ)のとき｝ B

↑仮定　　↑結論

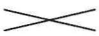
❗ 三角形の合同の考え方

❶ まず，仮定を図の中にかき入れる。

❷ 合同条件にあてはまるように，等しい辺や角をみつけ，図にかき入れる。

・三角形が重なっているときは，共通な辺や共通な角

・平行線があるときは，錯角や同位角

・ があるときは，対頂角

Warm Up

次の問いに答えなさい。

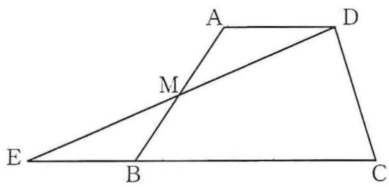
(1) 次のことがらの仮定と結論を答えなさい。

① $\triangle ABC \equiv \triangle PQR$ ならば，$\angle ABC = \angle PQR$　　② 正方形の 4 つの内角は等しい。

(2) 右の図は，AD // BC の台形 ABCD で，M は辺 AB の中点である。また，直線 DM と直線 BC の交点を E とする。このとき，$\triangle AMD \equiv \triangle BME$ となる。次の問いに答えなさい。

① 仮定と結論を式で表しなさい。

② $\triangle AMD$ と $\triangle BME$ は合同である。このときの合同条件を答えなさい。



解説 (1) ① 仮定：$\triangle ABC \equiv \triangle PQR$　結論：$\angle ABC = \angle PQR$

② 仮定：正方形　結論：4 つの内角は等しい

「ならば」を入れて考える
正方形ならば 4 つの内角は等しい

(2) ① 問題文の，「このとき」の前の部分からわかることが仮定。

仮定：AD // BC

AM＝BM

M は AB の中点

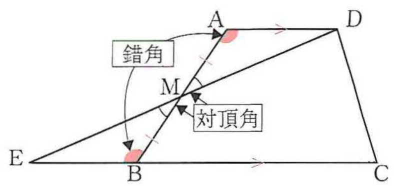
結論：$\triangle AMD \equiv \triangle BME$

② 仮定より，AM＝BM

AD // BC で，錯角は等しいので，$\angle MAD = \angle MBE$

対頂角は等しいので，$\angle AMD = \angle BME$

よって，1 組の辺とその両端の角がそれぞれ等しい。



Try

次の問いに答えなさい。

(1) 次のことがらの仮定と結論を答えなさい。

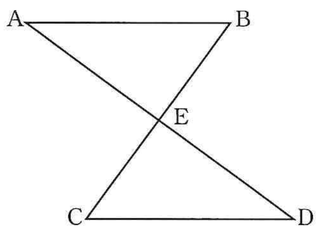
① △ABC≡△DEF ならば，AB＝DE　② x が 9 の倍数ならば，x は 3 の倍数である。

③ △ABC で，∠A＝90° のとき∠B＋∠C＝90°　④ 正三角形の 3 つの内角は等しい。

(2) 右の図で，AB // CD，AB＝DC のとき△ABE≡△DCE となる。次の問いに答えなさい。

① 仮定と結論を式で表しなさい。

② △ABE と△DCE は合同である。このときの合同条件を答えなさい。



Exercise

次の問いに答えなさい。

(1) 次のことがらの仮定と結論を答えなさい。

① △ABC≡△DEF ならば，∠BAC＝∠EDF

② 四角形 ABCD≡四角形 EFGH ならば，∠B＝∠F

③ $a=b$ ならば，$a+c=b+c$ である。

④ $x=3$，$y=5$ ならば，$x+y=8$

⑤ △ABCで，∠A＝90° ならば，∠B＋∠C＝90°

⑥ △ABC で，AB＝AC ならば，∠B＝∠C

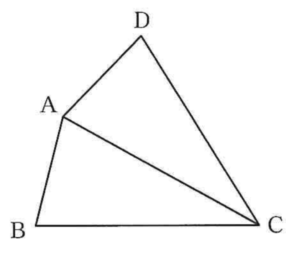
⑦ 二等辺三角形の 2 つの内角は等しい。

⑧ 三角形の内角の和は 180°

(2) 右の図の四角形 ABCD で，AB＝AD，BC＝DC ならば，△ABC≡△ADC となる。次の問いに答えなさい。

① 仮定と結論を式で表しなさい。

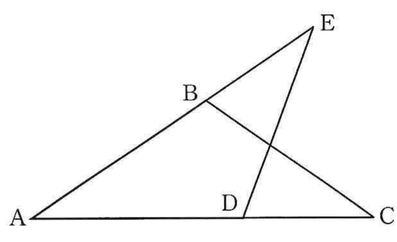
② △ABC≡△ADC の合同条件を答えなさい。



(3) 右の図で，AE＝AC，AD＝AB のとき，△AED ≡△ACB である。次の問いに答えなさい。

① 仮定と結論を式で表しなさい。

② △AED ≡△ACB の合同条件を答えなさい。



4-9 三角形の合同の証明

Point!

証明をするための準備

・まず，仮定を図の中にかき入れる。

・次に合同条件にあてはまるように，等しい辺や角をみつけ，図にかき入れる。

　・三角形が重なっているときは，**共通な辺や共通な角**

　・平行線があるときは，**錯角や同位角**

　・ があるときは，**対頂角**

三角形の合同を証明する手順

❶ どの図形について証明するのか書く。

　△ABC と△DEF の合同を証明するとき→ **△ABC と△DEF において** から始める。

❷「仮定より」「対頂角は等しいので」など，理由をつけて等しい辺や角を書く。

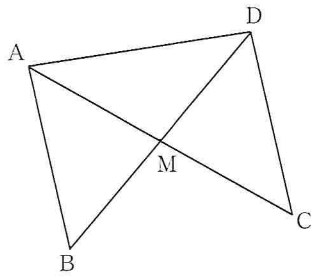
❸ **合同条件と結論** を書く。

Warm Up

右の図で，点 M は線分 AC の中点で，AB // DC ならば，
△ABM≡△CDM である。次の問いに答えなさい。

(1) 仮定と結論を式で表しなさい。

(2) △ABM≡△CDM であることを証明しなさい。よくあるまちがい

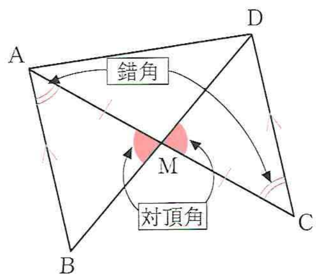


解説 (1) 仮定：AM＝CM，AB // DC 「ならば」の前

　結論：△ABM≡△CDM 「ならば」の後

(2) まず，仮定を図の中にかき入れる。
次に合同条件にあてはまるように，等しい辺や角をみつけ，
図にかき入れる。

・平行線があるので，錯角や同位角
・ があるので，対頂角



［証明］
△ABM と△CDM において，　❶ どの図形について証明するかを書く
仮定より，AM＝CM ……①
AB // DC で，錯角は等しいので，∠MAB＝∠MCD ……②
対頂角は等しいので，∠AMB＝∠CMD ……③
❷ 理由をつけて等しい辺や角を書く
①，②，③より，1 組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいので，
△ABM≡△CDM
❸ 合同条件と結論を書く

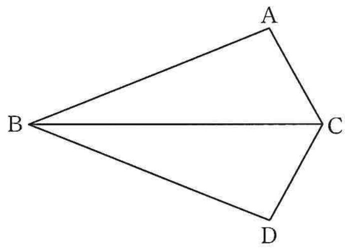
よくあるまちがい

△ABM と△CDM において，
AM＝CM ……①　等しい理由の「仮定より」を書いていない
AB // DC で，錯角は等しいので，
∠MCD＝∠MAB ……②　左辺には△ABM のことを，右辺には△CDM のことを書いていない
対頂角は等しいので，∠AMB＝∠DMC ……③　対応する頂点の順に書いていない
①，②，③より，1 組の辺とその両端の角が等しいので，　合同条件の文が正しくない「それぞれ」が抜けている
△ABM≡△CDM

Try

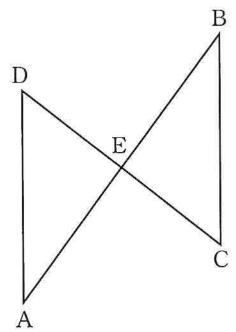
次の問いに答えなさい。

(1) 右の図で，AB＝BD，AC＝CD ならば，△ABC≡△DBC であることを証明したい。次の□に適切なことばや式を入れなさい。ただし，証明をすべてノートに書くこと。



［証明］
□，
□より，□ ……①
□ ……②
□なので，□ ……③
①，②，③より，
□ので，□

(2) 右の図で，点 E は線分 AB の中点で，AD // CB である。このとき，△AED≡△BEC であることを証明したい。次の問いに答えなさい。
① 仮定と結論を式で表しなさい。
② △AED≡△BEC の合同条件を答えなさい。
③ △AED≡△BEC であることを証明しなさい。



Exercise

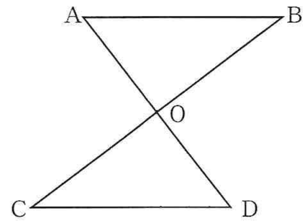
次の問いに答えなさい。

(1) 右の図で，点 O は線分 AD，BC の中点である。このとき，△ABO≡△DCO となることを証明したい。次の問いに答えなさい。

① 仮定と結論を式で表しなさい。

② △ABO≡△DCO の合同条件を答えなさい。

③ △ABO≡△DCO であることを証明しなさい。

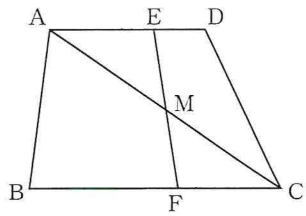


(2) 右の図のような AD // BC である台形の辺 AD，BC 上に，AE＝CF となるような点 E，F をとる。対角線 AC と EF の交点を M とするとき，△AME≡△CMF であることを証明したい。次の問いに答えなさい。

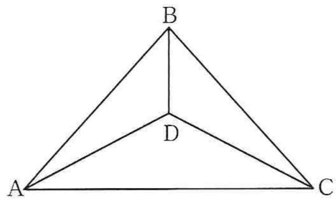
① 仮定と結論を式で表しなさい。

② △AME≡△CMF の合同条件を答えなさい。

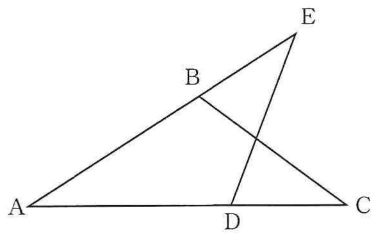
③ △AME≡△CMF であることを証明しなさい。



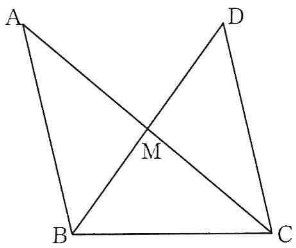
(3) 右の図で，AB＝BC，AD＝CD であるとき，△BAD≡△BCD であることを証明しなさい。



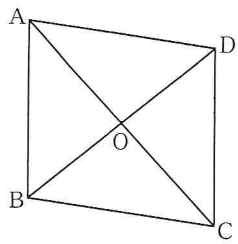
(4) 右の図で，AB＝AD，AC＝AE であるとき，△ABC≡△ADE を証明しなさい。



(5) 右の図の△ABC で，M は辺 AC の中点，D は直線 BM 上の点で，AB // DC ならば，△ABM≡△CDM となることを証明しなさい。



(6) 右の図で，点 O は線分 AC の中点，∠OAB＝∠OCD である。このとき，△AOB≡△COD を証明しなさい。



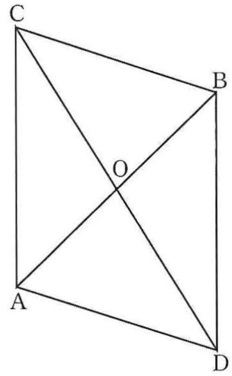
4-10 合同を利用した証明

Point!

線分の長さや角の大きさが等しいことを証明するときは，**合同な図形の**
対応する辺の長さは等しいことや，対応する角の大きさは等しいことを利用する。

Warm Up

右の図で，点 O は線分 AB，CD の中点である。このとき，AC=BD となることを証明しなさい。

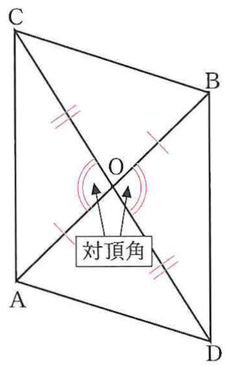


解説 証明をするための準備

・まず仮定を図の中にかき入れる。
AO=BO，CO=DO ……点 O は線分 AB，CD の中点

・証明したい辺(または角)をふくむ三角形を 2 つみつける。
AC=**BD** を証明したいので，
△**AC**O と△**BD**O の合同を利用する。

・合同条件にあてはまるように，等しい辺や角をみつけ，図にかき入れる。

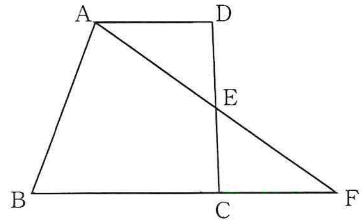


［証明］
△ACO と△BDO において，
仮定より，AO=BO ……①
CO=DO ……②
対頂角は等しいので，∠AOC=∠BOD ……③
①，②，③より，2 組の辺とその間の角がそれぞれ等しいので，
△ACO≡△BDO
（利用する三角形の合同を証明する）
合同な図形の対応する辺の長さは等しいので，
AC=BD ……結論を書く

Try

次の問いに答えなさい。

(1) 下の図のような AD // BC である台形 ABCD の辺 DC の中点を E とし，線分 AE の延長と辺 BC の延長との交点を F とする。このとき，AE＝FE となることを証明したい。これについて，次の問いに答えなさい。



① 仮定と結論を式で表しなさい。

② 次の**ア**～**ク**をうめて，証明を完成させなさい。

［証明］

△AED と△ $\boxed{\text{ア}}$ において，

仮定より，DE＝ $\boxed{\text{イ}}$ ……①

$\boxed{\text{ウ}}$ は等しいので，∠AED＝∠ $\boxed{\text{エ}}$ ……②

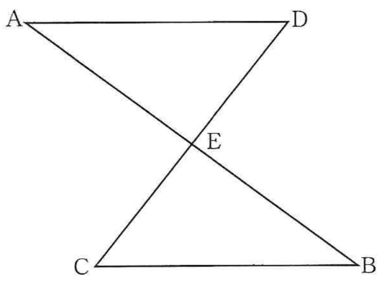
AD // BC で $\boxed{\text{オ}}$ は等しいので，∠ADE＝∠ $\boxed{\text{カ}}$ ……③

①，②，③より， $\boxed{\text{キ}}$ ので，

△AED≡△ $\boxed{\text{ア}}$

$\boxed{\text{ク}}$ ので，AE＝FE

(2) 右の図は，線分 AB と CD の交点を E として，EA＝EB，AD // CB となるようにかいたものである。このとき，ED＝EC となることを証明したい。次の問いに答えなさい。



① 仮定と結論を式で表しなさい。

② どの三角形とどの三角形の合同を利用すればよいか答えなさい。

③ 証明しなさい。

Exercise

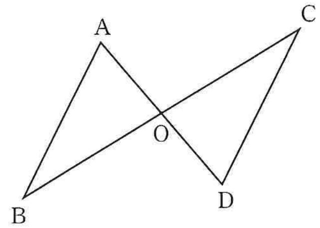
次の問いに答えなさい。

(1) 下の図で，AB // CD，AB＝CD ならば，AO＝DO となることを証明したい。次の問いに答えなさい。

① 仮定と結論を式で表しなさい。

② 次の**ア**～**キ**をうめて，証明を完成させなさい。

［証明］ △AOB と△［ア］において，
仮定より，AB＝DC ……①
AB // CD で，［イ］は等しいので，
∠ABO＝∠［ウ］ ……②
∠BAO＝∠［エ］ ……③
①，②，③より，［オ］がそれぞれ等しいので，
△AOB≡△［ア］
合同な図形の対応する辺の長さは等しいので，
［カ］＝［キ］

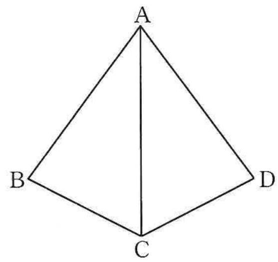


(2) 下の図で，AB＝AD，∠BAC＝∠DAC ならば，BC＝DC であることを証明したい。次の問いに答えなさい。

① 仮定と結論を式で表しなさい。

② 次の**ア**～**ケ**をうめて，証明を完成させなさい。

［証明］ △ABC と△［ア］において，
［イ］より，AB＝［ウ］ ……①
∠BAC＝∠［エ］ ……②
［オ］な辺だから，AC＝［カ］ ……③
①，②，③より，［キ］ので，
△ABC［ク］△［ア］
合同な図形の対応する辺の長さは等しいので，
BC＝［ケ］

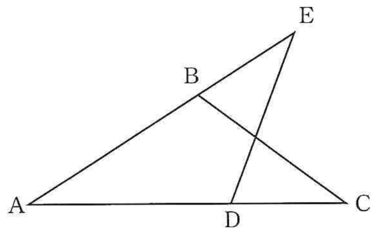


(3) 右の図で，AB＝AD，∠ABC＝∠ADE のとき，BC＝DE となる。
次の問いに答えなさい。

① 仮定と結論を式で表しなさい。

② どの三角形とどの三角形の合同を利用すればよいか答えなさい。

③ 証明しなさい。

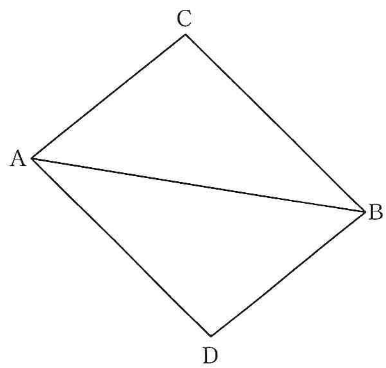


(4) 右の図で，AC＝BD，BC＝AD ならば，∠ACB＝∠BDA である。
次の問いに答えなさい。

① 仮定と結論を式で表しなさい。

② どの三角形とどの三角形の合同を利用すればよいか答えなさい。

③ 証明しなさい。



4 平行と合同