3-1 1次関数

Point!

y が x の1次式で表されるとき，y は x の 1次関数 であるという。

1次関数は，一般に $y=ax+b$ の形の式で表される。

〈例〉 $y=3x-2$　　$y=-x+4$　　$y=2x$　　比例の式 $y=ax$ は，$b=0$ の1次関数である

Warm Up

次の問いに答えなさい。

(1) 次の**ア**～**オ**の式の中から，1次関数の式をすべて選び，記号で答えなさい。

ア $y=-5x+2$　　**イ** $y=\dfrac{6}{x}$　　**ウ** $y=\dfrac{x}{4}+5$　　**エ** $y=-3x$　　**オ** $y=3x^2$

(2) 次の**ア**～**ウ**のことがらについて，y を x の式で表しなさい。また，y が x の1次関数であるものをすべて選び，記号で答えなさい。

ア 200ページある本を毎日25ページ読むとき，x 日読んだ後の残りのページを y ページとする。

イ 面積が 26cm^2 である長方形の縦の長さが $x$cm で横の長さが $y$cm とする。

ウ xm の道のりを分速80m で歩いたときにかかる時間を y 分とする。

解説 (1) $y=ax+b$ の形で表されるものを選ぶ。

ア $y=-5x+2$　　1次関数

イ $y=\dfrac{6}{x}$　　1次関数ではない

ウ $y=\dfrac{x}{4}+5$　　1次関数　　$\dfrac{x}{4}=\dfrac{1}{4}x$

エ $y=-3x$　　1次関数　　$a=-3$，$b=0$ と考える

オ $y=3x^2$　　1次関数ではない

ア，ウ，エ

(2)「y を x の式で表しなさい。」という問題なので，$y=$～～の形で答える。

ア $y=200-25x$　　$y=ax+b$ の形にする

$y=-25x+200$　　1次関数

イ $26=xy$　　まず式を書いてから，$y=$～～の形になおす

$y=\dfrac{26}{x}$　　1次関数ではない

ウ $y=\dfrac{x}{80}$　　1次関数　　$a=\dfrac{1}{80}$，$b=0$ と考える

y が x の1次関数であるものは，**ア，ウ**

Try

次の問いに答えなさい。

(1) 次の**ア**～**オ**の式の中から，1次関数の式をすべて選び，記号で答えなさい。

ア $y=2x+1$　**イ** $y=-\dfrac{x}{2}$　**ウ** $y=\dfrac{24}{x}$　**エ** $y=x^2$　**オ** $y=-x$

(2) 次の**ア**～**エ**のことがらについて，y を x の式で表しなさい。また，y が x の1次関数であるものをすべて選び，記号で答えなさい。

ア 1本90円の鉛筆 x 本と500円の筆箱を買ったときの代金を y 円とする。

イ 面積が $y\,\mathrm{cm}^2$ の三角形の底辺を $x\,\mathrm{cm}$，高さを $2x\,\mathrm{cm}$ とする。

ウ 200cm のリボンから $x\,\mathrm{cm}$ のリボンを2本切り取ったときの残りの長さを $y\,\mathrm{cm}$ とする。

エ $x\,\mathrm{km}$ の道のりを，時速10km で走ったときにかかる時間を y 時間とする。

Exercise

次の問いに答えなさい。

(1) 次の**ア**～**オ**の式の中から，1次関数の式をすべて選び，記号で答えなさい。

ア $y=-3x+1$　**イ** $y=\dfrac{12}{x}$　**ウ** $y=5x$　**エ** $y=x^2$　**オ** $y=\dfrac{5}{2}x+4$

(2) 次の**ア**～**オ**の式の中から，1次関数の式をすべて選び，記号で答えなさい。

ア $y=x+8$　**イ** $y=\dfrac{6}{x}$　**ウ** $y=\dfrac{x}{6}$　**エ** $y=\dfrac{x}{3}+8$　**オ** $y=-x^2$

(3) 次の**ア**～**エ**のことがらについて，y を x の式で表しなさい。また，y が x の1次関数であるものをすべて選び，記号で答えなさい。

ア 1本60円の鉛筆を x 本買うときの代金を y 円とする。

イ 面積が $20\,\mathrm{cm}^2$ の長方形の縦の長さを $x\,\mathrm{cm}$，横の長さを $y\,\mathrm{cm}$ とする。

ウ 長さ60cm のひもから $x\,\mathrm{cm}$ 切り取るときの残りの長さを $y\,\mathrm{cm}$ とする。

エ 1辺の長さが $x\,\mathrm{cm}$ の正方形の周の長さを $y\,\mathrm{cm}$ とする。

(4) 次の**ア**～**エ**のことがらについて，y を x の式で表しなさい。また，y が x の1次関数であるものをすべて選び，記号で答えなさい。

ア 300g ある小麦粉から，$x\,\mathrm{g}$ 使ったときの残りを $y\,\mathrm{g}$ とする。

イ 時速4km で x 時間歩いたときの道のりを $y\,\mathrm{km}$ とする。

ウ 半径 $x\,\mathrm{cm}$ の円の面積を $y\,\mathrm{cm}^2$ とする。

エ 縦の長さが $x\,\mathrm{cm}$ で面積が $30\,\mathrm{cm}^2$ の長方形の横の長さを $y\,\mathrm{cm}$ とする。

(5) 次の(　　)にあてはまることばを書きなさい。

y が x の1次式で表されるとき，y は x の(　　　)であるという。

3-2 1次関数の値の変化

Point!

増加量 ＝ 変化後の値 － 変化前の値

x の増加量に対する y の増加量の割合を，変化の割合という。

変化の割合＝ $\dfrac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}$

1 次関数 $y=ax+b$ の変化の割合は**一定**で，a に等しい。

変化の割合 ＝ a 　1 次関数では上の分数の式を使わず式から読みとる

1 次関数 $y=ax+b$ の y の増加量は，次の式でも求められる。

y の増加量 ＝ a × x の増加量

Warm Up

1 次関数 $y=-2x-5$ について，次の問いに答えなさい。

x	-2	-1	0	1	2	…	5
y	-1	ア	イ	-7	-9	…	-15

(1) 右の対応表の**ア**，**イ**をうめなさい。

(2) x の値が -1 から 5 まで増加したときの変化の割合を求めなさい。

(3) x の値が -3 から 4 まで増加したときの y の増加量を求めなさい。

解説 (1) **ア**は $x=-1$ のときの y の値だから，

$y=-2x-5$ に $x=-1$ を代入して，

$y=-2\times(-1)-5$ 　代入する数が負なのでかっこをつける

$=-3$ 　　**ア**：-3

イは $x=0$ のときの y の値だから，

$y=-2x-5$ に $x=0$ を代入して，

$y=-2\times0-5$

$=-5$ 　　**イ**：-5

(2) 1 次関数 $y=ax+b$ の変化の割合は a なので，-2 　1 次関数の変化の割合は式から読みとる

(3)「y の増加量 $=a\times x$ の増加量」を使って求める。

$a=-2$

x の増加量 ＝ 変化後の x の値 － 変化前の x の値

$=4-(-3)$

$=7$

よって，y の増加量 $=(-2)\times7$

$=-14$ 　　-14 　増加量は負の値になることもある

Try

1次関数 $y=2x-3$ について，次の問いに答えなさい。

(1) 右の対応表の**ア**～**ウ**をうめなさい。

x	-1	0	1	2	3	…
y	**ア**	**イ**	-1	1	**ウ**	…

(2) x の値が -1 から 3 まで増加したときの x の増加量を求めなさい。

(3) x の値が -1 から 3 まで増加したときの変化の割合を求めなさい。

(4) x の値が 5 増加するとき，y の増加量を求めなさい。

(5) x の値が -2 から 2 まで増加したときの y の増加量を求めなさい。

Exercise

次の問いに答えなさい。

(1) 1次関数 $y=-3x+4$ について，次の問いに答えなさい。

① 右の対応表の**ア**～**キ**をうめなさい。

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	**ア**	**イ**	**ウ**	**エ**	**オ**	**カ**	**キ**

② x の値が -3 から 2 まで増加したときの x の増加量を求めなさい。

③ x の値が -3 から 2 まで増加したときの変化の割合を求めなさい。

④ x の増加量が 6 のときの y の増加量を求めなさい。

⑤ x の値が -4 から 1 まで増加したときの y の増加量を求めなさい。

(2) 1次関数 $y=3x-5$ について，次の問いに答えなさい。

① 右の対応表の**ア**～**カ**をうめなさい。

x	…	-2	-1	0	1	2	3	…
y	…	**ア**	**イ**	**ウ**	**エ**	**オ**	**カ**	…

② x の値が -1 から 2 まで増加したときの x の増加量を求めなさい。

③ x の値が -1 から 2 まで増加したときの変化の割合を求めなさい。

④ x の増加量が 5 のときの y の増加量を求めなさい。

⑤ x の値が -1 から 2 まで増加したときの y の増加量を求めなさい。

(3) 次の(　　)にあてはまることばや式を書きなさい。

・x の増加量に対する y の増加量の割合を，(①　　)という。

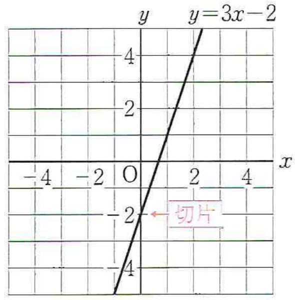
$$(①)=\frac{(②\qquad)}{(③\qquad)}$$

・1次関数 $y=ax+b$ の(①)は一定で，(④　　)に等しい。

3-3 1次関数のグラフ

Point!

❗ 1次関数 $y=ax+b$ のグラフは右の図のような直線になり，
グラフでは a を 傾き ，b を 切片 という。
〈例〉 $y=3x-2$ のグラフの傾きは 3 ，切片は -2



❗ 1次関数 $y=ax+b$ のグラフをかく手順
❶ 式から 切片 b を読みとり，y 軸上にとる。
❷ 傾き a の**分母の数**だけ 右 へ，**分子の数**だけ 上 へ
（負のときは 下 へ）進み，くり返し点をとる。
❸ とった点をすべて通る直線を，グラフ用紙いっぱいにかく。
❹ グラフのそばに問題番号をつける。

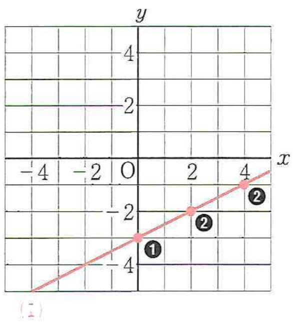
❗ 切片が分数の1次関数は，x，y 座標がともに整数となる点を手順❶の切片のかわりに使う。

Warm Up

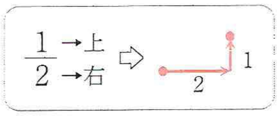
次の1次関数のグラフをかきなさい。

(1) $y=\frac{1}{2}x-3$　　(2) $y=-2x+4$　　(3) $y=\frac{1}{3}x+\frac{1}{3}$

解説 (1) $y=\frac{1}{2}x-3$

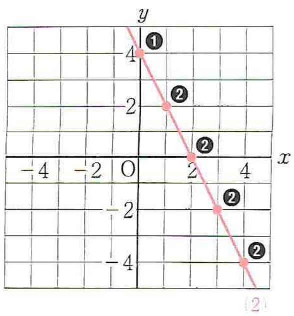


❶ 切片 -3 を y 軸上にとる。
❷ 傾き $\frac{1}{2}$ なので，切片から
右へ 2，**上へ** 1 進み，
くり返し点をとる。

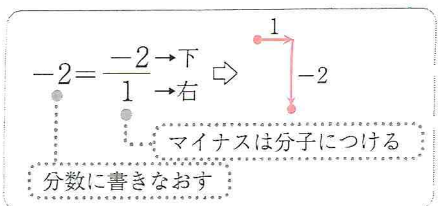


❸ とった点をすべて通る直線を，グラフ用紙いっぱいにかく。
❹ グラフのそばに問題番号をつける。

(2) $y=-2x+4$

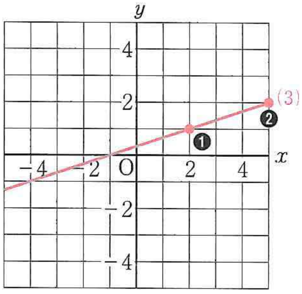


❶ 切片 4 を y 軸上にとる。
❷ 傾き -2 を分数の形に書きなおし，
切片から**右へ** 1，
下へ 2 進み，くり返し点をとる。



❸ とった点をすべて通る直線を，グラフ用紙いっぱいにかく。
❹ グラフのそばに問題番号をつける。

(3) $y=\frac{1}{3}x+\frac{1}{3}$



まず，$x=1$，2，3，…を代入し，x，y の値がともに整数となる組をさがす。

$x=1$ のとき，$y=\frac{1}{3}\times1+\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$

$x=2$ のとき，$y=\frac{1}{3}\times2+\frac{1}{3}=\frac{3}{3}=1$

よって，グラフは点(2，1)を通る。……切片のかわりに使う

❶ 点(2，1)をとる。

❷ 傾き $\frac{1}{3}$ なので，点(2，1)から，**右へ** 3，**上へ** 1 進み，くり返し点をとる。

❸ 点をすべて通る直線を，グラフ用紙いっぱいにかく。

❹ グラフのそばに問題番号をつける。

Try

次の問いに答えなさい。

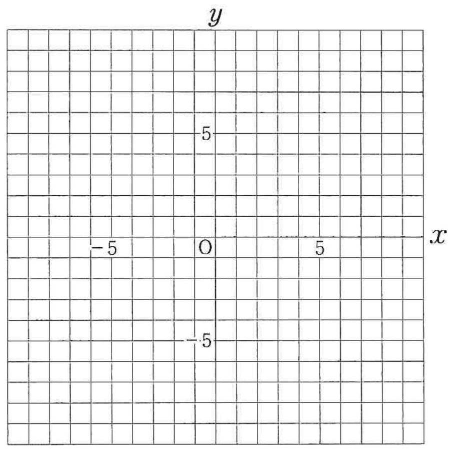
(1) 次の1次関数のグラフの傾きと切片を答えなさい。

① $y=\frac{1}{5}x-2$　　② $y=x+5$　　③ $y=-x$

(2) 次の1次関数のグラフをかきなさい。 グラフページ

① $y=\frac{2}{3}x-3$　　② $y=-\frac{2}{5}x+2$

③ $y=-x-4$　　④ $y=-\frac{4}{3}x+\frac{8}{3}$



Exercise

次の問いに答えなさい。

(1) 次の1次関数のグラフの傾きと切片を答えなさい。

① $y=\frac{1}{3}x-\frac{1}{3}$　② $y=-\frac{1}{4}x+1$　③ $y=-x+3$

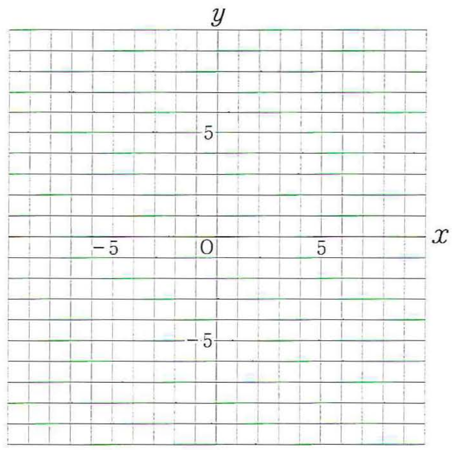
④ $y=3x-2$　⑤ $y=x$　⑥ $y=\frac{2}{3}x$

(2) 次の1次関数のグラフをかきなさい。 グラフページ

① $y=\frac{1}{4}x+1$　② $y=-\frac{1}{2}x-1$

③ $y=4x+1$　④ $y=-3x+2$

⑤ $y=\frac{2}{3}x+\frac{2}{3}$

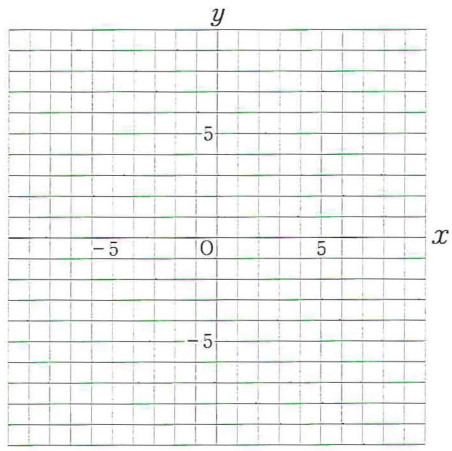


(3) 次の1次関数のグラフをかきなさい。 グラフページ

① $y=\frac{2}{3}x-2$　② $y=-\frac{3}{4}x-2$

③ $y=3x+2$　④ $y=-5x+4$

⑤ $y=-\frac{4}{3}x+\frac{5}{3}$



(4) 次の(　　)にあてはまることばを書きなさい。

1次関数 $y=ax+b$ のグラフでは，a を(①　　)，b を(②　　)という。

3-4 グラフから式を求める

Point!

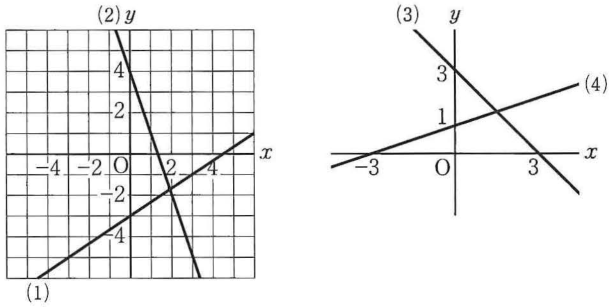
グラフから式を求める手順

❶ 切片 をグラフから読みとる。

❷ x 座標，y 座標ともに整数の点をさがし，傾き を求める。

Warm Up

右の図の直線の式を求めなさい。

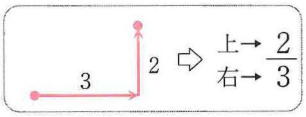


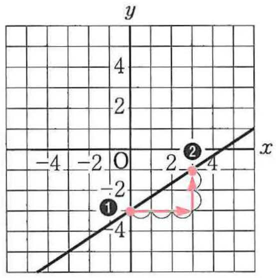
解説 (1) ❶ 切片は -3 なので，$b=-3$

❷ x 座標，y 座標ともに整数の点をさがし，傾きを求める。

傾きは $\frac{2}{3}$ なので，$a=\frac{2}{3}$

よって，$y=\frac{2}{3}x-3$



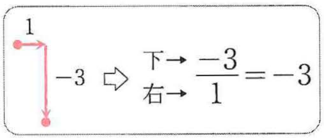


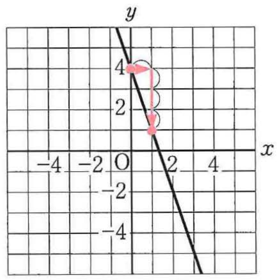
(2) ❶ 切片は 4 なので，$b=4$

❷ x 座標，y 座標ともに整数の点をさがし，傾きを求める。

傾きは -3 なので，$a=-3$

よって，$y=-3x+4$



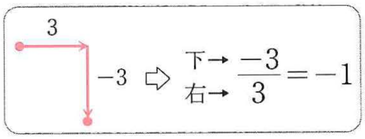


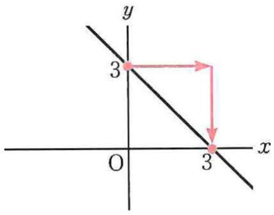
(3) ❶ 切片は 3 なので，$b=3$

❷ x 座標，y 座標ともに整数の点をさがし，傾きを求める。

傾きは -1 なので，$a=-1$

よって，$y=-x+3$



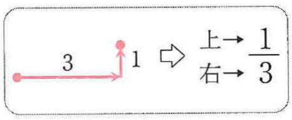


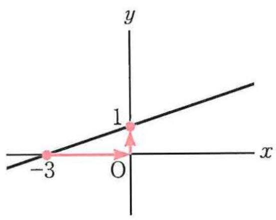
(4) ❶ 切片は 1 なので，$b=1$

❷ x 座標，y 座標ともに整数の点をさがし，傾きを求める。

傾きは $\frac{1}{3}$ なので，$a=\frac{1}{3}$

よって，$y=\frac{1}{3}x+1$

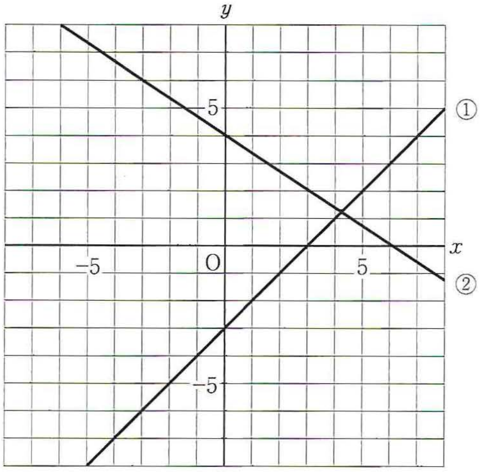




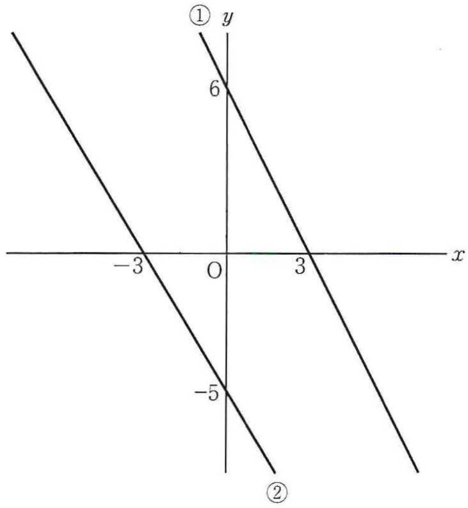
Try

下の図の直線①，②の式を求めなさい。

(1)



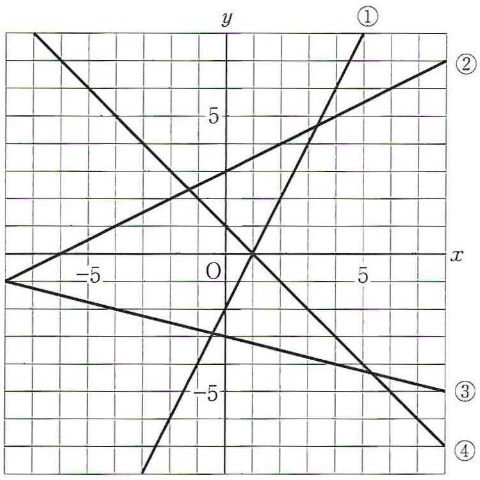
(2)



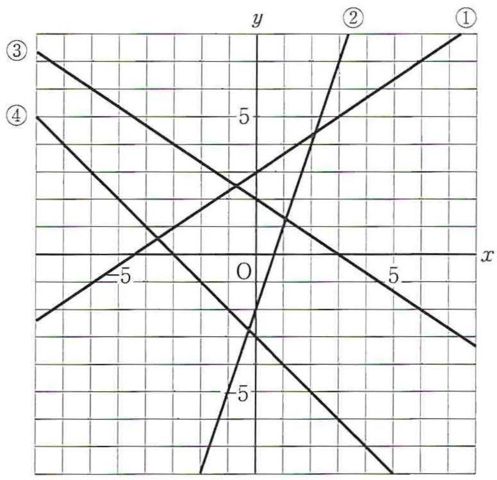
Exercise

下の図の直線①～④の式を求めなさい。

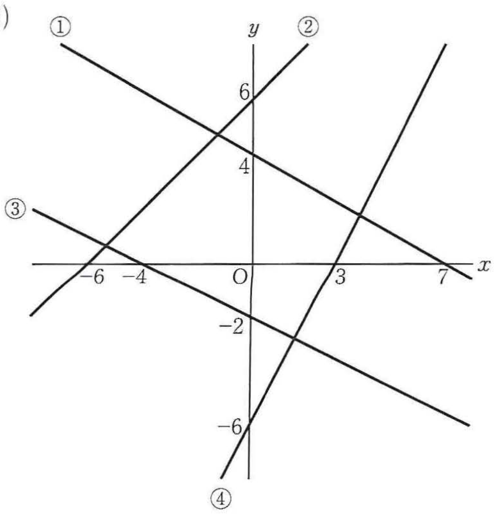
(1)



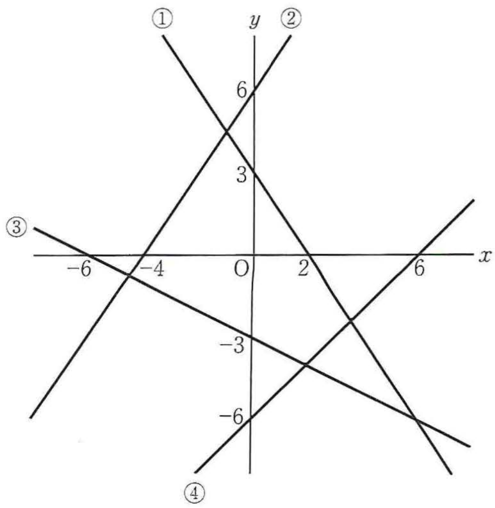
(2)



(3)



(4)

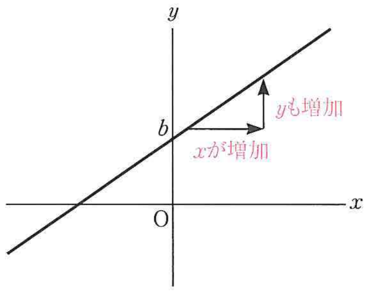


3-5 1次関数のグラフの性質

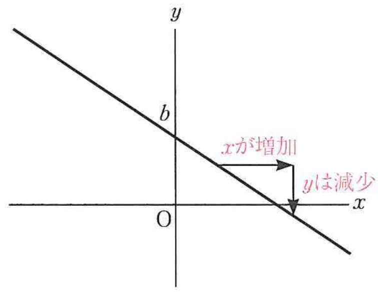
Point!

1 1次関数 $y=ax+b$ の性質

$a>0$ のとき
- グラフは **右上がり**
- x が増加すると y も **増加** する

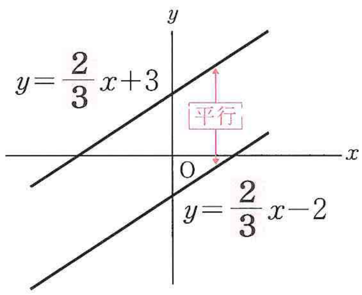


$a<0$ のとき
- グラフは **右下がり**
- x が増加すると y は **減少** する

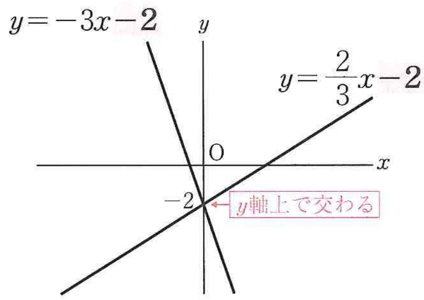


2 傾き a や切片 b から，2つのグラフの位置関係がわかる。

2つのグラフの **傾き a が同じ** とき
平行になる



2つのグラフの **切片 b が同じ** とき
y 軸上で交わる



Warm Up

下の**ア**～**カ**の1次関数について，(1)～(5)にあてはまるものをすべて選び，記号で答えなさい。

ア $y=-2x+3$　　**イ** $y=3x+5$　　**ウ** $y=-2x$

エ $y=\frac{5}{3}x-2$　　**オ** $y=\frac{5}{2}x-2$　　**カ** $y=4x-1$

(1) グラフが右上がりの直線になるもの

(2) x が増加すると y は減少するもの

(3) グラフが平行になるものの組

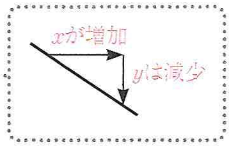
(4) グラフが y 軸上で交わるものの組

(5) グラフが点(2, 7)を通るもの

次ページへ続く

解説 (1) 傾き a が正であるものを答える。　　**イ，エ，オ，カ**

(2) 傾き a が負であるものを答える。　　**ア，ウ**



(3) 傾き a が同じものを組にして答える。　　**アとウ**

(4) 切片 b が同じものを組にして答える。　　**エとオ**

(5) $x=2$ を式に代入して，$y=7$ になるものを答える。

ア　$y=-2x+3$
$=-2\times2+3$
$=-1$　×

イ　$y=3x+5$
$=3\times2+5$
$=11$　×

ウ　$y=-2x$
$=-2\times2$
$=-4$　×

エ　$y=\dfrac{5}{3}x-2$
$=\dfrac{5}{3}\times2-2$
$=\dfrac{4}{3}$　×

オ　$y=\dfrac{5}{2}x-2$
$=\dfrac{5}{2}\times2-2$
$=3$　×

カ　$y=4x-1$
$=4\times2-1$
$=7$　○

よって，**カ**

Try

下の**ア**～**カ**の 1 次関数について，(1)～(5)にあてはまるものをすべて選び，記号で答えなさい。

ア　$y=-x+6$　　**イ**　$y=4x-11$　　**ウ**　$y=\dfrac{3}{2}x-6$

エ　$y=\dfrac{2}{3}x-6$　　**オ**　$y=-3x+3$　　**カ**　$y=-x$

(1) グラフが右下がりの直線になるもの

(2) x が増加すると y も増加するもの

(3) グラフが平行になるものの組

(4) グラフが y 軸上の同じ点を通るものの組

(5) グラフが$(2,\ -3)$を通るもの

Exercise

次の問いに答えなさい。

(1) 下の**ア**～**カ**の1次関数について，①～⑤にあてはまるものをすべて選び，記号で答えなさい。

ア　$y=-x-3$　　**イ**　$y=2x-5$　　**ウ**　$y=-\frac{1}{3}x-2$

エ　$y=3x+2$　　**オ**　$y=-2x-3$　　**カ**　$y=3x+5$

① グラフが右上がりの直線になるもの

② x が増加すると y は減少するもの

③ グラフが平行になるものの組

④ グラフが y 軸上で交わるものの組

⑤ グラフが点(3，1)を通るもの

(2) 下の**ア**～**ク**の1次関数について，①～⑤にあてはまるものをすべて選び，記号で答えなさい。

ア　$y=x+3$　　**イ**　$y=2x-3$　　**ウ**　$y=3x+3$

エ　$y=-2x+2$　　**オ**　$y=-2x$　　**カ**　$y=-3x+1$

キ　$y=\frac{1}{2}x-3$　　**ク**　$y=-x+\frac{1}{3}$

① グラフの傾きが -1 になるもの

② x が増加すると y が減少するもの

③ グラフが関数 $y=-2x+1$ のグラフと平行であるもの

④ グラフが関数 $y=5x-3$ のグラフと y 軸上で交わるもの

⑤ グラフが点(0，3)を通るもの

3-6 1次関数と変域

Point!

変数 x, y の値がとる範囲を，**x の変域**，**y の変域**という。

y の変域の求め方

❶ x の変域の　両端の値　をそれぞれ式に代入し，y の値を2つ求める。
❷ 求めた2つの値をくらべて，
　小さいほう，y，大きいほう　の順に並べる。
❸ 代入した x の値についていた不等号を書く。

Warm Up

次の問いに答えなさい。

(1) $y=-2x+1$ について，x の変域が $-1\leqq x\leqq 4$ のとき，y の変域を求めなさい。よくあるまちがい

(2) $y=-\frac{1}{2}x+3$ について，x の変域が $-4\leqq x<6$ のとき，y の変域を求めなさい。

解説 (1) よくあるまちがい

正 x の変域が $-1\leqq x\leqq 4$ なので，両端の値は -1，4 　❶ y の値を2つ求める

$x=-1$ を $y=-2x+1$ に代入して，
$y=-2\times(-1)+1$
$y=3$

$x=4$ を $y=-2x+1$ に代入して，
$y=-2\times 4+1$
$y=-7$

よって，$-7\leqq y\leqq 3$ 　❷ 小さいほう，y，大きいほうの順に並べる

❸ 代入した x の値についていた不等号を書く

誤 $3\leqq y\leqq -7$ 　小さいほう，y，大きいほうの順に並べていない

(2) x の変域が $-4\leqq x<6$ なので，両端の値は -4，6 　❶ y の値を2つ求める

$x=-4$ を $y=-\frac{1}{2}x+3$ に代入して，
$y=-\frac{1}{2}\times(-4)+3$
$y=5$

$x=6$ を $y=-\frac{1}{2}x+3$ に代入して，
$y=-\frac{1}{2}\times 6+3$
$y=0$

よって，$0<y\leqq 5$ 　❷ 小さいほう，y，大きいほうの順に並べる

❸ $-4\leqq x<6$ の6を代入して0になったので，不等号 $<$ を書く

❸ $-4\leqq x<6$ の -4 を代入して5になったので，不等号 $\leqq$ を書く

Try

次の問いに答えなさい。

(1) 1次関数 $y=-4x+5$ について，x の変域が $-3 \leqq x \leqq 2$ のとき，y の変域を求めなさい。

(2) 1次関数 $y=-3x+7$ について，x の変域が $0<x \leqq 2$ のとき，y の変域を求めなさい。

(3) 1次関数 $y=\frac{1}{2}x+4$ について，x の変域が $-2 \leqq x<6$ のとき，y の変域を求めなさい。

Exercise

次の問いに答えなさい。

(1) 1次関数 $y=-2x+3$ について，x の変域が $-3 \leqq x \leqq 6$ のとき，y の変域を求めなさい。

(2) 1次関数 $y=3x-2$ について，x の変域が $-3 \leqq x \leqq 2$ のとき，y の変域を求めなさい。

(3) 1次関数 $y=-\frac{1}{2}x+1$ について，x の変域が $-4 \leqq x \leqq 6$ のとき，y の変域を求めなさい。

(4) 1次関数 $y=-\frac{3}{2}x+3$ について，x の変域が $-2<x<2$ のとき，y の変域を求めなさい。

(5) 1次関数 $y=-x+4$ について，x の変域が $0 \leqq x<5$ のとき，y の変域を求めなさい。

(6) 1次関数 $y=3x-2$ について，x の変域が $-3 \leqq x<1$ のとき，y の変域を求めなさい。

(7) 1次関数 $y=\frac{1}{2}x+5$ について，x の変域が $-1<x \leqq 3$ のとき，y の変域を求めなさい。

(8) 1次関数 $y=-\frac{1}{3}x+5$ について，x の変域が $-1<x \leqq 3$ のとき，y の変域を求めなさい。

3-7 1次関数の式の決定 ①

Point!

1次関数や直線の式を求める問題では，$y=ax+b$ の a と b を求める。

1次関数の式の求め方

❶ はじめに $y=ax+b$ と書く。

❷ 問題から a，b の値がわかるときは，代入する。

変化の割合 → a，**傾き** → a，**切片** → b に代入する。

❸ 対応する x，y の値を，式に代入する。

通る点の座標がわかるときは，x 座標を x に，y 座標を y に代入する。

❹ a，b を求め，式に代入する。

Warm Up

次の直線や1次関数の式を求めなさい。

(1) 傾きが9で，切片が -5 である直線

(2) 変化の割合が5で，$x=2$ のとき $y=1$ である1次関数

(3) 2点 $(3,\ -2)$，$(-5,\ 6)$ を通る直線

解説 (1) $y=ax+b$ ……… ❶ はじめに $y=ax+b$ と書く　❷ 傾き9→a，切片 -5→b に代入する

$y=9x-5$ ……… a と b がわかったので，式が決まる

(2) $y=ax+b$ ……… ❶ はじめに $y=ax+b$ と書く　❷ 変化の割合5→a に代入する

$y=5x+b$ ……①

$x=2$ のとき $y=1$ なので，①に代入して， ……… ❸ 対応する x，y の値を，式①に代入する

$1=5\times2+b$ ……… ❹ b を求める

$1=10+b$

これを解いて，$b=-9$ ……… ❹ b を式①に代入する

よって，$y=5x-9$

(3) 対応する x，y が **2組**わかるときは，それぞれ代入して**連立方程式**をつくる。

$y=ax+b$ ……… ❶ はじめに $y=ax+b$ と書く　❸ 対応する x，y の値を，それぞれ式に代入する

点 $(3,\ -2)$ を通るので，$x=3$，$y=-2$ を $y=ax+b$ に代入して，

$-2=3a+b$ ……①

点 $(-5,\ 6)$ も通るので，$x=-5$，$y=6$ を $y=ax+b$ に代入して，

$6=-5a+b$ ……②

$$\begin{cases} -2=3a+b & \cdots\cdots① \\ 6=-5a+b & \cdots\cdots② \end{cases}$$ ……… ❹ a，b を求め，$y=ax+b$ に代入する

これを解いて，$a=-1$，$b=1$

よって，$y=-x+1$

Try

次の問いに答えなさい。

(1) 次の直線の式を求めなさい。

① 傾きが4で，切片が2

② 点(1，−2)を通り，傾きが−6

③ 2点(−2，−4)，(8，11)を通る

(2) 次の1次関数の式を求めなさい。

① 変化の割合が−1で，$x=3$ のとき $y=2$

②

x	−2	−1	0	1	2
y	−11	−8	−5	−2	1

③

x	2	…	6
y	−2	…	0

Exercise

次の問いに答えなさい。

(1) 次の直線の式を求めなさい。

① 切片が−2で，傾きが3

② 傾きが2で，切片が5

③ 傾きが−3で，点(2，−2)を通る

④ 傾きが2で，点(1，3)を通る

⑤ 点(2，5)を通り，切片が3である

⑥ 点(−6，3)を通り，切片が−3である

⑦ 2点(−3，−1)，(6，−4)を通る

⑧ 2点(2，8)，(4，4)を通る

(2) 次の1次関数の式を求めなさい。

① 変化の割合が5で，$x=0$ のとき $y=-2$

② 変化の割合が$\frac{1}{3}$で，$x=6$ のとき $y=-1$

③ $x=1$ のとき $y=2$，$x=3$ のとき $y=10$

④ $x=-4$ のとき $y=1$，$x=-2$ のとき $y=4$

⑤

x	−1	0	1	2	3
y	1	2	3	4	5

⑥

x	−4	−2	0	2	4
y	−5	−1	3	7	11

⑦

x	−1	…	3
y	−8	…	12

⑧

x	1	2	3	4	5
y	−5	−2	1	4	7

3-8 1次関数の式の決定 ②

Point!

2つの直線が**平行**であるとき，<u>傾き a は同じ</u>。

2つの直線が **y 軸上で交わる**とき，<u>切片 b は同じ</u>。

Warm Up

次の問いに答えなさい。

(1) 次の1次関数や直線の式を求めなさい。

① 点(3, 5)を通り，直線 $y=4x+2$ と平行な直線

② x が4増加すると y は2減少し，$x=8$ のとき $y=-1$ である1次関数

(2) 1次関数 $y=-2x+a$ において，x の変域が $-1\leqq x\leqq b$ であるとき，y の変域が $-3\leqq y\leqq 5$ となる。定数 a，b の値を求めなさい。

解説 (1) ① $y=ax+b$ 　直線 $y=4x+2$ と平行なので，傾き a は4

$y=4x+b$……①

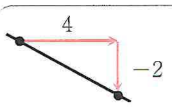
点(3, 5)を通るので，$x=3$，$y=5$ を①に代入して，

$5=4\times3+b$

これを解いて，$b=-7$ 　よって，<u>$y=4x-7$</u>

② $y=ax+b$

x が4増加すると y は2減少するので，グラフで傾き a を考えると



⇨ 下→ $\dfrac{-2}{4}=-\dfrac{1}{2}$ ←右

よって，$a=-\dfrac{1}{2}$

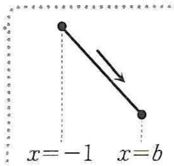
$y=-\dfrac{1}{2}x+b$……①

$x=8$ のとき $y=-1$ なので，①に代入して，$-1=-\dfrac{1}{2}\times8+b$

これを解いて，$b=3$ 　よって，<u>$y=-\dfrac{1}{2}x+3$</u>

(2) $y=-2x+a$ のグラフは右下がりになるので，

$x=-1$ のとき，$y=5$ だとわかる。



右下がりなので，$x=-1$ のときの y の値のほうが大きい

$5=-2\times(-1)+a$

これを解いて，$a=3$

よって，この1次関数の式は $y=-2x+3$

b は $y=-3$ のときの x の値なので

$-3=-2b+3$

これを解いて，$b=3$ 　<u>$a=3$，$b=3$</u>

Try

次の問いに答えなさい。

(1) 次の 1 次関数や直線の式を求めなさい。

① 直線 $y=-2x+5$ に平行で，直線 $y=\frac{1}{2}x-3$ と y 軸上で交わる直線

② 点$(-3,\ 12)$を通り，直線 $y=-2x+3$ に平行である直線

③ x の値が 2 増加すると y の値は 6 減少し，$x=2$ のとき $y=-7$ である 1 次関数

(2) 1 次関数 $y=ax+6\ (a<0)$ は，x の変域が $-3 \leqq x \leqq 2$ のとき，y の変域が $b \leqq y \leqq 9$ である。
a，b の値を求めなさい。

Exercise

次の問いに答えなさい。

(1) 次の 1 次関数や直線の式を求めなさい。

① 直線 $y=3x-5$ に平行で，直線 $y=-x+4$ と y 軸上で交わる直線

② 直線 $y=-\frac{1}{4}x+\frac{2}{5}$ と平行で，直線 $y=\frac{1}{3}x+\frac{3}{2}$ と y 軸上で交わる直線

③ 直線 $y=\frac{1}{2}x+4$ に平行で，点$(-2,\ -4)$を通る直線

④ 点$(-2,\ 6)$を通り，直線 $y=-7x+3$ に平行である直線

⑤ x が 12 増加すると y は 9 増加し，$x=4$ のとき $y=2$ である 1 次関数

⑥ x の値が 3 増加すると，y の値は 6 減少し，そのグラフが点$(4,\ -10)$を通る 1 次関数

(2) 1 次関数 $y=-4x+a$ は，x の変域が $-1 \leqq x \leqq 2$ のとき，y の変域が $-5 \leqq y \leqq 7$ である。
a の値を求めなさい。

(3) 1 次関数 $y=ax+b\ (a<0)$ は，x の変域が $-3 \leqq x \leqq 5$ のとき，y の変域が $-9 \leqq y \leqq 7$ である。
a，b の値を求めなさい。

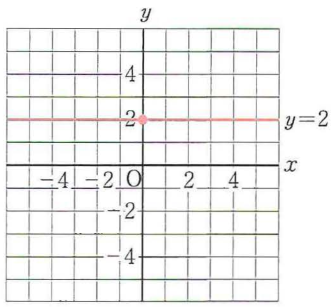
3-9 2元1次方程式のグラフ

Point!

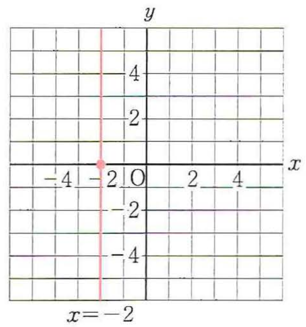
○x＋△y＝数字　の式のグラフをかくときは，まず　$y=$ 〰〰　の形にする。

$y=$ 数字，$x=$ 数字　のグラフは，x 軸，y 軸に平行な直線になる。

〈例〉$y=2$ のグラフ



〈例〉$x=-2$ のグラフ



Warm Up

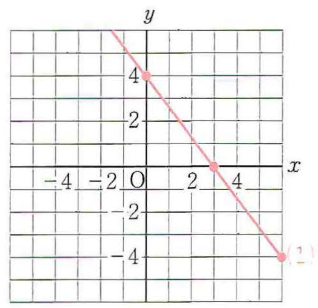
次の方程式のグラフをかきなさい。

(1) $4x+3y-12=0$　　(2) $7y+21=0$　　(3) $4x-8=0$

解説 (1) $4x+3y-12=0$ ……… まず $y=$〰 の形にする

$$3y=-4x+12$$

$$y=-\frac{4}{3}x+4$$

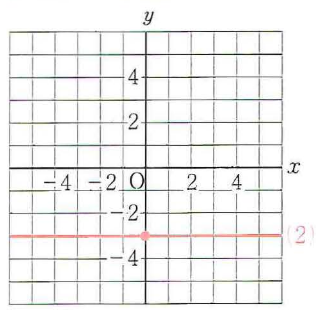


(2) $7y+21=0$ ……… まず $y=$〰 の形にする

$$7y=-21$$

$$y=-3$$

y 座標が -3 のところに点をとり，横線をかく。



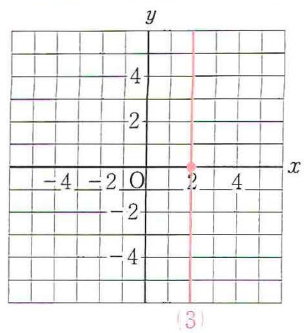
(3) y がないので，$x=$〰〰の形にする。

$$4x-8=0$$

$$4x=8$$

$$x=2$$

x 座標が 2 のところに点をとり，縦線をかく。

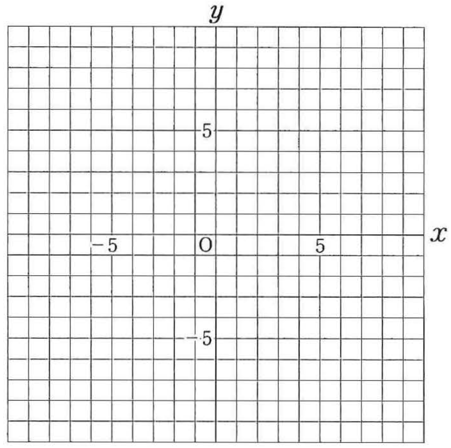


Try

次の方程式のグラフをかきなさい。 グラフページ

(1) $2x+3y-3=0$　　(2) $\dfrac{x}{3}-\dfrac{y}{4}=1$

(3) $2y+8=0$　　(4) $3x-6=0$



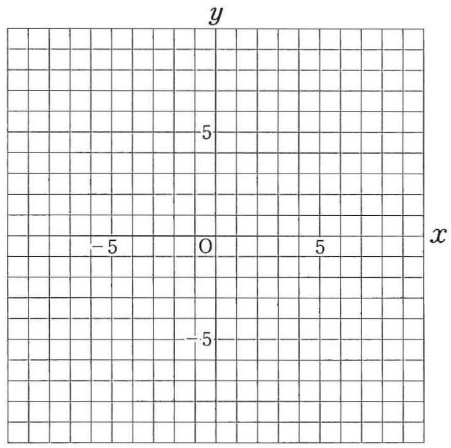
Exercise

次の問いに答えなさい。

(1) 次の方程式のグラフをかきなさい。 グラフページ

① $3x+2y=6$　　② $\dfrac{x}{3}+\dfrac{y}{2}=1$

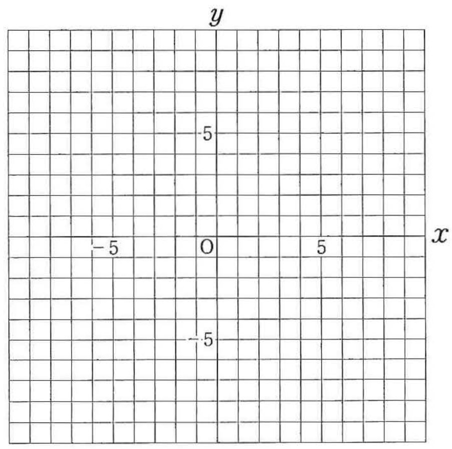
③ $4y=-8$　　④ $2x+6=0$



(2) 次の方程式のグラフをかきなさい。 グラフページ

① $3x-2y=-6$　　② $\dfrac{x}{6}-\dfrac{y}{3}=2$

③ $4y-12=0$　　④ $-x+3=0$



3-10 連立方程式とグラフ

Point!

連立方程式の解は，グラフの＿交点の座標＿で求めることができる。

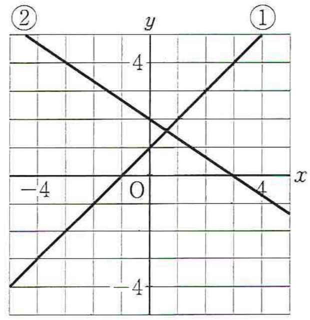
グラフの交点の座標は，＿連立方程式の解＿で求めることができる。
交点を求める連立方程式は，代入法で解く。

Warm Up

次の問いに答えなさい。

(1) 連立方程式 $\begin{cases} x+y=-2 \\ 2x-y+4=0 \end{cases}$ の解を，グラフを使って求めなさい。

(2) 右の 2 直線の交点の座標を求めなさい。



解説 (1) グラフをかくために，まず方程式を $y=$ ＿＿の形にすると，

$x+y=-2$

$y=-x-2$ ……①

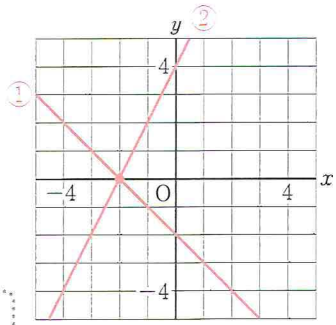
$2x-y+4=0$

$y=2x+4$ ……②

①，②のグラフをかくと，右の図のようになる。

グラフの交点の座標は $(-2,\ 0)$

よって，$x=-2,\ y=0$ …… 連立方程式の解の答え方で書く



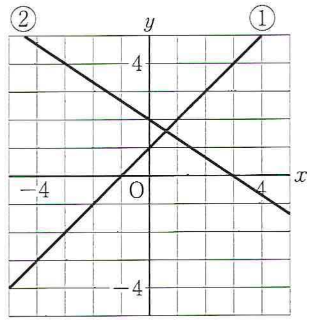
(2) グラフで交点の座標が読みとれないので，連立方程式の解で求める。

グラフから，直線の式を読みとると， …… 3-4 参照

①の式は $y=x+1$

②の式は $y=-\dfrac{2}{3}x+2$

$\begin{cases} y=x+1 \cdots\cdots\cdots\cdots ① \\ y=-\dfrac{2}{3}x+2 \cdots\cdots ② \end{cases}$ …… 代入法で解く



①を②に代入すると，

$(x+1)=-\dfrac{2}{3}x+2$

$3x+3=-2x+6$

これを解いて，$x=\dfrac{3}{5}$

求めた x を①に代入して，$y=\dfrac{8}{5}$

よって，求める座標は $\left(\dfrac{3}{5},\ \dfrac{8}{5}\right)$ …… 座標の答え方で書く

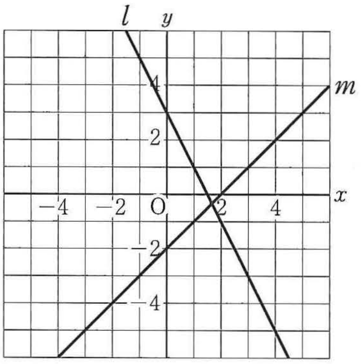
Try

次の問いに答えなさい。

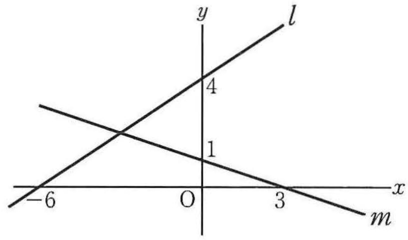
(1) 連立方程式 $\begin{cases} x+2y=10 \\ 3x-y=2 \end{cases}$ の解を，グラフを使って求めなさい。 グラフページ

(2) 次の 2 直線 l, m の交点の座標を求めなさい。

①



②



Exercise

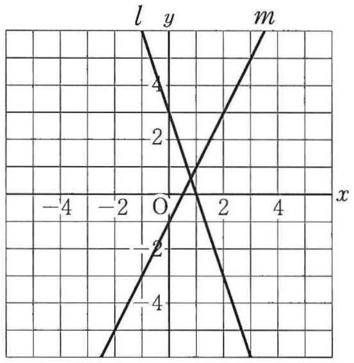
次の問いに答えなさい。

(1) 連立方程式 $\begin{cases} 3x+y=4 \\ x-2y=6 \end{cases}$ の解を，グラフを使って求めなさい。 グラフページ

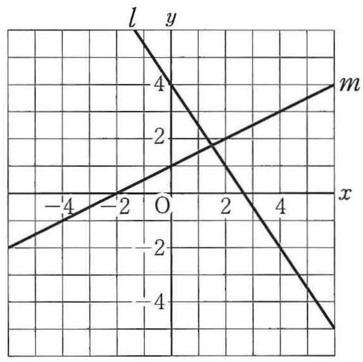
(2) 連立方程式 $\begin{cases} 2y-x=4 \\ 3x+2y+4=0 \end{cases}$ の解を，グラフを使って求めなさい。 グラフページ

(3) 次の 2 直線 l, m の交点の座標を求めなさい。

①

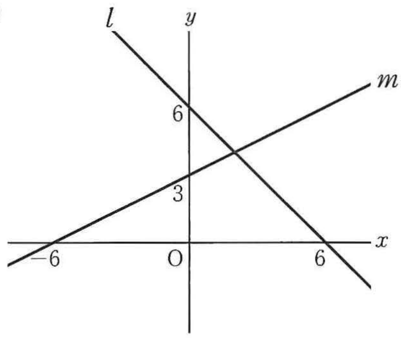


②

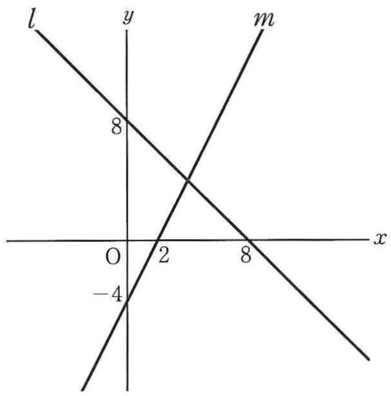


(4) 次の 2 直線 l, m の交点の座標を求めなさい。

①



②



mathematics

3-11 x軸，y軸との交点・面積

Point!

❶ 直線 $y=ax+b$ と y 軸，x 軸の交点

・y 軸との交点 → 切片

・x 軸との交点 → y 座標は 0。x 座標は $y=0$ を**直線の式に代入**して求める。

❶ グラフの問題では，まずわかっている式や座標を図に書き入れて考える。

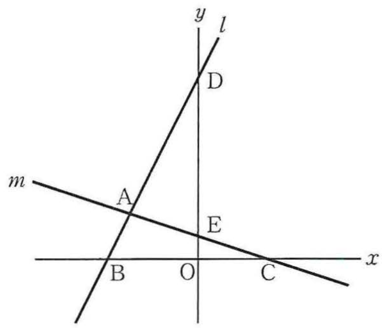
また，わかった式や座標も図に書き入れる。

❶ 2点 $(a,\ b)$，$(c,\ d)$ を結ぶ線分の中点の座標は，

$\left(\dfrac{a+c}{2},\ \dfrac{b+d}{2}\right)$ で求められる。 $\dfrac{(2つの座標の和)}{2}$

Warm Up

右の図で，直線 l の式は $y=2x+8$ で，直線 m の式は $y=-\dfrac{1}{3}x+1$ である。直線 l と x 軸との交点を B，y 軸との交点を D，直線 m と x 軸との交点を C，y 軸との交点を E とする。次の問いに答えなさい。



(1) 2直線 l，m の交点 A の座標を求めなさい。

(2) 点 C，D の座標を求めなさい。

(3) △ADE の面積を求めなさい。

(4) △ABC の面積を求めなさい。

(5) 点 A を通り，△ABC の面積を2等分する直線の式を求めなさい。

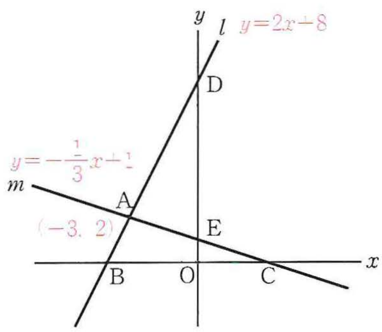
解説 (1) まず，わかっている直線の式を図に書き入れる。

2つの直線の式を連立方程式として，

$$\begin{cases} y=2x+8 \\ y=-\dfrac{1}{3}x+1 \end{cases}$$

これを解くと，$x=-3$，$y=2$ となるから，

A$(-3,\ 2)$ 図に書き入れる



(2) 点 C は直線 m と x 軸との交点なので，

$y=-\dfrac{1}{3}x+1$ に $y=0$ を代入する。

$0=-\dfrac{1}{3}x+1$

これを解いて，$x=3$　よって，C$(3,\ 0)$ y 座標は 0

点 D は直線 l と y 軸との交点。

直線 l の切片は 8 なので，D$(0,\ 8)$ x 座標は 0

(3) △ADEの底辺をDEとして考える。　x軸かy軸を底辺に選ぶ

(2)より，D(0, 8)　図に書き入れる

$y=-\frac{1}{3}x+1$の切片は1なので，E(0, 1)　図に書き入れる

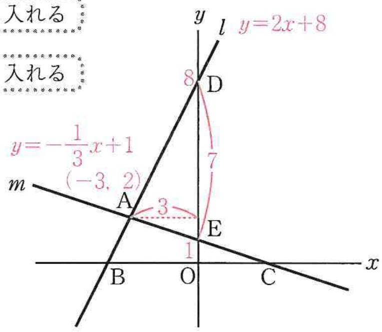
よって，底辺DEの長さは7

A(−3, 2)なので，高さは3

△ADEの面積 = 底辺 × 高さ × $\frac{1}{2}$

$=7\times3\times\frac{1}{2}$

$=\frac{21}{2}$　　　$\underline{\frac{21}{2}}$



(4) △ABCの底辺をBCとして考える。　x軸かy軸を底辺に選ぶ

Bは直線lとx軸との交点なので，

$y=0$を直線lの式$y=2x+8$に代入して，

$0=2x+8$　　これを解いて，$x=-4$より，

B(−4, 0)　図に書き入れる

Cは(2)より，

C(3, 0)　図に書き入れる

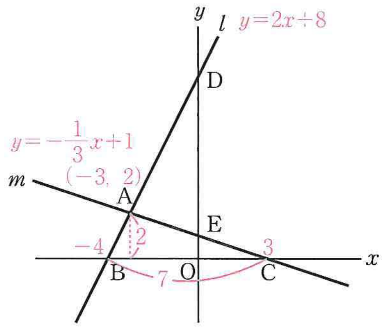
よって，底辺BCの長さは7

A(−3, 2)なので，高さは2

△ABCの面積 = 底辺 × 高さ × $\frac{1}{2}$

$=7\times2\times\frac{1}{2}$

$=7$　　$\underline{7}$



(5) 点Aと線分BCの中点を通る直線を求める。

線分BCの中点をMとすると，

B(−4, 0)，C(3, 0)だから，

Mの座標は，$\left(\frac{-4+3}{2},\ \frac{0+0}{2}\right)=\left(-\frac{1}{2},\ 0\right)$

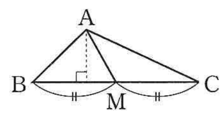
A(−3, 2)とM$\left(-\frac{1}{2},\ 0\right)$を通る直線の式を求めればよい。

$y=ax+b$に座標を代入して連立方程式をつくると，

$$\begin{cases} 2=-3a+b \\ 0=-\frac{1}{2}a+b \end{cases}$$

これを解いて，$a=-\frac{4}{5}$，$b=-\frac{2}{5}$

よって，$\underline{y=-\frac{4}{5}x-\frac{2}{5}}$



線分BCの中点をMとすると，△ABMと△ACMは底辺と高さが等しいので，面積が等しくなる

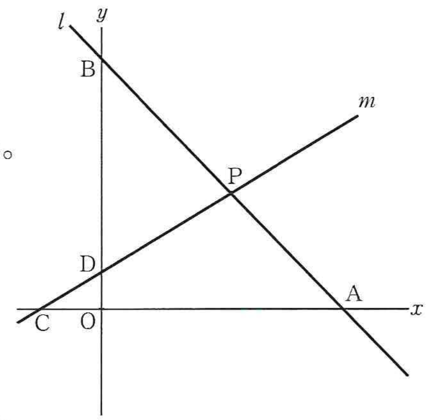
3

1次関数

Try

右の図で，直線 l は $y=-x+7$，直線 m は $y=\frac{1}{2}x+1$ である。

直線 l と x 軸との交点を A，y 軸との交点を B，直線 m と x 軸との交点を C，y 軸との交点を D とする。次の問いに答えなさい。



(1) 直線 l と直線 m の交点を P とするとき，点 P の座標を求めなさい。

(2) 点 A，C の座標を求めなさい。

(3) △PBD の面積を求めなさい。

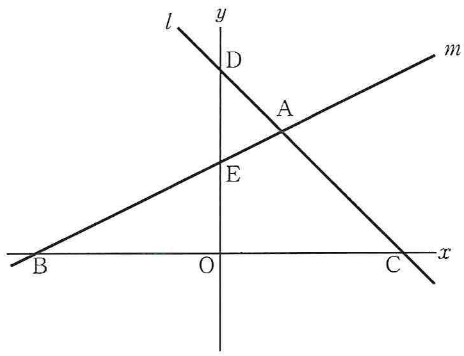
(4) △PCA の面積を求めなさい。

(5) 点 P を通り，△PBD の面積を 2 等分する直線の式を求めなさい。

Exercise

次の問いに答えなさい。

(1) 右の図で，直線 l の式は $y=-x+6$ で，直線 m の式は $y=\frac{1}{2}x+3$ である。直線 l と x 軸との交点を C，y 軸との交点を D，直線 m と x 軸との交点を B，y 軸との交点を E とする。次の問いに答えなさい。



① 直線 l と直線 m の交点 A の座標を求めなさい。

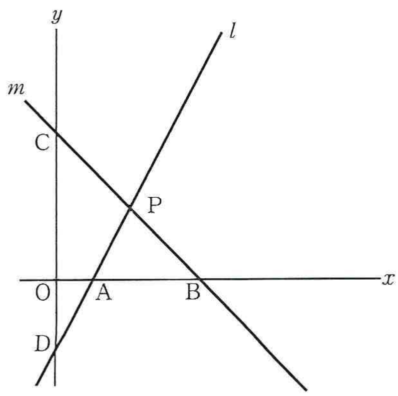
② 点 B，C の座標を求めなさい。

③ △ADE の面積を求めなさい。

④ △ABC の面積を求めなさい。

⑤ 点 A を通り，△ADE の面積を 2 等分する直線の式を求めなさい。

(2) 右の図で，直線 l は $y=2x-4$，直線 m は $y=-x+8$ である。直線 l と x 軸との交点を A，y 軸との交点を D，直線 m と x 軸との交点を B，y 軸との交点を C とする。次の問いに答えなさい。



① 2 直線 l，m の交点 P の座標を求めなさい。

② 点 A，B の座標を求めなさい。

③ △PCD の面積を求めなさい。

④ △PAB の面積を求めなさい。

⑤ 点 P を通り，△PAB の面積を 2 等分する直線の式を求めなさい。

3-12 1次関数の利用 ①（線香）

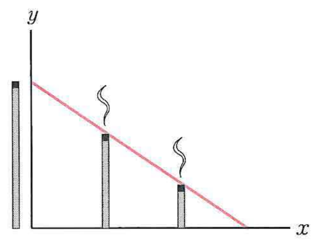
Point!

1次関数の式の形は $y=ax+b$

線香やろうそくが燃える問題では

・傾き a ⇒ **1分間に短くなる長さ** に **マイナス** をつけた値

・切片 b ⇒ **はじめの長さ**



Warm Up

24cm の線香に火をつけたら，5分後には 21cm だった。火をつけてから x 分後の線香の長さを $y$cm として，次の問いに答えなさい。

(1) この線香は，1分間に何 cm の割合で短くなるか求めなさい。

(2) y を x の式で表しなさい。

(3) 10分後の線香の長さを求めなさい。

(4) この線香は，火をつけてから何分後に燃えつきるか求めなさい。

解説 (1) 5分間で 3cm 短くなっているので， ［0分後に 24cm で，5分後に 21cm］

1分間に短くなる長さは，

$3 \div 5 = \dfrac{3}{5}$　　$\dfrac{3}{5}$cm

(2) (1)より，1分間に短くなる長さは $\dfrac{3}{5}$cm なので，傾きは $-\dfrac{3}{5}$ ［マイナスをつける］

はじめの長さは 24cm なので，切片は 24

よって，　$y=-\dfrac{3}{5}x+24$

(3) $x=10$ を(2)で求めた式に代入する。 ［x，y のどちらに代入するかは，単位に注目する　10分後→x分後］

$y=-\dfrac{3}{5}\times 10+24$

$y=18$　　18cm

(4)「燃えつきる」とは，「線香の長さが 0cm になる」ということなので，

$y=0$ を(2)で求めた式に代入する。 ［x，y のどちらに代入するかは，単位に注目する　0cm→$y$cm］

$0=-\dfrac{3}{5}x+24$

これを解いて，$x=40$　　40分後

Try

長さ 20 cm のろうそくがある。火をつけて燃え方を調べたら，5 分後の長さが 18 cm だった。火をつけてから x 分後のろうそくの長さを y cm として，次の問いに答えなさい。

(1) このろうそくは，1 分間に何 cm の割合で短くなるか求めなさい。

(2) y を x の式で表しなさい。

(3) 15 分後のろうそくの長さを求めなさい。

(4) このろうそくは，火をつけてから何分後に燃えつきるか求めなさい。

Exercise

次の問いに答えなさい。

(1) 長さ 20 cm の線香がある。火をつけると 1 分間に $\frac{2}{3}$ cm ずつ短くなった。火をつけてから x 分後の線香の長さを y cm として，次の問いに答えなさい。

① y を x の式で表しなさい。

② 12 分後の線香の長さを求めなさい。

③ この線香は，火をつけてから何分後に燃えつきるか求めなさい。

(2) 長さが 16 cm のろうそくがあり，火をつけてからの時間を x 分，残りのろうそくの長さを y cm とすると，x，y が下の表のようになった。次の問いに答えなさい。

x(分)	0	10	20
y(cm)	16	11	6

① このろうそくは，1 分間に何 cm ずつ短くなるか求めなさい。

② y を x の式で表しなさい。

③ 8 分後のろうそくの長さを求めなさい。

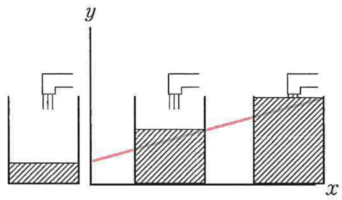
④ このろうそくは，火をつけてから何分後に燃えつきるか求めなさい。

1次関数の利用 ②（水そう）

Point!

1次関数の式の形は $y=ax+b$

水そうに水を入れる問題では



- 傾き a ⇒ **1分間に増える水の量**
- 切片 b ⇒ **はじめの水の量**
  〈例〉4L の水が入っている水そうに毎分 3L ずつ水を入れる
  → $y=3x+4$
- x の変域 ⇒ **$0 \leqq x \leqq$ 満水になる時間**
- y の変域 ⇒ **はじめの水の量 $\leqq y \leqq$ 満水になったときの水の量**

Warm Up

水が65L 入る水そうに，5L の水が入っている。この水そうに，毎分 4L ずつ，水そうがいっぱいになるまで水を入れていった。水を入れ始めてから x 分後の水そうの中の水の量を yL として，次の問いに答えなさい。

(1) y を x の式で表しなさい。

(2) 5分後の水の量を求めなさい。

(3) 満水になるのは，水を入れ始めてから何分後か求めなさい。

(4) x の変域と y の変域を求めなさい。

解説 (1) 1分間に増える水の量は 4L なので，傾きは 4
はじめの水の量は 5L なので，切片は 5
よって，　$y=4x+5$

(2) $x=5$ を(1)で求めた式に代入する。
$y=4\times5+5$
$y=25$　　25L

x，y のどちらに代入するかは，単位に注目する
5分後→ x 分後

(3) 満水になるのは，水の量が 65L になるときなので，
$y=65$ を(1)で求めた式に代入する。
$65=4x+5$
これを解いて，$x=15$　　15分後

x，y のどちらに代入するかは，単位に注目する
65L → yL

(4) (3)より，満水になる時間は 15分後なので，
x の変域は，　$0 \leqq x \leqq 15$
はじめの水の量は 5L，満水になったときの水の量は 65L なので，
y の変域は，　$5 \leqq y \leqq 65$

x の変域

x	0	…	15
y	5	…	65

y の変域

Try

水が 55L 入る水そうに，10L の水が入っている。この水そうに，1分間に 3L の割合で，水そうがいっぱいになるまで水を入れた。水を入れ始めてから x 分後の水そうの中の水の量を yL として，次の問いに答えなさい。

(1) y を x の式で表しなさい。

(2) 水を入れ始めてから 6 分後の水の量を求めなさい。

(3) 水そうがいっぱいになるのは何分後か求めなさい。

(4) x の変域と y の変域を求めなさい。

Exercise

次の問いに答えなさい。

(1) 水が 70L 入る水そうに 7L の水が入っている。この水そうに，毎分 3L ずつ，水そうがいっぱいになるまで水を入れていった。水を入れ始めてから x 分後の水そうの中の水の量を yL として，次の問いに答えなさい。

① y を x の式で表しなさい。

② 8 分後の水の量を求めなさい。

③ 満水になるのは，水を入れ始めてから何分後か求めなさい。

④ x の変域と y の変域を求めなさい。

(2) 深さ 30cm の水そうに，6cm の高さまで水が入っている。この水そうに，1分間に水位が 3cm ずつ上がるように満水になるまで水を入れていった。水を入れ始めてから x 分後の水そうの水位を $y$cm とするとき，次の問いに答えなさい。

① y を x の式で表しなさい。

② 6 分後の水位は何 cm か求めなさい。

③ 水そうがいっぱいになるのは何分後か求めなさい。

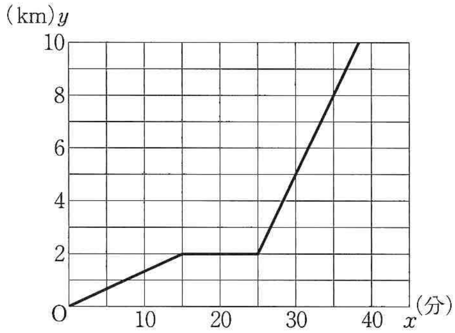
④ x の変域と y の変域を求めなさい。

1次関数の利用 ③（時間と道のり）

Point!

Warm Up

Aさんは，午前11時に家を出発して，歩いてバス停まで行った。そこからバスに乗ってC市まで買い物に行った。右のグラフは，Aさんが家を出発してからの時間と道のりの関係を表したものである。次の問いに答えなさい。



(1) Aさんがバス停にいたのは何分間か求めなさい。

(2) バスの時速を求めなさい。

(3) Aさんが家を出発してから25分後に兄が時速48kmの自動車で家からC市に向かって出発した。兄の進んだようすをグラフにかき入れなさい。

(4) 兄がAさんを追い抜く時刻を求めなさい。

(5) 兄がAさんを追い抜くのは家から何kmの地点か求めなさい。

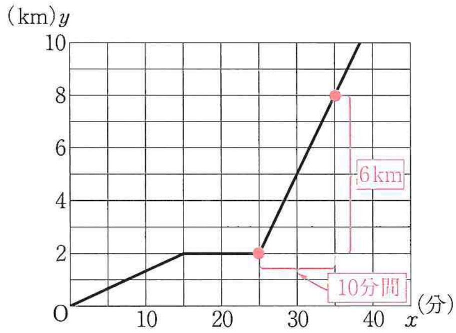
解説 (1) 道のりが変化していない時間を求めればよいので，グラフより，10分間

(2) グラフより，バスは10分間に6km進んでいる。

10分間で6km　⇒　60分間で36km

　　　　　　　　＝1時間で36km

よって，時速36km



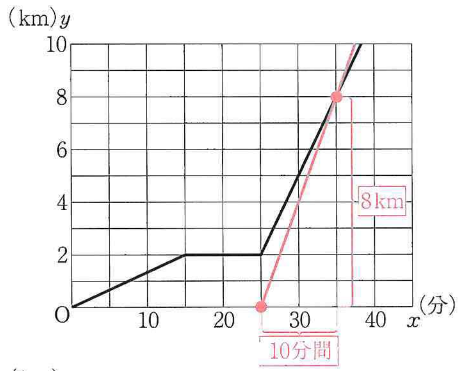
(3) (2)でグラフを読みとったように，10分間に何km進むかを考える。

時速48km＝60分間で48km

　　　　　↓÷6　　↓÷6

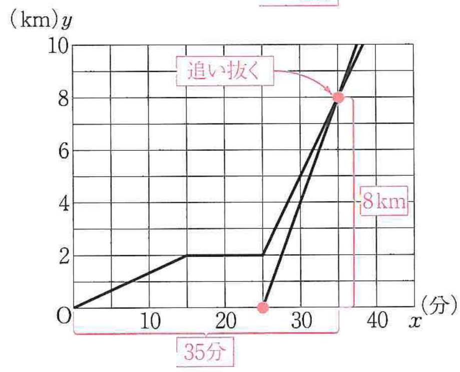
　　　　10分間で8km

また兄は25分後に出発するので，グラフは右の図のようになる。



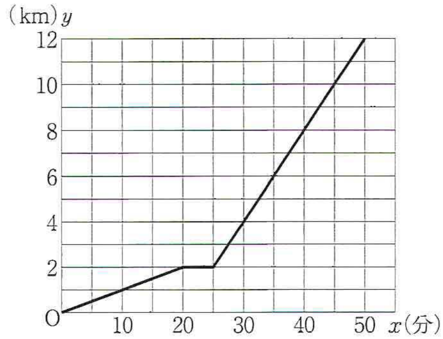
(4) 右のグラフより，午前11時35分

(5) 右のグラフより，8km



Try

Aさんは，午前9時に家を出発して，歩いてバス停まで行き，そこからバスに乗って家から12kmはなれたS市まで買い物に行った。右の図はAさんが家を出発してからx分後に，家から$y$kmはなれたところにいるものとして，そのようすをグラフに表したものである。次の問いに答えなさい。



(1) Aさんがバス停にいたのは何分間か求めなさい。

(2) バスの時速を求めなさい。

(3) Aさんが家を出発してから25分後に，姉が時速36kmの自動車でS市から家に向かって出発した。姉の進んだようすをグラフにかき入れなさい。作図ページ

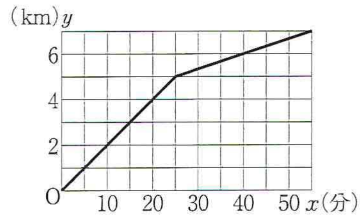
(4) 姉がAさんとすれちがう時刻を求めなさい。

(5) 姉がAさんとすれちがうのは家から何kmの地点か求めなさい。

Exercise

次の問いに答えなさい。

(1) 弟が午前10時に家を出発し，自転車でA町まで行き，A町からは歩いてB町に行った。右のグラフは，弟が家を出発してからの時間と道のりの関係を表したものである。次の問いに答えなさい。



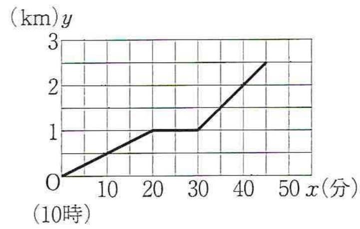
① 自転車で家からA町まで行ったときの時速を求めなさい。

② 午前10時20分に，姉が時速18kmの自転車で家を出発し，弟を追いかけた。姉の進んだようすをグラフにかき入れなさい。作図ページ

③ 姉が弟に追いつく時刻を求めなさい。

④ 姉が弟に追いつくのは家から何kmの地点か求めなさい。

(2) Aさんは，自宅を午前10時に出発し，途中，本屋に寄ってから図書館に行った。右の図は，Aさんが家を出発してからx分後までに歩いた道のりを$y$kmとして，図書館に着くまでの関係をグラフに表したものである。次の問いに答えなさい。



① Aさんが本屋にいたのは何分間か求めなさい。

② 家を出てから本屋まで行ったときの時速を求めなさい。

③ 姉は午前10時30分に図書館を出発して，自転車に乗って時速12kmで家に向かった。午前10時x分における家からの道のりを$y$kmとして，図書館を出発してから家に着くまでのxとyの関係をグラフにかき入れなさい。作図ページ

④ 姉がAさんとすれちがう時刻を求めなさい。

⑤ 姉がAさんとすれちがうのは家から何kmの地点か求めなさい。

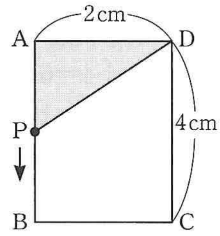
1次関数の利用 ④（動点）

Point!

動点の問題では，まず**動点が頂点にあるときの x，y の値を考える。**

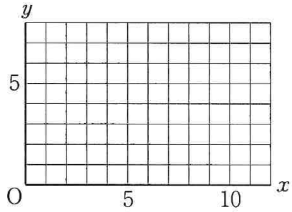
Warm Up

右の図のような長方形 ABCD で，点 P は A を出発して秒速 1cm で辺 AB，BC，CD 上を D まで動く。点 P が A を出発してから x 秒後の△APD の面積を $y\text{cm}^2$ とする。次の問いに答えなさい。



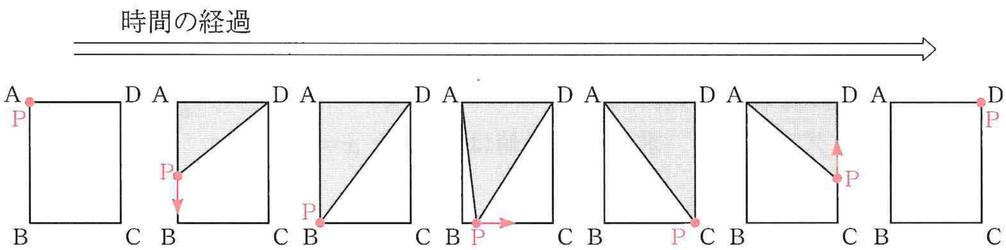
(1) 点 P が次の①～③の場合，y を x の式で表しなさい。また，x の変域も求めなさい。
　① AB 上にあるとき
　② BC 上にあるとき
　③ CD 上にあるとき

(2) x，y の関係をグラフに表しなさい。



(3) △APD の面積が 3cm^2 になるのは，点 P が A を出発してから何秒後か，すべて求めなさい。

解説 (1) 動点 P の動きを考え，P が頂点にあるときの x，y の値を表にまとめる。



Pの位置	A		B		C		D
x(秒)	0	…	4	…	6	…	10
$y(\text{cm}^2)$	0	…	4	…	4	…	0

① 動点 P が A，B にあるときの x，y の値を $y=ax+b$ にそれぞれ代入し，連立方程式をつくる。

$$\begin{cases} 0=b \\ 4=4a+b \end{cases}$$

これを解いて，$a=1$，$b=0$

	A		B		C		D
x	0	…	4	…	6	…	10
y	0	…	4	…	4	…	0

求めた a，b を $y=ax+b$ に代入して，$\underline{y=x}$

また，x の変域は，0 秒後から 4 秒後までなので　$\underline{0 \leqq x \leqq 4}$

次ページへ続く

② 動点PがB，Cにあるときのx，yの値を
$y=ax+b$にそれぞれ代入し，連立方程式をつくる。

$$\begin{cases} 4=4a+b \\ 4=6a+b \end{cases}$$

	A		B		C		D
x	0	…	4	…	6	…	10
y	0	…	4	…	4	…	0

これを解いて，$a=0$，$b=4$
求めたa，bを$y=ax+b$に代入して，$y=4$
また，xの変域は，4秒後から6秒後までなので　$4 \leqq x \leqq 6$

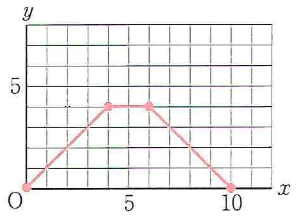
③ 動点PがC，Dにあるときのx，yの値を
$y=ax+b$にそれぞれ代入し，連立方程式をつくる。

$$\begin{cases} 4=6a+b \\ 0=10a+b \end{cases}$$

	A		B		C		D
x	0	…	4	…	6	…	10
y	0	…	4	…	4	…	0

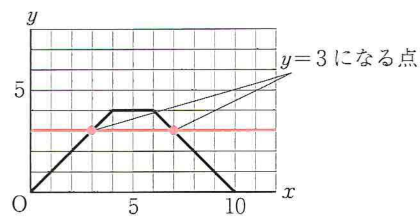
これを解いて，$a=-1$，$b=10$
求めたa，bを$y=ax+b$に代入して，$y=-x+10$
また，xの変域は，6秒後から10秒後までなので　$6 \leqq x \leqq 10$

(2) 動点PがA，B，C，Dにあるときのx，yの値を座標として点をとり，線分で結ぶ。



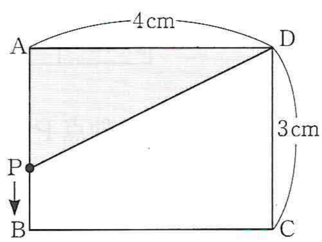
	A		B		C		D
x	0	…	4	…	6	…	10
y	0	…	4	…	4	…	0

(3) $y=3$のグラフをかき，(2)のグラフとの交点のx座標を読みとればよい。
右のグラフより，求めるxの値は$x=3$と$x=7$
よって，3秒後，7秒後



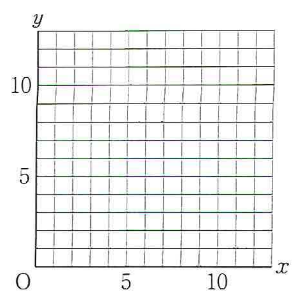
Try

右の図の長方形ABCDで，点PはAを出発して，秒速1cmで辺上をB，Cを通ってDまで動く。点PがAを出発してからx秒後の△APDの面積を$y$cm^{2}として，次の問いに答えなさい。



(1) 点Pが次の①～③の場合，yをxの式で表しなさい。また，xの変域も求めなさい。
① AB上にあるとき　② BC上にあるとき　③ CD上にあるとき

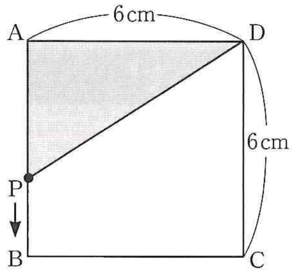
(2) x，yの関係をグラフに表しなさい。 作図ページ



(3) △APDの面積が4cm^{2}になるのは，点PがAを出発してから何秒後か，すべて求めなさい。

Exercise

次の問いに答えなさい。

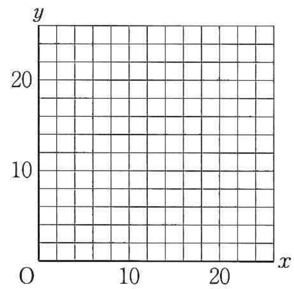


(1) 右の図の正方形 ABCD で，点 P が A を出発して，秒速 1cm で辺上を B, C を通って D まで動く。点 P が A を出発してから x 秒後の△APD の面積を y cm^2 として，次の問いに答えなさい。

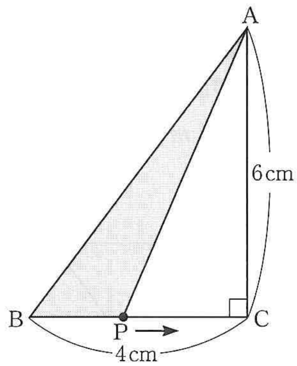
① 点 P が次の**ア**～**ウ**の場合，y を x の式で表しなさい。また，x の変域も求めなさい。

ア AB 上にあるとき　**イ** BC 上にあるとき　**ウ** CD 上にあるとき

② x，y の関係をグラフに表しなさい。 作図ページ



③ △APD の面積が 12cm^2 になるのは，点 P が A を出発してから何秒後か，すべて求めなさい。

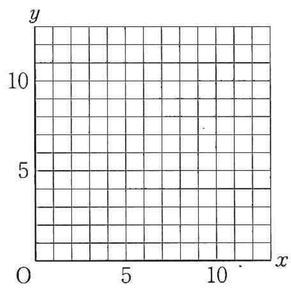


(2) 右の図の直角三角形 ABC で，点 P は B を出発して秒速 1cm で辺上を B, C, A の順に A まで動く。点 P が B を出発してから x 秒後の△ABP の面積を y cm^2 として，次の問いに答えなさい。

① 点 P が辺 BC 上を動くとき，y を x の式で表しなさい。また，x の変域も求めなさい。

② 点 P が辺 CA 上を動くとき，y を x の式で表しなさい。また，x の変域も求めなさい。

③ 点 P が B から A まで動くときの x と y の関係をグラフに表しなさい。
作図ページ



④ △ABP の面積が 6cm^2 になるのは，点 P が B を出発してから何秒後か，すべて求めなさい。