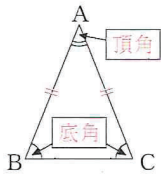
5-1 二等辺三角形の定義と性質

Point!

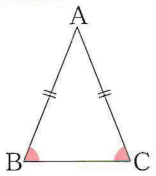
P.217，218 を見て教科書通りに赤ペンで書き写し，その表現で暗記しよう（使っている教科書は先生に確認しよう）。

- 用語の意味をはっきり述べたものを，__定義__という。
- 二等辺三角形の定義　__2 つの辺が等しい三角形__

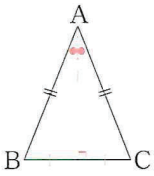
- 右の図のような AB＝AC の二等辺三角形で，∠BAC を__頂角__，辺 BC を__底辺__，∠ABC，∠ACB をそれぞれ__底角__という。



- 二等辺三角形の性質
  - ① __二等辺三角形の底角は等しい__



  - ② __二等辺三角形の頂角の二等分線は，底辺を垂直に 2 等分する__

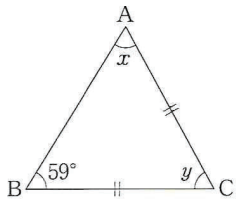


- 問題からわかる等しい長さは，図にかき入れてから考える。

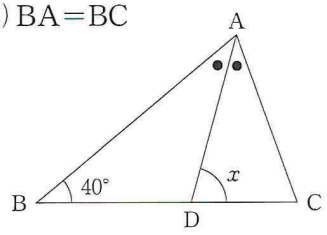
Warm Up

次の∠x，∠y の大きさを求めなさい。

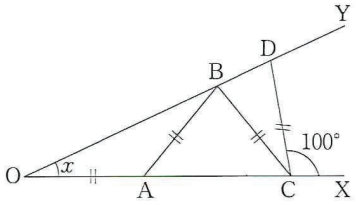
(1)



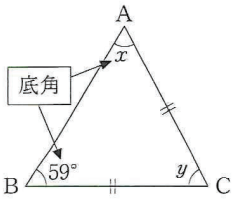
(2) BA＝BC



(3)



解説 (1)

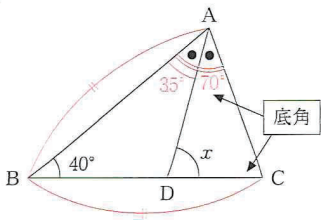


$\angle x=59°$

$\angle y=180°-59°\times 2$

$\angle y=62°$

(2)



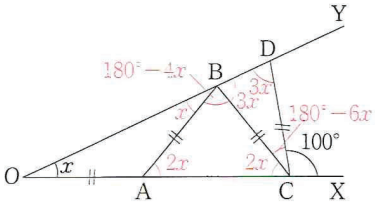
$\angle BAC=(180°-40°)\div 2=70°$

$\angle BAD=70°\div 2=35°$

$\angle x=40°+35°$

$\angle x=75°$

(3)



二等辺三角形の性質を用いて，角を x で表すと上の図のようになる。

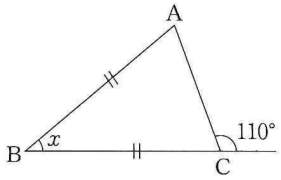
$2x+(180°-6x)+100°=180°$

これを解いて，$\angle x=25°$

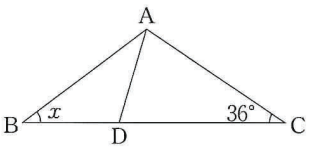
Try

次の$\angle x$の大きさを求めなさい。

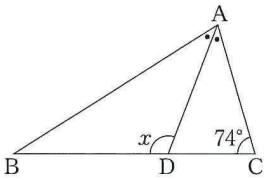
(1)



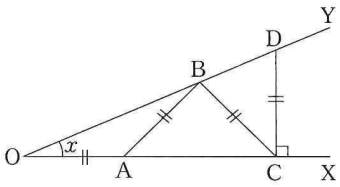
(2) DA＝DB，CA＝CD



(3) BA＝BC



♪♪(4)

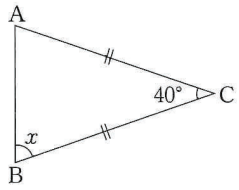


Exercise

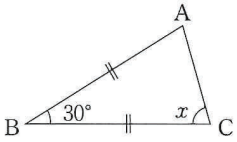
次の問いに答えなさい。

(1) 次の$\angle x$の大きさを求めなさい。

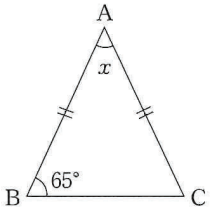
①



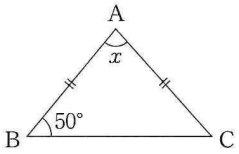
②



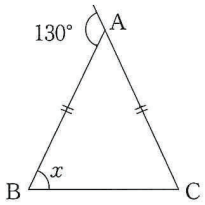
③



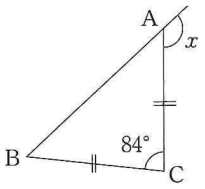
④



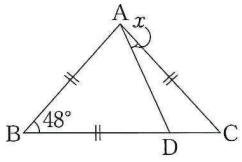
⑤



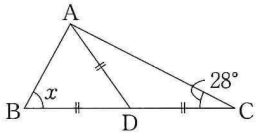
⑥



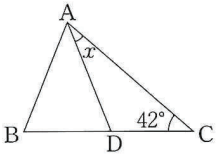
⑦



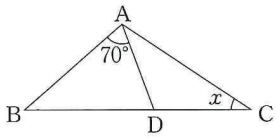
⑧



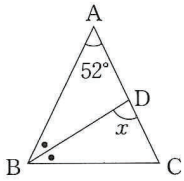
⑨ AC＝BC，AB＝AD



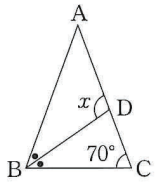
⑩ BA＝BD，DC＝DA



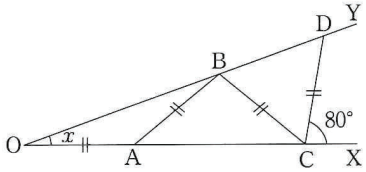
⑪ AB＝AC



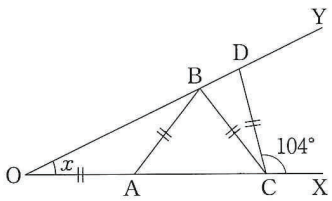
⑫ AB＝AC



♪♪⑬



♪♪⑭



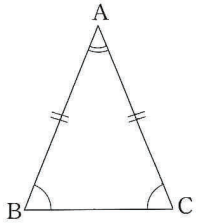
(2) 次の(　　)にあてはまることばを書きなさい。

・用語の意味をはっきり述べたものを，(①　　)という。

・二等辺三角形の(①)は，(②　　)である。

・右の図のようなAB＝ACの二等辺三角形で，∠BACを(③　　)，辺BCを(④　　)，∠ABC，∠ACBをそれぞれ(⑤　　)という。

・二等辺三角形の性質は，(⑥　　)と(⑦　　)である。



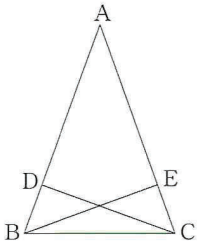
5-2 二等辺三角形の性質を利用した証明

Point!

図に**二等辺三角形**があるときは，__２つの辺が等しい__（定義），__底角が等しい__（性質）を利用する。

Warm Up

AB＝AC の二等辺三角形で，∠EBC＝∠DCB ならば，BE＝CD であることを証明しなさい。



解説 証明をするための準備

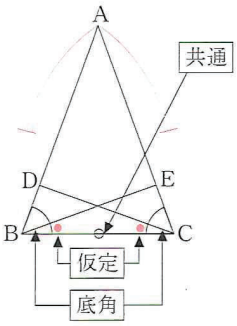
・まず，仮定を図の中にかき入れる。 …… 問題文に「二等辺三角形」があるときは，底角もかき入れる

・証明したい辺（または角）をふくむ三角形を２つみつける。

BE＝CD を証明したいので

△BEC と△CDB の合同を証明すればよい。 …… △BEA と △CDA の合同を証明してもよいが，直接仮定を利用できる△BEC と△CDB のほうが簡単

・合同条件にあてはまるように，等しい辺や角をみつけ，図にかき入れる。



［証明］

△BEC と△CDB において， …… 証明したい三角形を書く

仮定より，∠EBC＝∠DCB ……① …… 仮定を書く

共通な辺なので，BC＝CB ……② …… 合同条件に合うように等しいものを書く

二等辺三角形の底角は等しいので，

∠BCE＝∠CBD ……③

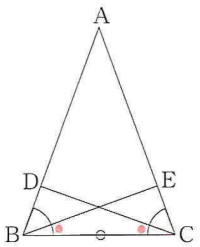
①，②，③より，

１組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいので， …… 合同条件を書く

△BEC≡△CDB

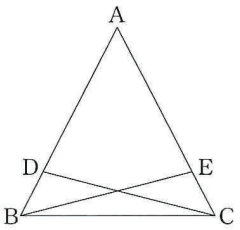
合同な図形の対応する辺の長さは等しいので，

BE＝CD …… 結論を書く



Try

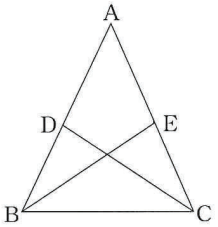
AB＝AC の二等辺三角形 ABC で，辺 AB，AC 上に点 D，E を BD＝CE となるようにとる。このとき，CD＝BE となることを証明しなさい。



Exercise

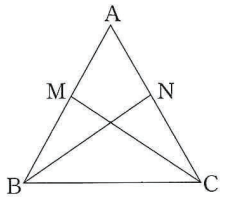
次の問いに答えなさい。

(1) AB＝AC の二等辺三角形 ABC で，辺 AB，AC 上にそれぞれ点 D，E を，∠DCB＝∠EBC となるようにとる。このとき，DC＝EB であることを次のように証明した。**ア**～**ク**をうめて，証明を完成させなさい。

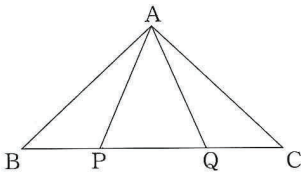


［証明］
△DCB と△［ア］において，
仮定より，∠［イ］＝∠EBC ……①
［ウ］な辺なので，BC＝［エ］ ……②
［オ］ので，∠［カ］＝∠ECB ……③
①，②，③より，［キ］ので，
△DCB≡△［ク］
合同な図形の対応する辺の長さは等しいので，DC＝EB

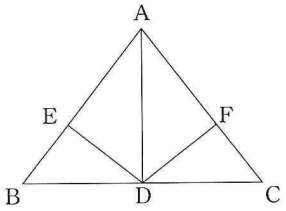
(2) AB＝AC の二等辺三角形 ABC で，AN＝AM ならば，BN＝CM であることを証明しなさい。



(3) AB＝AC の二等辺三角形 ABC の辺 BC 上に，∠BAP＝∠CAQ となるような点 P，Q をとる。このとき，BP＝CQ であることを証明しなさい。



(4) AB＝AC の二等辺三角形 ABC で，頂角∠A の二等分線をひき，BC との交点を D とし，辺 AB，AC 上に BE＝CF となるような点 E，F をとる。このとき，DE＝DF となることを証明しなさい。



5-3 二等辺三角形になるための条件

Point!

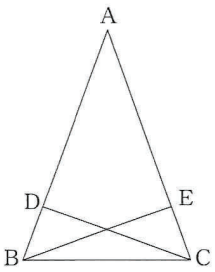
二等辺三角形になるための条件

① 2つの辺が等しい （定義）

② 2つの角が等しい ……「底角が等しい」ではないことに注意

Warm Up

右の図で，△ABC の辺 AB，AC 上に，それぞれ DC＝EB となるように，点 D，E をとる。∠DCB＝∠EBC のとき，△ABC は二等辺三角形になることを証明しなさい。



解説 △ABC が二等辺三角形になることを証明するには

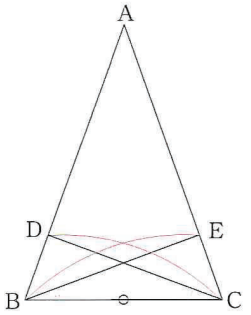
［Ⅰ］AB＝AC を証明する。……2つの辺が等しい

［Ⅱ］∠ABC＝∠ACB を証明する。……2つの角が等しい

のどちらかが考えられる。

［Ⅰ］はこの問題ではできない。……△ABE≡△ACD を証明するには，条件が足りない

［Ⅱ］は，∠ABC＝∠ACB と∠DBC＝∠ECB は同じことなので△DBC≡△ECB を証明して，∠DBC＝∠ECB を示せばよい。



［証明］

△DBC と△ECB において，

仮定より，DC＝EB ……①

∠DCB＝∠EBC ……②

共通な辺なので，BC＝CB ……③

①，②，③より，

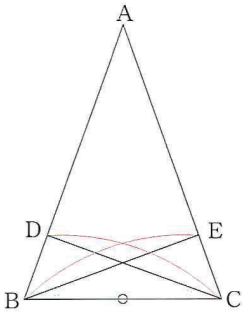
2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいので，

△DBC≡△ECB

合同な図形の対応する角の大きさは等しいので，∠DBC＝∠ECB

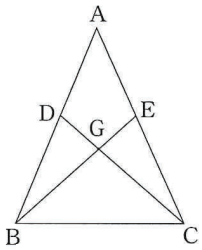
つまり，∠ABC＝∠ACB ……証明する二等辺三角形の角に書きなおす

したがって，2つの角が等しいので，△ABC は二等辺三角形になる。



Try

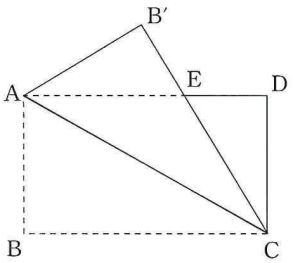
右の図の△ABCは，AB＝ACの二等辺三角形である。D，Eはそれぞれ辺AB，AC上の点で，DB＝ECである。このとき，△GBCは二等辺三角形になることを証明しなさい。



Exercise

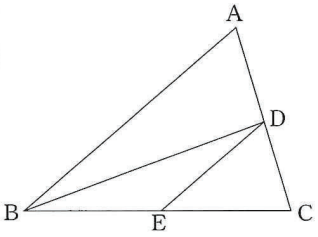
次の問いに答えなさい。

(1) 長方形ABCDを対角線ACで折り返して，辺BCが辺ADと交わる点をEとすると，△AECは二等辺三角形になる。**ア**～**ウ**をうめて，証明を完成させなさい。

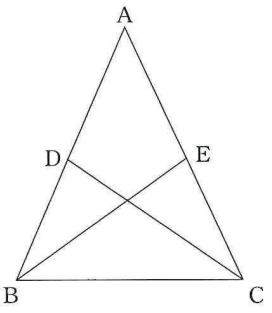


［証明］
AD // BCなので，∠ACB＝∠［ア］……①
また，ACを折り目として折り返したので，
∠ACB＝∠［イ］……②
①，②より，∠［ア］＝∠［イ］
したがって，［ウ］が等しいので，△AECは二等辺三角形になる。

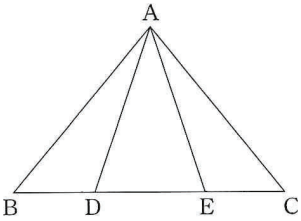
(2) 右の図の△ABCで，∠Bの二等分線と辺ACとの交点をDとし，点Dを通りABに平行な直線と辺BCとの交点をEとする。このとき，△BDEは二等辺三角形になることを証明しなさい。



(3) 右の図でBD＝CE，DC＝EBであるとき，△ABCが二等辺三角形になることを証明しなさい。



(4) 右の図の△ABCは，AB＝ACの二等辺三角形である。辺BC上にBD＝CEとなるような点D，Eをとるとき，△ADEは二等辺三角形になることを証明しなさい。



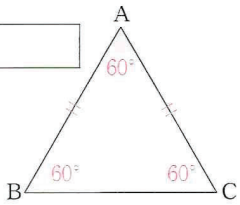
5-4 正三角形の定義と性質

Point!

P.219 を見て教科書通りに赤ペンで書き写し，その表現で暗記しよう（使っている教科書は先生に確認しよう）。

正三角形の定義　3 つの辺が等しい三角形

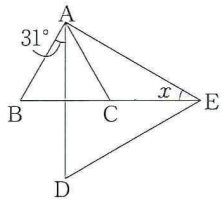
正三角形の性質　3 つの内角が等しい　（すべて 60° ）



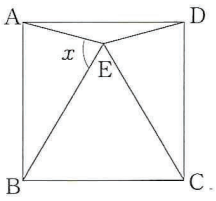
Warm Up

次の∠x の大きさを求めなさい。

(1) △ABC，△ADE は正三角形



(2) 四角形 ABCD は正方形，△BCE は正三角形



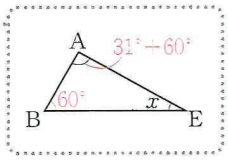
解説 (1) △ABC は正三角形なので，∠ABC＝60°

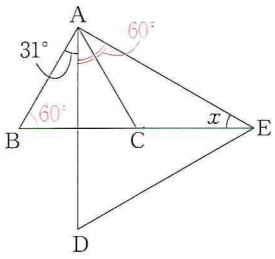
△ADE は正三角形なので，∠DAE＝60°

△ABE に注目して，

∠x＝180°－(60°＋31°＋60°)

これを解いて，∠x＝29°





(2) 四角形 ABCD は正方形なので，∠ABC＝90°

△BCE は正三角形なので，∠EBC＝60°

∠ABE＝∠ABC－∠EBC

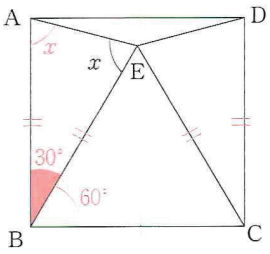
＝90°－60°

＝30°

正三角形の 3 つの辺は等しく，正方形の 4 つの辺も等しいので，

BA＝BE だから，△BAE は二等辺三角形である。

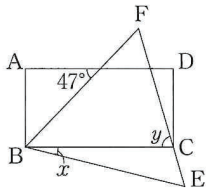
∠x＝(180°－30°)÷2＝75°　　∠x＝75°



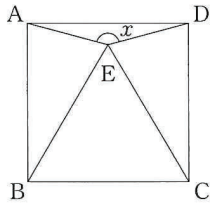
Try

次の$\angle x$，$\angle y$の大きさを求めなさい。

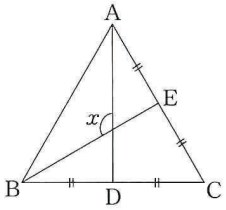
(1) 四角形 ABCD は長方形，△BEF は正三角形



(2) 四角形 ABCD は正方形，△BCE は正三角形



(3) △ABC は正三角形

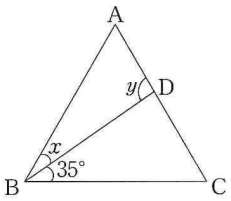


Exercise

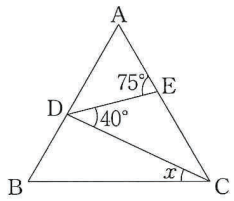
次の問いに答えなさい。

(1) 次の$\angle x$，$\angle y$の大きさを求めなさい。

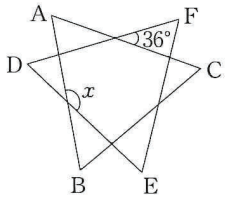
① △ABC は正三角形



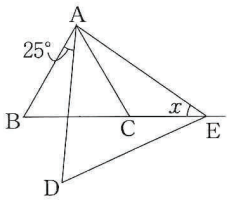
② △ABC は正三角形



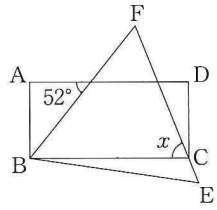
③ △ABC，△DEF は正三角形



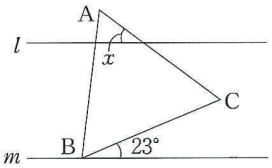
④ △ABC，△ADE は正三角形



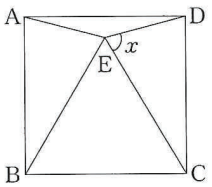
⑤ 四角形 ABCD は長方形，△BEF は正三角形



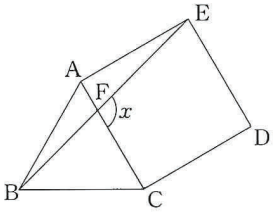
⑥ $l \parallel m$，△ABC は正三角形



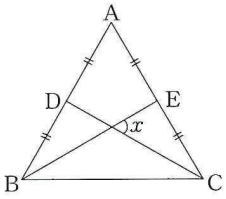
⑦ 四角形 ABCD は正方形，△BCE は正三角形



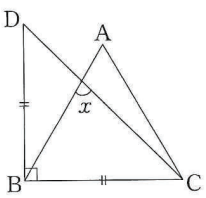
⑧ △ABC は正三角形，四角形 ACDE は正方形



⑨ △ABC は正三角形



⑩ △ABC は正三角形



(2) 次の(　　)にあてはまることばを書きなさい。

正三角形の定義は，(　　)である。

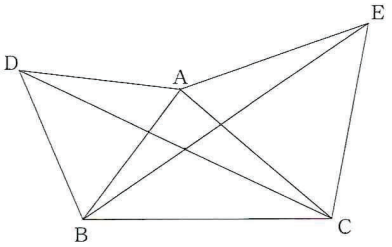
5-5 正三角形の性質を利用した証明

Point!

図に**正三角形**があるときは，＿3つの辺が等しい＿（定義），＿内角がすべて60°＿（性質）を利用する。

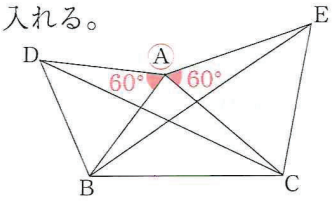
Warm Up

右の図の△ABCで，その外側に辺AB，辺ACを1辺とする正三角形ABD，正三角形ACEをつくる。このとき，DC＝BEとなることを証明しなさい。

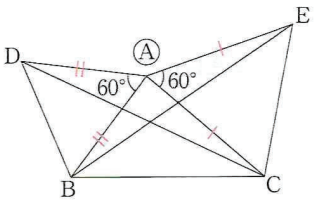


解説 2つの正三角形を組み合わせた図形の証明は，等しい辺や角の印をすべて図にかき入れてしまうとわかりにくくなってしまうので，次の手順でかき入れる。

❶ 共通の頂点に○印をつける。
（正三角形ABDと正三角形ACE→A）
この頂点で，2つの正三角形の内角に60°とかき入れる。



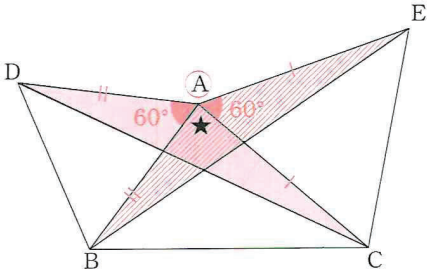
❷ ❶の角をつくっている正三角形の辺だけにそれぞれ等しい印をかき入れる。



❸ 証明する辺の後に，○印のアルファベットをつけると，合同を証明する三角形になる。
DC＝BEを証明したいので，

△DCA≡△BEAを証明する。

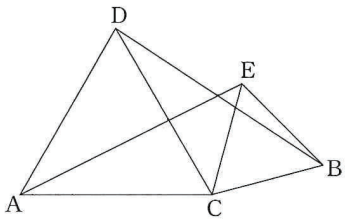
［証明］



△DCAと△BEAにおいて，
△ABDと△ACEは正三角形なので，
AD＝AB ……① ……「2組の辺と」
AC＝AE ……②
∠DAB＝∠CAE＝60° ……60°と書いた角
ここで，∠DAC＝60°＋∠BAC ……60°の角＋★の角
∠BAE＝60°＋∠BAC ……60°の角＋★の角
よって，∠DAC＝∠BAE ……③ ……「その間の角」
①，②，③より，2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいので，
△DCA≡△BEA
合同な図形の対応する辺の長さは等しいので，DC＝BE

Try

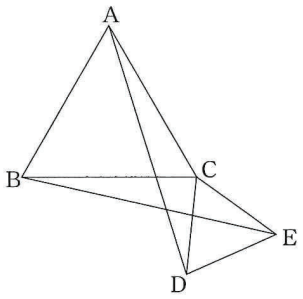
右の図で，△ACD と△CBE は正三角形である。線分 AE，DB をひくとき，AE＝DB となることを証明しなさい。



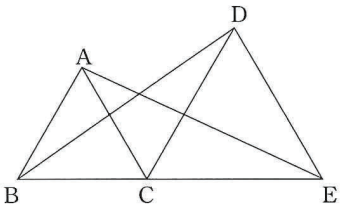
Exercise

次の問いに答えなさい。

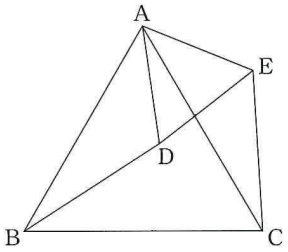
(1) 右の図で，△ABC，△CDE をそれぞれ正三角形とするとき，AD＝BE であることを証明しなさい。



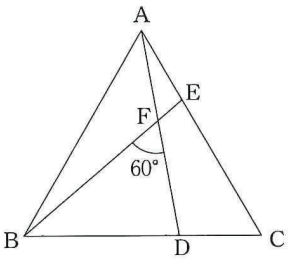
(2) 右の図で，△ABC と△DCE は正三角形である。このとき，AE＝BD となることを証明しなさい。



(3) 右の図で，△ABC と△ADE は正三角形である。このとき，BD＝CE となることを証明しなさい。



(4) 右の図で，△ABC は正三角形である。∠BFD＝60° のとき，△ABD≡△BCE であることを次のように証明した。**ア**～**カ**をうめて証明を完成させなさい。



［証明］

△ABD と△BCE において，

△ABC は［ **ア** ］なので，AB＝［ **イ** ］……①

∠ABD＝∠［ **ウ** ］＝60°……②

三角形の内角と外角の関係より，

∠［ **エ** ］＝60°－∠ABF……③

△ABC は［ **ア** ］だから，∠［ **オ** ］＋∠ABF＝60°

よって，∠［ **オ** ］＝60°－∠ABF……④

③，④より，∠［ **エ** ］＝∠［ **オ** ］……⑤

①，②，⑤より，［ **カ** ］ので，△ABD≡△BCE

5-6 ことがらの逆

Point!

- あることがらの，仮定と結論を入れかえたものを，逆 という。
  「A ならば B 」 $\xrightarrow[\text{逆}]{}$ 「B ならば A 」
- あることがらが正しくても，**逆はつねに正しいとはかぎらない。**
- ことがらが正しくない場合の例を**反例**という。
- 多角形のことがらの逆をいうときは，**何の図形か**を最初につける。

Warm Up

次の問いに答えなさい。

(1) 次のことがらの逆をいいなさい。また，それが正しい場合は○，正しくない場合は×で答えなさい。

① 2つの整数 a，b で，$a<0$，$b<0$ ならば，$a+b<0$ である。

② △ABC≡△DEF ならば，AB＝DE，BC＝EF，CA＝FD

(2) 次のことがらの逆をいいなさい。また，それが正しい場合は○，正しくない場合は×で答え，反例をあげなさい。

① 2つの整数 a，b で，a，b が奇数ならば，$a+b$ は偶数である。

② 正方形の4つの内角は等しい。

解説 (1) ①「A ならば B 」の前にある部分はそのまま書く。

逆　2つの整数 a，b で，$a+b<0$ ならば，$a<0$，$b<0$ である。

$a+b<0$ でも，$a=-4$，$b=1$ などが考えられるので，正しくない。

よって，×

正しいかどうかを考えるときは，具体的な数字を入れて考える

② 逆　△ABCと△DEF で，

AB＝DE，BC＝EF，CA＝FD ならば，△ABC≡△DEF

合同条件「3組の辺がそれぞれ等しい」にあてはまる。

よって，○

「△ABCと△DEF で，」を最初につける

(2) ① 逆　2つの整数 a，b で，$a+b$ が偶数ならば，a，b は奇数である。

×　反例：$a=2$，$b=4$

反例を考えるときは，具体的な数字を入れて考える

② 逆　四角形で，4つの内角が等しいならば，正方形である。

×　反例：長方形

「四角形で，」を最初につける

Try

次の問いに答えなさい。

(1) 次のことがらの逆をいいなさい。また，それが正しい場合は○，正しくない場合は×で答えなさい。

① $a>0$，$b>0$ ならば，$ab>0$ である。

② △ABC で，AB＝AC ならば，∠B＝∠C である。

③ 合同な 2 つの三角形の面積は等しい。

(2) 次のことがらの逆をいいなさい。また，それが正しい場合は○，正しくない場合は×で答え，反例をあげなさい。

① $x\geqq 5$ ならば $x>3$ である。

② 2 つの整数 a，b で，a，b が偶数ならば，$a+b$ は偶数である。

③ 正三角形の 3 つの角は等しい。

Exercise

次の問いに答えなさい。

(1) 次のことがらの逆をいいなさい。また，それが正しい場合は○，正しくない場合は×で答えなさい。

① $a>0$，$b>0$ ならば，$a+b>0$ である。

② $a>0$，$b<0$ ならば，$ab<0$ である。

③ △ABC≡△DEF ならば，AB＝DE である。

④ △ABC で，∠A＝90° ならば，∠B＋∠C＝90° である。

⑤ △ABC が鋭角三角形ならば，∠A は鋭角である。

⑥ 2 つの直線が平行ならば，錯角は等しい。

⑦ 2 直線が平行ならば，同位角は等しい。

⑧ 合同な 2 つの三角形は 3 組の角がそれぞれ等しい。

(2) 次のことがらの逆をいいなさい。また，それが正しい場合は○，正しくない場合は×で答え，反例をあげなさい。

① $x\leqq 1$ ならば $x<3$ である。

② $x\geqq 1$ ならば $x>0$ である。

③ 2 つの整数 a，b で，a も b も偶数ならば，積 ab は偶数である。

④ x が 6 の倍数ならば，x は 3 の倍数である。

⑤ △ABC が正三角形ならば，∠A＝∠B＝60° である。

⑥ $x=3$ ならば，$4x-5=7$ である。

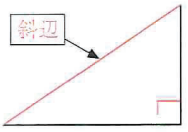
⑦ $x=7$，$y=3$ ならば，$x+y=10$ である。

⑧ 二等辺三角形の 2 つの角は等しい。

5-7 直角三角形の合同条件

Point!

直角三角形で，直角に対する辺を 斜辺 という。

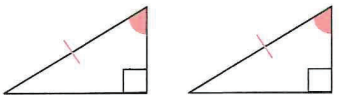


P.220 を見て教科書通りに赤ペンで書き写し，その表現で暗記しよう（使っている教科書は先生に確認しよう）。

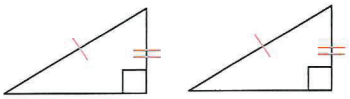
直角三角形の合同条件

＊「直角三角形の」が抜けると減点されるので注意。

① 直角三角形の斜辺と１つの鋭角がそれぞれ等しい



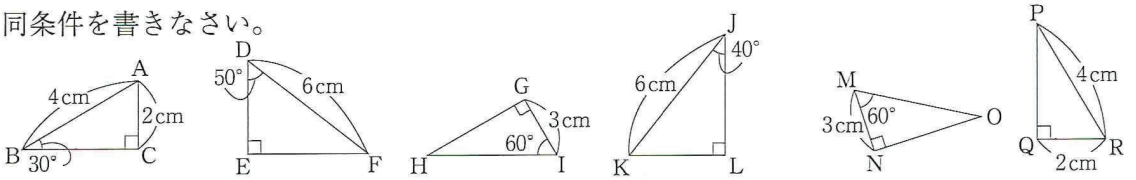
② 直角三角形の斜辺と他の１辺がそれぞれ等しい



三角形に直角があっても，斜辺がわからないときは直角三角形の合同条件が使えないので，三角形の合同条件で考える。

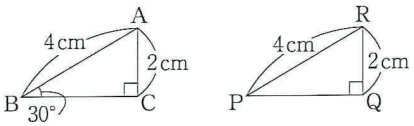
Warm Up

下の図で，合同な直角三角形をみつけ，記号≡を使って表しなさい。また，そのときに使った合同条件を書きなさい。



解説 △ABC≡△RPQ

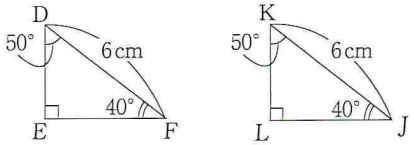
直角三角形の斜辺と他の１辺がそれぞれ等しい



△DEF≡△KLJ

直角三角形の斜辺と１つの鋭角がそれぞれ等しい

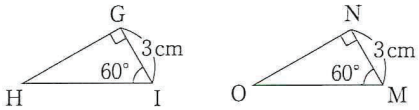
三角形の合同条件「1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しい」を使ってもよい



△GHI≡△NOM

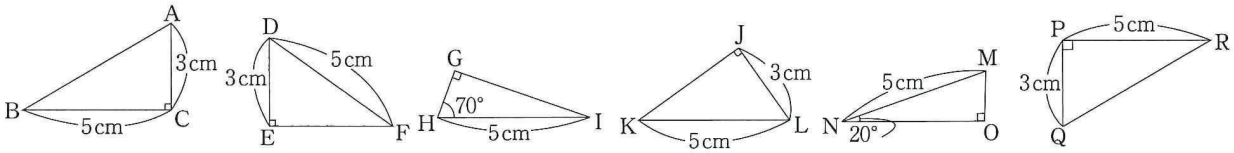
1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しい

三角形の合同条件



Try

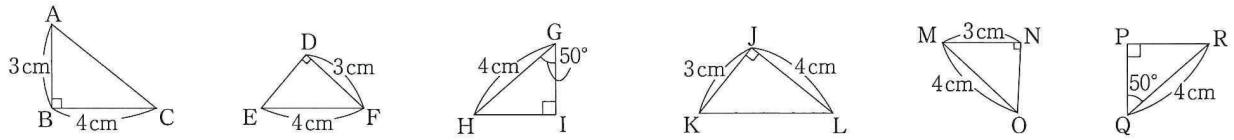
下の図で，合同な直角三角形をみつけ，記号≡を使って表しなさい。また，そのときに使った合同条件を書きなさい。



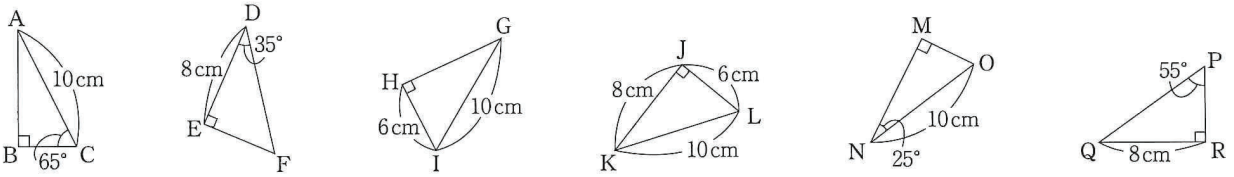
Exercise

次の問いに答えなさい。

(1) 下の図で，合同な直角三角形をみつけ，記号≡を使って表しなさい。また，そのときに使った合同条件を書きなさい。



(2) 下の図で，合同な直角三角形をみつけ，記号≡を使って表しなさい。また，そのときに使った合同条件を書きなさい。



(3) 次の(　　)にあてはまることばを書きなさい。

・直角三角形で，直角に対する辺を(①　　)という。

・直角三角形の合同条件　(②　　)

(③　　)

5-8 直角三角形の合同条件を利用した証明

Point!

P.220 を見て教科書通りに赤ペンで書き写し，その表現で暗記しよう（使っている教科書は先生に確認しよう）。

直角三角形の合同条件

① 直角三角形の斜辺と１つの鋭角がそれぞれ等しい

② 直角三角形の斜辺と他の１辺がそれぞれ等しい

直角三角形の合同の証明は，合同条件の順に書いていくとわかりやすい。

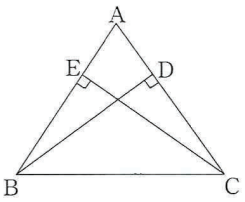
❶ 90° の角を示す。……「直角三角形の」

❷ 斜辺が等しいことを示す。……「斜辺と」

❸ 90° 以外の角または斜辺以外の辺が等しいことを示す。……「1 つの鋭角が」「他の 1 辺が」

Warm Up

AB＝AC の二等辺三角形 ABC がある。頂点 B，C から，AC，AB にそれぞれ垂線 BD，CE をひく。このとき，∠ECB＝∠DBC であることを証明しなさい。



解説 [証明]

△ECB と△DBC において，……証明したい∠ECB，∠DBC をふくむ三角形を 2 つみつける

仮定より，

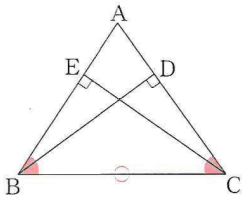
∠BEC＝∠CDB＝90° ……①……❶「直角三角形の」「＝90°」がないと減点されるので注意

共通な辺なので，

BC＝CB ……②……❷「斜辺と」

二等辺三角形の底角は等しいので，

∠EBC＝∠DCB ……③……❸「1 つの鋭角が」



①，②，③より，直角三角形の斜辺と１つの鋭角がそれぞれ等しいので，……ないと減点されるので注意

△ECB≡△DBC

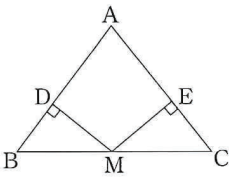
合同な図形の対応する角の大きさは等しいので，

∠ECB＝∠DBC

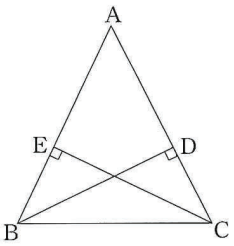
Try

次の問いに答えなさい。

(1) △ABC で，BC の中点 M から辺 AB，AC に垂線 MD，ME をひくと，MD＝ME になった。このとき，∠DBM＝ ∠ECM となることを証明しなさい。



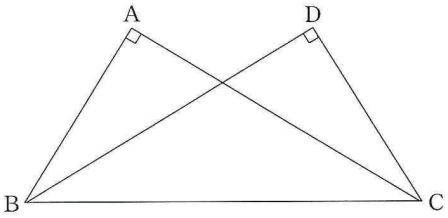
(2) 右の図の△ABC で，BD，CE はそれぞれ辺 AC，AB の垂線である。∠EBC＝ ∠DCB ならば，BE＝CD となることを証明しなさい。



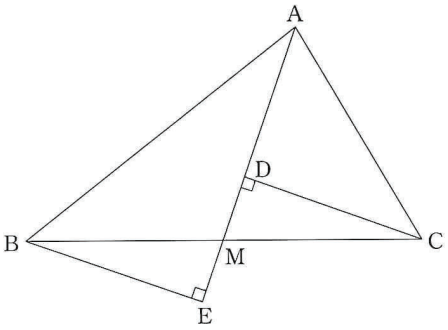
Exercise

次の問いに答えなさい。

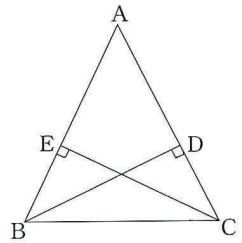
(1) 右の図で，AB＝DC，∠BAC＝ ∠CDB＝90° であるとき，∠ABC＝ ∠DCB であることを証明しなさい。



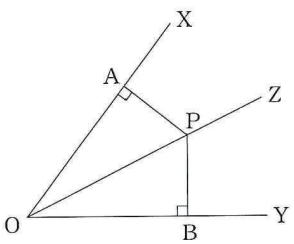
(2) 右の図の△ABC で，点 M は辺 BC の中点である。直線 AM に点 B，C から垂線をひき，交点をそれぞれ E，D とする。このとき，BE＝CD になることを証明しなさい。



(3) AB＝AC の二等辺三角形 ABC で，頂点 B，C から，それぞれ辺 AC，AB に垂線 BD，CE をひく。このとき，CD＝BE となることを証明しなさい。



(4) ∠XOY の二等分線 OZ 上の点 P から，半直線 OX，OY に垂線をひき，OX，OY との交点をそれぞれ A，B とするとき，PA＝PB であることを証明しなさい。



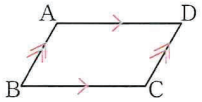
5-9 平行四辺形の定義と性質

Point!

P.221，222 を見て教科書通りに赤ペンで書き写し，その表現で暗記しよう（使っている教科書は先生に確認しよう）。

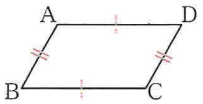
平行四辺形の定義

2 組の対辺がそれぞれ平行な四角形

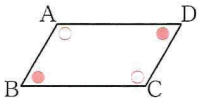


平行四辺形の性質

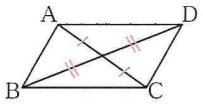
① 2 組の対辺はそれぞれ等しい



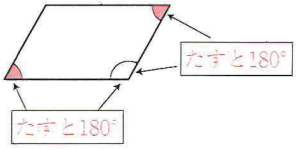
② 2 組の対角はそれぞれ等しい



③ 対角線はそれぞれの中点で交わる



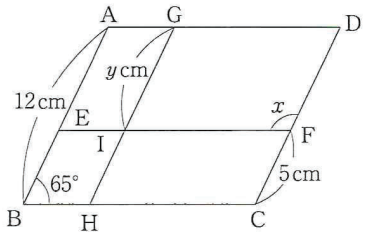
平行四辺形のとなりどうしの角をたすと 180° になる。



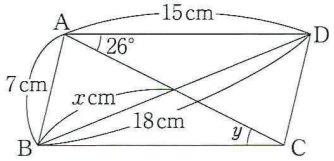
Warm Up

次の図の四角形 ABCD は平行四辺形である。x，y の値を求めなさい。

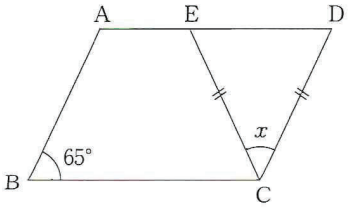
(1) AB // GH，BC // EF



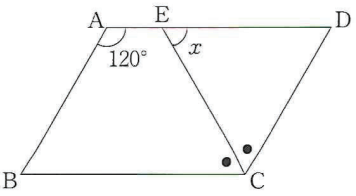
(2)



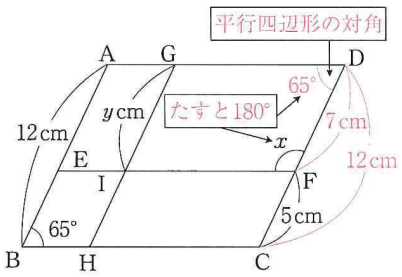
(3)



(4)



解説 (1)

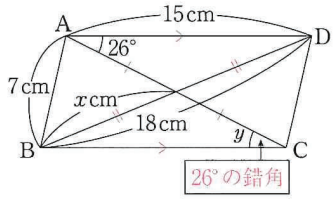


$\angle x+65^\circ=180^\circ$

これを解いて，$\angle x=115^\circ$

$y=7$

(2)

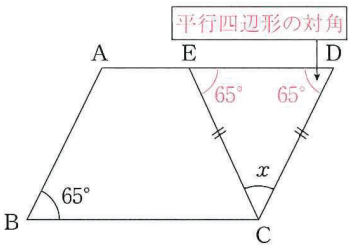


$x=18\div2$

$x=9$

$\angle y=26^\circ$

(3)

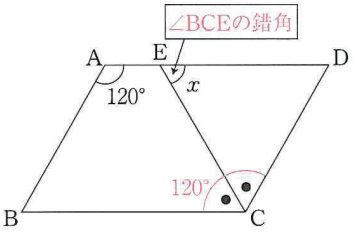


△CDE は二等辺三角形なので，

$\angle x=180^\circ-65^\circ\times2$

$\angle x=50^\circ$

(4)



$\angle BCE=120^\circ\div2$

$=60^\circ$

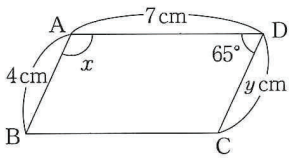
$\angle x=\angle BCE$

$\angle x=60^\circ$

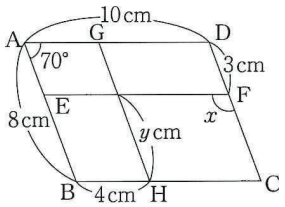
Try

次の図の四角形 ABCD は平行四辺形である。x，y の値を求めなさい。

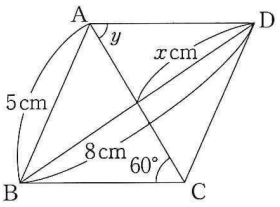
(1)



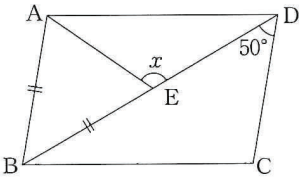
(2) AB // GH，AD // EF



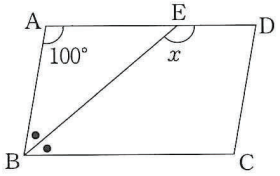
(3)



(4)



(5)

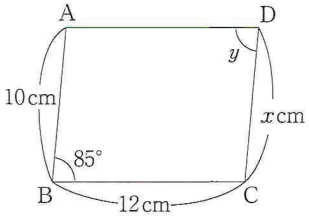


Exercise

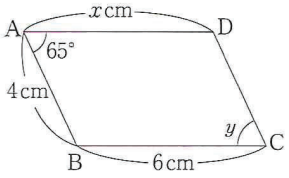
次の問いに答えなさい。

(1) 次の図の四角形 ABCD は平行四辺形である。a, b, x, y の値を求めなさい。

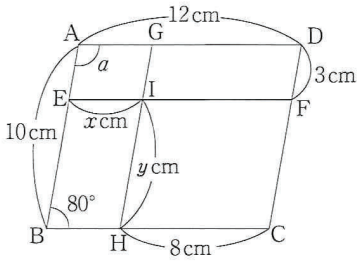
①



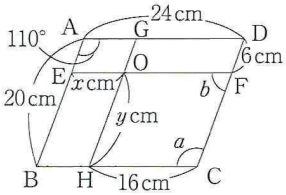
②



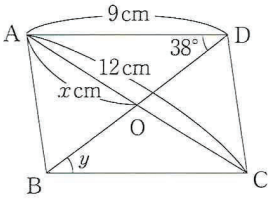
③ AB // GH, AD // EF



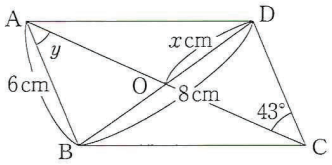
④ AB // GH, AD // EF



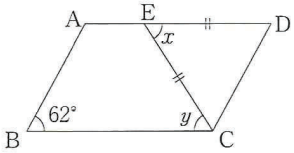
⑤



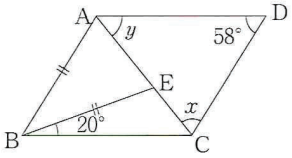
⑥



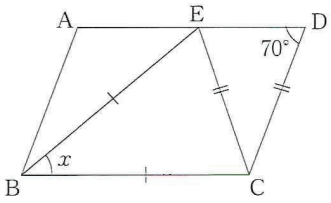
⑦



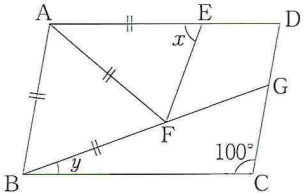
⑧



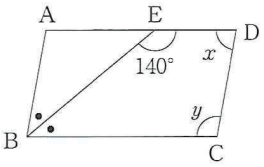
⑨



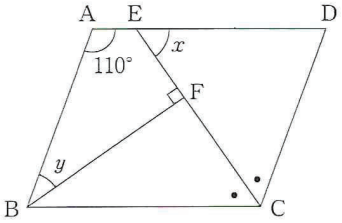
⑩



⑪

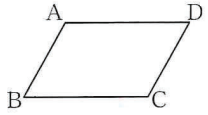


⑫

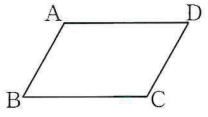


(2) 次の(　　)にあてはまることばを書き，右の図にそれにあたる部分を印で示しなさい。

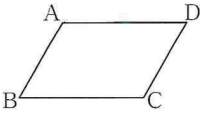
・平行四辺形の定義　(①　　)



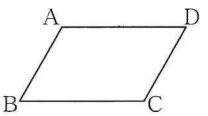
・平行四辺形の性質　(②　　)



(③　　)



(④　　)



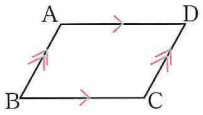
5-10 平行四辺形の性質を利用した証明

Point!

P.221，222 を見て教科書通りに赤ペンで書き写し，その表現で暗記しよう（使っている教科書は先生に確認しよう）。

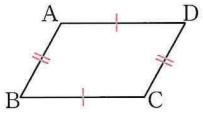
平行四辺形の定義

2 組の対辺がそれぞれ平行な四角形

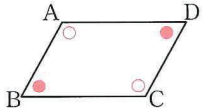


平行四辺形の性質

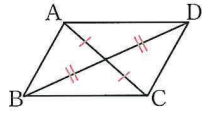
① 2 組の対辺はそれぞれ等しい



② 2 組の対角はそれぞれ等しい



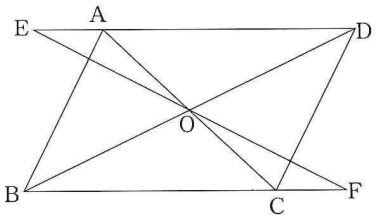
③ 対角線はそれぞれの中点で交わる



平行四辺形 ABCD を，記号▱を使って，▱ABCD と書くことがある。

Warm Up

右の図のように，▱ABCD の対角線の交点 O を通る直線が，DA，BC の延長と交わる点をそれぞれ E，F とするとき，EO＝FO となる。このことを証明しなさい。



解説 平行四辺形の証明では，等しい辺や角をすべて図にかき入れてしまうとわかりにくくなってしまうので，次の手順でかき入れる。

❶ 結論を証明するために利用する三角形をみつける。

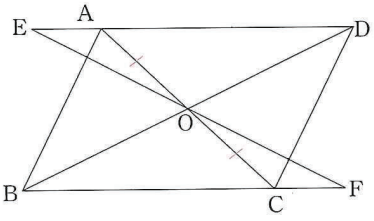
EO＝FO を証明したいので，

△EOA と△FOC の合同を証明すればよい。

❷ ❶ の三角形の辺だけに注目し，

等しい長さに印をつける。

対角線は，それぞれの中点で交わる



❸ 合同条件にあてはまるように等しい角をさがす。

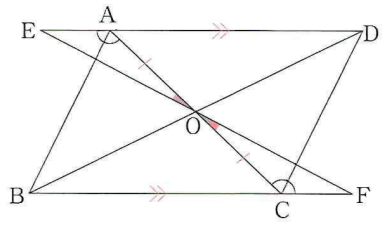
1 辺に印→両端の角に注目する。

2 辺に印→その間の角に注目する。

＊直角三角形の場合は，直角三角形の合同条件にあてはまるように等しい角をさがす。

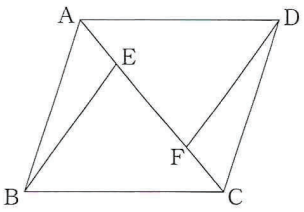
次ページへ続く

［証明］
△EOA と△FOC において，
平行四辺形の対角線はそれぞれの中点で交わるので，
AO＝CO ……①
ED // BF で，錯角は等しいので，
∠OAE＝∠OCF ……②
対頂角は等しいので，∠AOE＝∠COF ……③
①，②，③より，1 組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいので，
△EOA ≡ △FOC
合同な図形の対応する辺の長さは等しいので，EO＝FO



Try

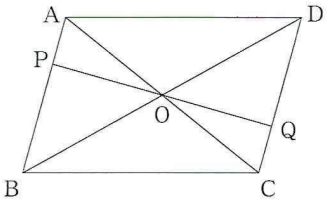
右の図の□ABCD の対角線 AC 上に，AE＝CF となるように 2 点 E，F をとる。このとき BE＝DF となることを証明しなさい。



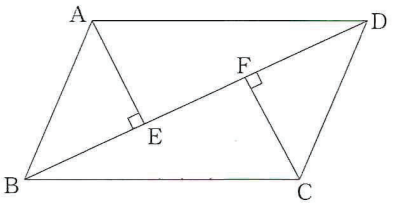
Exercise

次の問いに答えなさい。

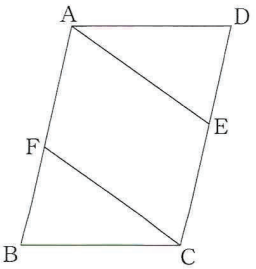
(1) 右の図の□ABCD で，対角線の交点 O を通る直線をひき，AB，CD との交点をそれぞれ P，Q とする。AP＝CQ であることを証明しなさい。



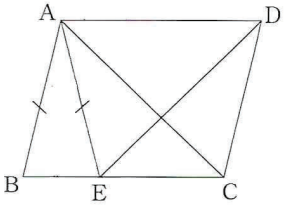
(2) 右の図において，四角形 ABCD は平行四辺形である。また，点 A と点 C から対角線 BD に垂線 AE，CF をひく。このとき，AE＝CF となることを証明しなさい。



(3) 右の図のように，□ABCD の辺 CD，AB 上にそれぞれ点 E，F をとる。∠DAE＝∠BCF であるとき，DE＝BF となることを証明しなさい。



(4) 右の図の□ABCD で，E は辺 BC 上の点で，AB＝AE であるとき，AC＝ED となることを証明しなさい。

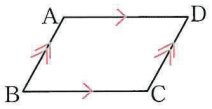


5-11 平行四辺形になるための条件

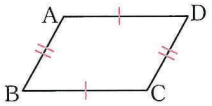
Point!

P.223 を見て教科書通りに赤ペンで書き写し，その表現で暗記しよう（使っている教科書は先生に確認しよう）。

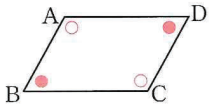
平行四辺形になるための条件

① 

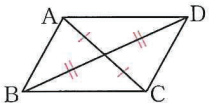
2組の対辺がそれぞれ平行である

② 

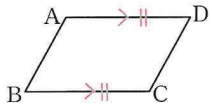
2組の対辺がそれぞれ等しい

③ 

2組の対角がそれぞれ等しい

④ 

対角線がそれぞれの中点で交わる

⑤ 

1組の対辺が平行でその長さが等しい

Warm Up

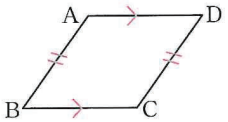
四角形 ABCD の対角線の交点を O とするとき，次の条件のうちで四角形 ABCD が平行四辺形になるものをすべて選び，記号で答えなさい。

ア AD // BC，AB＝DC　　**イ** AB // DC，AB＝DC　　**ウ** AB＝DA，BC＝CD

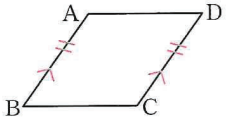
エ AO＝CO，BO＝DO　　**オ** AD // BC，∠A＋∠D＝180°

解説 まず平行四辺形 ABCD をかく。その中にそれぞれの条件をかき入れ，条件①～⑤にあてはまるものを選ぶ。

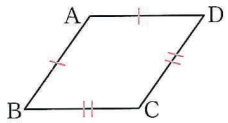
ア 条件にあてはまらない。



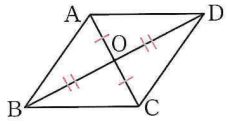
イ 条件⑤にあてはまる。



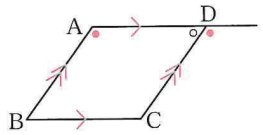
ウ 条件にあてはまらない。



エ 条件④にあてはまる。



オ 同位角が等しくなるので，AB // DC
よって，条件①にあてはまる。



平行と角に関する条件があるときは，同位角や錯角を考える

よって，**イ，エ，オ**

Try

四角形 ABCD の対角線の交点を O とするとき，次の条件のうちで四角形 ABCD が平行四辺形になるものをすべて選び，記号で答えなさい。

ア　AB // DC，AD // BC
イ　AD // BC，AB＝DC
ウ　AB // DC，AB＝DC
エ　AO＝BO，CO＝DO
オ　AO＝CO，BO＝DO
カ　∠A＋∠B＝180°，∠A＋∠D＝180°

Exercise

次の問いに答えなさい。

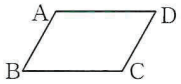
(1) 四角形 ABCD の対角線の交点を O とするとき，次の条件のうちで四角形 ABCD が平行四辺形になるものをすべて選び，記号で答えなさい。

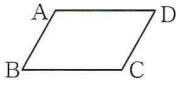
ア　AO＝DO，BO＝CO
イ　AD＝BC，AD // BC
ウ　∠A＝∠C，∠B＝∠D
エ　AD＝BC，∠A＝∠C
オ　AB // DC，∠A＝∠C
カ　AD // BC，AB＝DC

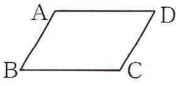
(2) 次の条件のうちで四角形 ABCD が平行四辺形になるものをすべて選び，記号で答えなさい。

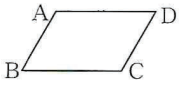
ア　∠A＝100°，∠B＝80°
イ　∠B＝120°，∠C＝60°，∠D＝120°
ウ　AB＝5 cm，BC＝7 cm，CD＝5 cm，DA＝7 cm
エ　∠ACB＝60°，∠CAD＝60°，BC＝7 cm，AD＝7 cm
オ　AB＝3 cm，BC＝3 cm，CD＝4 cm，DA＝4 cm
カ　AB // CD，BC＝6 cm，AD＝6 cm

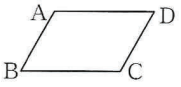
(3) 平行四辺形になるための条件を書き，右の図にそれにあたる部分を印で示しなさい。

(①　　)　

(②　　)　

(③　　)　

(④　　)　

(⑤　　)　

5-12 平行四辺形であることの証明

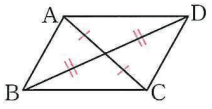
Point!

平行四辺形であることを証明するときは，**平行四辺形になるための条件**を利用する。

P.223 を見て教科書通りに赤ペンで書き写し，その表現で暗記しよう（使っている教科書は先生に確認しよう）。

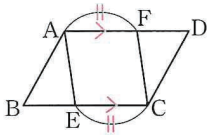
① 仮定に 2 つの対角線が与えられているときは，

「対角線がそれぞれの中点で交わる」を使うことが多い。



② 平行四辺形の 1 組の対辺が他の平行四辺形の辺と重なっているときは，

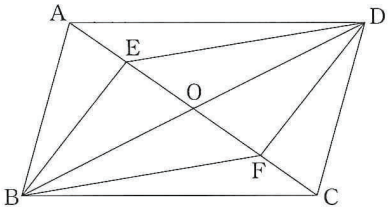
「1 組の対辺が平行でその長さが等しい」を使うことが多い。



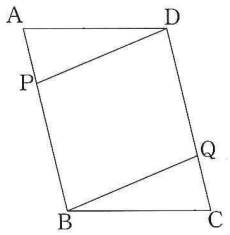
Warm Up

次の問いに答えなさい。

(1) 右の図のように，▱ABCD の対角線 AC 上に 2 点 E，F を AE＝CF となるようにとる。AC と BD の交点を O として，四角形 DEBF が平行四辺形であることを証明しなさい。



(2) 右の図のように，▱ABCD で，辺 AB，CD 上にそれぞれ点 P，Q を，AP＝CQ となるようにとると，四角形 PBQD は平行四辺形になる。このことを証明しなさい。



解説 (1) 仮定に 2 つの対角線が与えられているので，「対角線がそれぞれの中点で交わる」を使う。

つまり，四角形 DEBF において，BO＝DO，EO＝FO を示せばよい。

［証明］

平行四辺形の対角線はそれぞれの中点で交わるので，

BO＝DO ……①

AO＝CO ……②

仮定より，AE＝CF ……③

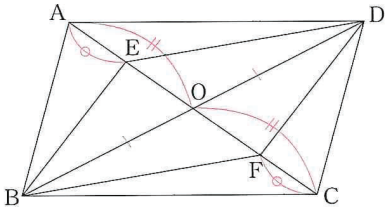
②，③より，

AO－AE＝CO－CF

（②，③の左辺どうし，右辺どうしをひき算する）

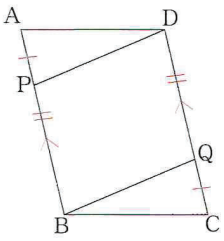
よって，EO＝FO ……④

①，④より，対角線がそれぞれの中点で交わるので，四角形 DEBF は平行四辺形である。



次ページへ続く

(2) 平行四辺形の1組の対辺が他の平行四辺形の辺と重なっているので，「1組の対辺が平行でその長さが等しい」を使う。
つまり，四角形PBQDにおいて，PB // DQ，PB＝DQを示せばよい。



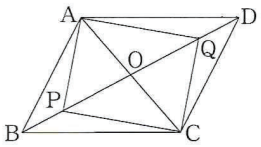
［証明］
平行四辺形の2組の対辺はそれぞれ平行なので，AB // DC
つまり，PB // DQ ……①
平行四辺形の2組の対辺はそれぞれ等しいので，
AB＝DC ……②
仮定より，AP＝CQ ……③
②，③より，
AB－AP＝DC－CQ
よって，PB＝DQ ……④
①，④より，1組の対辺が平行でその長さが等しいので，四角形PBQDは平行四辺形になる。

②，③の左辺どうし，右辺どうしをひき算する

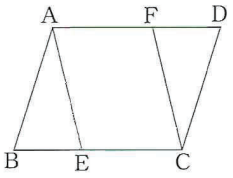
Try

次の問いに答えなさい。

(1) 右の図のような▱ABCDがある。対角線の交点をOとし，対角線BD上にBP＝DQとなる点P，Qをとると，四角形APCQは平行四辺形であることを証明しなさい。



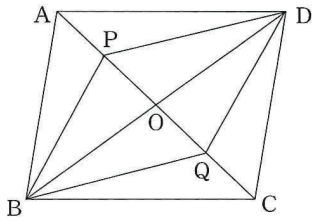
(2) 右の図のように，▱ABCDの辺BC，AD上にそれぞれ点E，Fを，BE＝DFとなるようにとるとき，四角形AECFは平行四辺形になる。このことを証明しなさい。



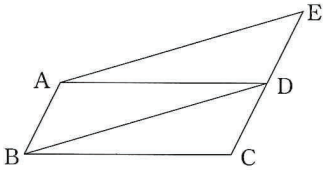
Exercise

次の問いに答えなさい。

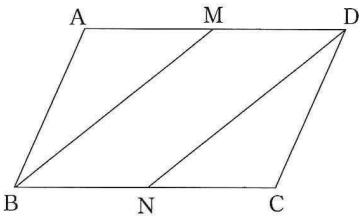
(1) 右の図のように，▱ABCD の対角線 AC 上に 2 点 P，Q を AP＝CQ となるようにとる。AC と BD の交点を O として，四角形 DPBQ が平行四辺形であることを証明しなさい。



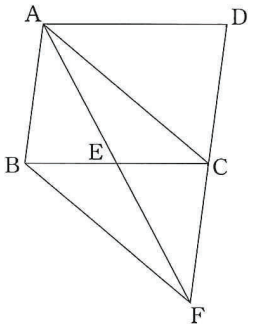
(2) 右の図のように，▱ABCD の辺 CD の延長線上に，ED＝DC となる点 E をとる。このとき，四角形 ABDE は平行四辺形であることを証明しなさい。



(3) 右の図のように，▱ABCD の 1 組の対辺 AD，BC の中点をそれぞれ M，N とするとき，四角形 MBND は平行四辺形になる。このことを証明しなさい。



(4) 右の図のように，▱ABCD の辺 BC の中点を E，直線 AE と直線 DC の交点を F とする。このとき，四角形 ABFC が平行四辺形となることを次のように証明した。**ア**～**コ**にあてはまるものを答えなさい。



［証明］

△ABE と△FCE において，

仮定より，BE＝［　**ア**　］……①

AB // DF より，［　**イ**　］は等しいので，

∠ABE＝∠［　**ウ**　］……②

［　**エ**　］は等しいので，

∠AEB＝∠［　**オ**　］……③

①，②，③より，［　　**カ**　　］ので，

△ABE≡△FCE

合同な図形の対応する［　**キ**　］は等しいので，

［　**ク**　］＝［　**ケ**　］……④

①，④より，［　　**コ**　　］ので，

四角形 ABFC は平行四辺形である。

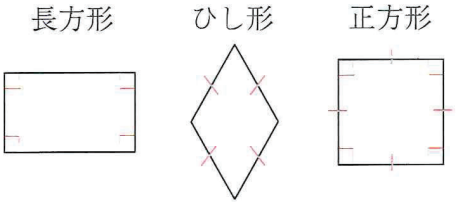
5-13 特別な平行四辺形

Point!

P.224，225 を見て教科書通りに赤ペンで書き写し，その表現で暗記しよう（使っている教科書は先生に確認しよう）。

長方形の定義　4 つの角がすべて等しい四角形

ひし形の定義　4 つの辺がすべて等しい四角形

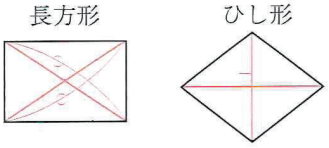


正方形の定義　4 つの角がすべて等しく，4 つの辺がすべて等しい四角形

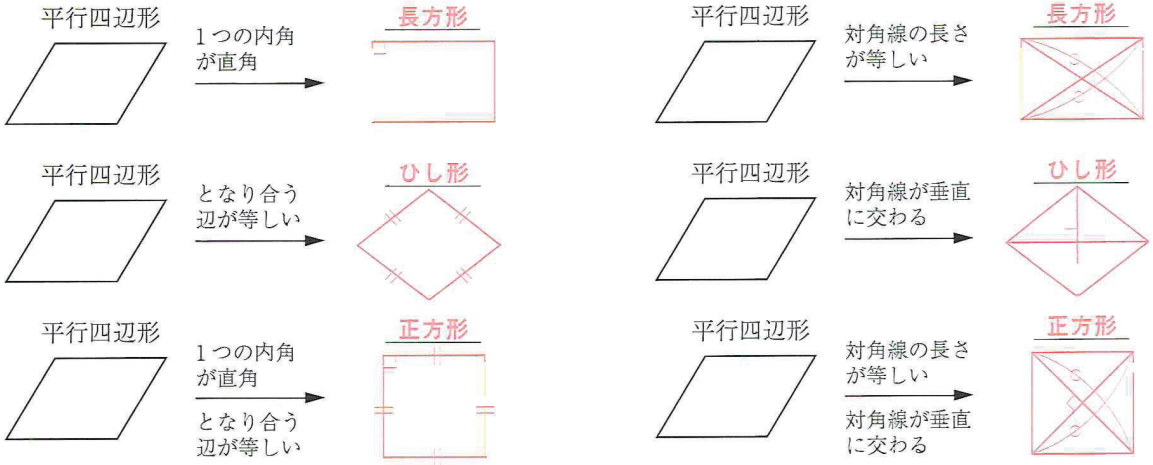
対角線の性質

・長方形の対角線は　長さが等しい　。

・ひし形の対角線は　垂直に交わる　。



特別な平行四辺形になるための条件



Warm Up

次の問いに答えなさい。

(1) 次の①～③のそれぞれの四角形について，**ア**～**ウ**の性質であてはまるものをすべて選びなさい。

① 長方形　② ひし形　③ 正方形

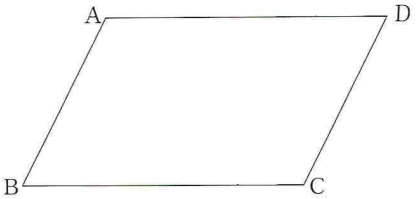
ア：4 つの角がすべて等しい　**イ**：4 つの辺がすべて等しい　**ウ**：2 組の対辺がそれぞれ等しい

(2) 平行四辺形 ABCD に次の条件を与えると，それぞれどんな四角形になるか答えなさい。

① AB＝AD

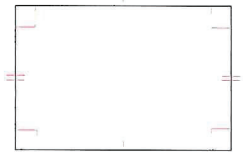
② ∠D＝90°

③ AB＝AD，∠C＝90°



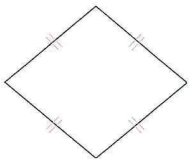
解説 (1) 図をかいて，四角形の定義や性質から考える。

① 長方形



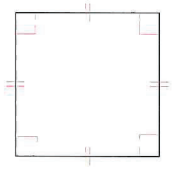
4つの角がすべて等しく，
2組の対辺がそれぞれ等しい。 **ア，ウ**

② ひし形



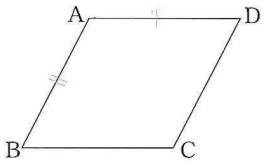
4つの辺がすべて等しいので，
2組の対辺もそれぞれ等しくなる。 **イ，ウ**

③ 正方形

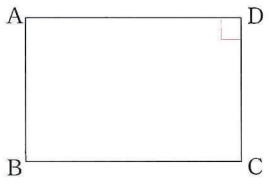


4つの角がすべて等しく，
4つの辺がすべて等しいので，
2組の対辺もそれぞれ等しくなる。 **ア，イ，ウ**

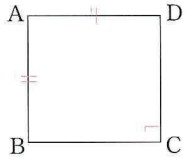
(2) ① となり合う辺が等しいので，ひし形



② 1つの内角が直角なので，長方形



③ となり合う辺が等しく，1つの内角が直角なので，正方形



Try

次の問いに答えなさい。

(1) 次の①～③のそれぞれの性質をもっている図形を，**ア**～**ウ**からすべて選び，記号で答えなさい。

① 4つの辺の長さが等しい。　② 対角線の長さが等しい。　③ 2組の対角がそれぞれ等しい。

ア：長方形　**イ**：ひし形　**ウ**：正方形

(2) 平行四辺形 ABCD に次の条件を与えると，それぞれどんな四角形になるか答えなさい。

① $\angle A=90°$　② AC＝BD，AC⊥BD　③ AB＝BC

Exercise

次の問いに答えなさい。

(1) 次の①～④のそれぞれの四角形について，**ア**～**ウ**の対角線の性質であてはまるものをすべて選びなさい。

① 平行四辺形　② 長方形　③ ひし形　④ 正方形

ア：対角線の長さが等しい　**イ**：対角線は垂直に交わる　**ウ**：対角線は中点で交わる

(2) 次の①～③のそれぞれの性質をもっている図形を，**ア**～**ウ**からすべて選び，記号で答えなさい。

① 4つの角が等しい。　② 対角線が中点で交わる。

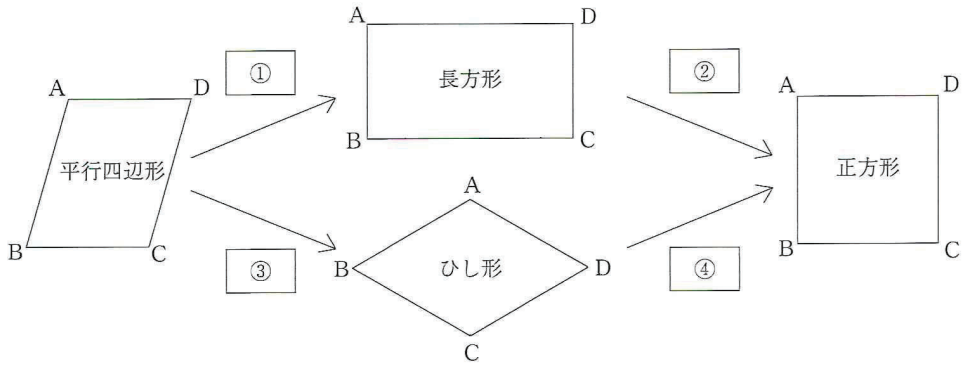
③ 1本の対角線によって，2つの直角三角形に分けられる。

ア：長方形　**イ**：ひし形　**ウ**：正方形

(3) 平行四辺形 ABCD に次の条件を与えると，それぞれどんな四角形になるか答えなさい。

① AC⊥BD　② $\angle A=\angle B$　③ AB＝AD

(4) 平行四辺形が長方形，ひし形，正方形になるためには，それぞれどんな条件を加えればよいか。次の①～④にあてはまる条件を**ア**～**エ**の中からすべて選び，記号で答えなさい。



ア：AC⊥BD　**イ**：AB＝AD　**ウ**：AC＝BD　**エ**：$\angle A=90°$

(5) 次の(　　)にあてはまることばを書きなさい。

・長方形の定義(①　　)

・ひし形の定義(②　　)

・正方形の定義(③　　)

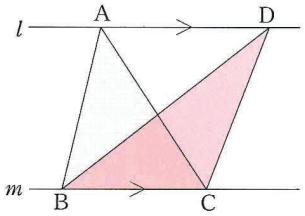
5-14 平行線と面積 ①

Point!

面積の等しい三角形は，△ABC＝△DBC のように書くことができる。

面積が等しくなる三角形

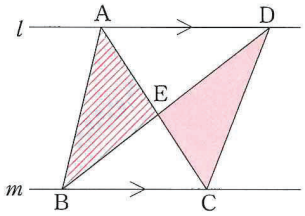
・$l \parallel m$ のとき



△ABC＝△DBC

三角形の底辺 BC が共通なら，頂点 D が l 上のどこにあっても成り立つ

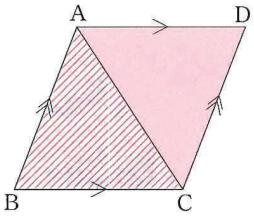
・$l \parallel m$ のとき



△ABE＝△DCE

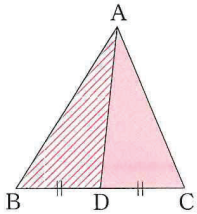
平行線にはさまれた「ちょうちょ型」でおぼえる

・四角形 ABCD が平行四辺形のとき



△ABC＝△ADC

・点 D が辺 BC の中点であるとき



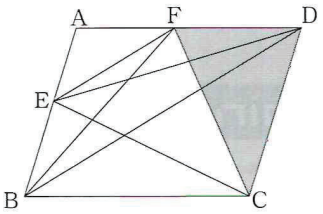
△ABD＝△ACD

中点の条件が問題にあるときに使う

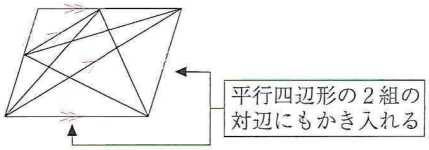
次ページへ続く

Warm Up

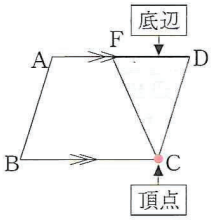
右の図で，四角形 ABCD は平行四辺形であり，EF // BD である。
このとき，△CDF と面積の等しい三角形をすべて答えなさい。



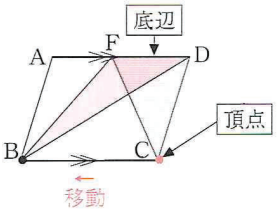
解説 ❶ 図に平行の印をかき入れる。



❷ △CDF の底辺と頂点がある 1 組の平行線をさがす。

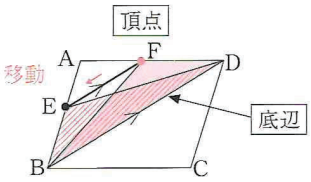


❸ 頂点を平行線に沿って移動させ，面積の等しい三角形をみつける。

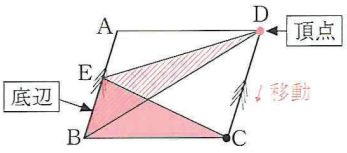


よって，△CDF＝△BDF

❹ みつけた三角形について，同様の手順で別の三角形をさがしていく。
（ただし，一度底辺として考えた辺は，新しく底辺としない。）



よって，△BDF＝△BDE



よって，△BDE＝△BCE

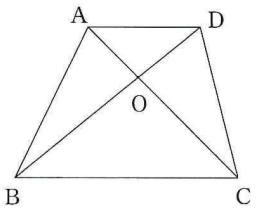
△BCE には
条件に合う辺がない
のでここで終わり

面積が等しいのは，△BDF，△BDE，△BCE

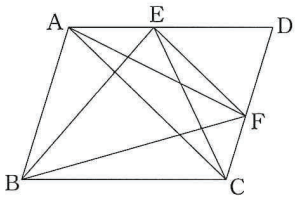
Try

次の問いに答えなさい。

(1) 右の図で，AD // BC であるとき，面積の等しい三角形の組をすべてみつけ，そのことを記号を使って表しなさい。



(2) 右の図で，四角形 ABCD は平行四辺形である。点 E は辺 AD 上，点 F は辺 CD 上にあり，AC // EF である。このとき，△ABE と面積が等しい三角形をすべて答えなさい。



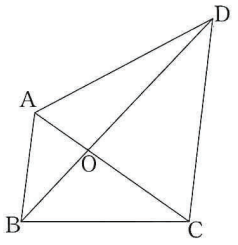
Exercise

次の問いに答えなさい。

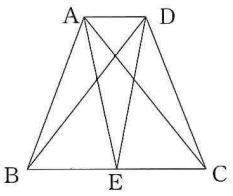
(1) 右の図で，AB // DC とするとき，次の三角形と面積の等しい三角形を答えなさい。

① △ABC

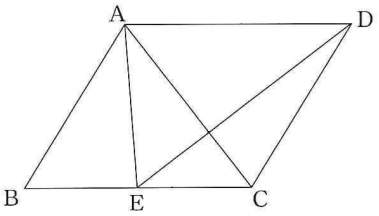
② △AOD



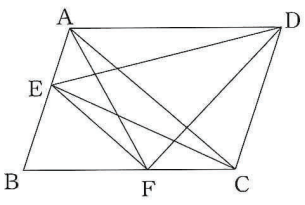
(2) 右の図の AD // BC の台形 ABCD で，E が BC の中点のとき，△ABE と面積が等しくなる三角形をすべて答えなさい。



(3) 右の図で，四角形 ABCD は平行四辺形である。このとき，△ABC と面積の等しい三角形をすべて答えなさい。



(4) 右の図で，四角形 ABCD は平行四辺形で，EF // AC である。このとき，△AFC と面積が等しい三角形をすべて答えなさい。



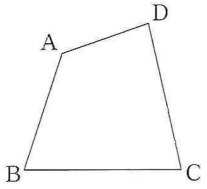
5-15 平行線と面積 ②

Point!

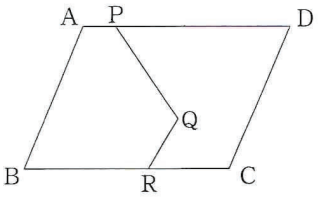
Warm Up

次の問いに答えなさい。

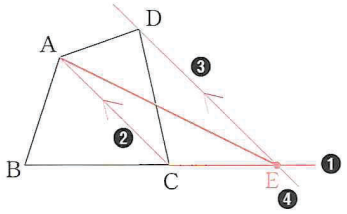
(1) 右の図の四角形 ABCD と面積の等しい△ABE をつくりなさい。
ただし，点 E は辺 BC の右側の延長上にあるようにすること。



(2) 右の図のように，平行四辺形 ABCD が折れ線 PQR で 2 つに分けられている。辺 BC 上に点 S をとり，それぞれの面積を変えないように，直線 PS を作図しなさい。



解説 (1)



作図の手順

❶ 辺 BC を右側に延長する。

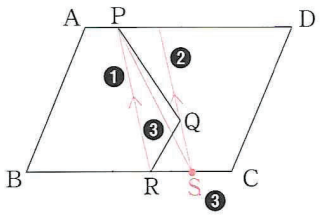
❷ 対角線 AC をひく。

❸ 頂点 D を通り，対角線 AC に平行な直線をひき，平行の印をつける。

＊平行の印(〃〃)がないと減点されるので注意。

❹ ❶との交点に E と書き，直線 AE をひく。

(2)



作図の手順

❶ 線分 PR をひく。

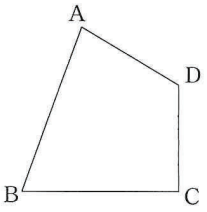
❷ 点 Q を通り PR と平行な直線をひき，平行の印をつける。

❸ BC との交点に S と書き，直線 PS をひく。

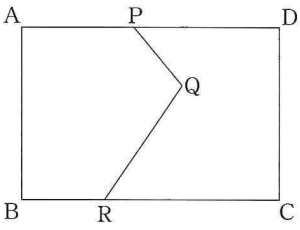
Try

次の問いに答えなさい。

(1) 右の図の四角形 ABCD と面積の等しい△ABE を作図しなさい。ただし，点 E は辺 BC の右側の延長上にあるようにすること。 作図ページ



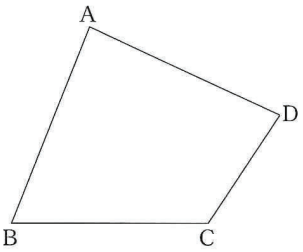
(2) 右の図のように，長方形 ABCD が折れ線 PQR で 2 つに分けられている。辺 BC 上に点 S をとり，それぞれの面積を変えないように，直線 PS を作図しなさい。 作図ページ



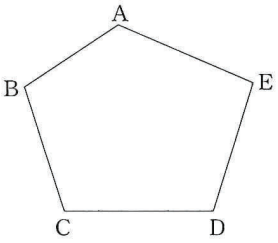
Exercise

次の問いに答えなさい。

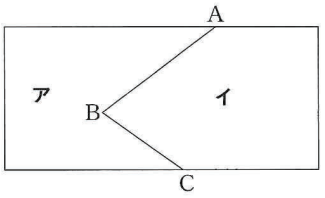
(1) 右の図の四角形 ABCD と面積が等しい△ABE をつくりなさい。ただし，点 E は辺 BC の右側の延長上にあるものとする。 作図ページ



(2) 右の図の五角形 ABCDE と面積が等しい△AFG をつくりなさい。ただし，点 F，G は直線 CD 上にあり，点 F は C の左側，点 G は D の右側にあるものとする。 作図ページ



(3) 右の図のように，長方形が折れ線 ABC で 2 つの部分**ア**，**イ**に分かれている。点 A を通り，それぞれの部分の面積を変えないような直線 AH をひきなさい。ただし，点 H は点 C を通る長方形の辺の上にあるものとする。 作図ページ



(4) 右の図のように，四角形 ABCD が折れ線 PQR で 2 つに分けられている。辺 BC 上に点 S をとり，それぞれの面積を変えないように，直線 PS を作図しなさい。 作図ページ

