解答と解説

数学

●名前

1 正の数・負の数

❖確認問題❖

➡p.4〜p.6

1
(1) 2　(2) -10　(3) 8
(4) -11　(5) -7　(6) 8
(7) -3　(8) $-\frac{2}{15}$　(9) $-\frac{4}{21}$
(10) -32　(11) 54　(12) 0
(13) -2　(14) 3　(15) $-\frac{1}{2}$
(16) $-\frac{2}{3}$　(17) 18　(18) -4

2
(1) 1　(2) -5　(3) -2
(4) 81　(5) -8　(6) 24
(7) -2　(8) 56　(9) -2

3
(1) -6　(2) -7　(3) -12
(4) 56　(5) -9　(6) -30
(7) 58　(8) -3　(9) 17

4
(1) -19　(2) -5　(3) 11
(4) -2900　(5) -360　(6) 1236

5 (1) D　(2) 7点　(3) 73点

6 (1) 149人　(2) 158.2人

7 23, 29, 31, 37

8
(1) $2\times3\times5$　(2) $3^2\times7$
(3) $2^3\times3^2$　(4) $2^2\times7^2$

解説

1
(1) $(-5)+(+7)=+(7-5)=2$
(2) $(-4)+(-6)=-(4+6)=-10$
(3) $(+9)+(-1)=+(9-1)=8$
(4) $(-9)-(+2)=(-9)+(-2)=-(9+2)=-11$
(5) $(-8)-(-1)=(-8)+(+1)=-(8-1)=-7$
(6) $(+3)-(-5)=(+3)+(+5)=+(3+5)=8$
(7) 0にどんな数をたしても和はたす数になる。
(8) $\left(-\frac{5}{6}\right)+\left(+\frac{7}{10}\right)=-\left(\frac{5}{6}-\frac{7}{10}\right)=-\frac{2}{15}$
(9) $\left(+\frac{1}{6}\right)-\left(+\frac{5}{14}\right)=\left(+\frac{1}{6}\right)+\left(-\frac{5}{14}\right)$
$=-\left(\frac{5}{14}-\frac{1}{6}\right)=-\frac{4}{21}$
(10) $(+4)\times(-8)=-(4\times8)=-32$
(11) $(-9)\times(-6)=+(9\times6)=54$
(12) どんな数でも0をかけると，積は0になる。
(13) $(-12)\div(+6)=-(12\div6)=-2$
(14) $(-15)\div(-5)=+(15\div5)=3$
(15) $8\div(-16)=-(8\div16)=-\left(8\times\frac{1}{16}\right)=-\frac{1}{2}$
(16) $\left(-\frac{3}{4}\right)\times\left(+\frac{8}{9}\right)=-\left(\frac{3}{4}\times\frac{8}{9}\right)=-\frac{2}{3}$
(17) $(-8)\div\left(-\frac{4}{9}\right)=(-8)\times\left(-\frac{9}{4}\right)=18$
(18) $\frac{6}{7}\div\left(-\frac{3}{14}\right)=\frac{6}{7}\times\left(-\frac{14}{3}\right)=-4$

2
(1) $-6+(-1)-(-8)=-6-1+8=-7+8=1$
(2) $-3+6-9+1=6+1-3-9=7-12=-5$
(3) $2-(+3)-(-5)+(-6)=2-3+5-6$
$=2+5-3-6=7-9=-2$
(4) $(-3)^4=(-3)\times(-3)\times(-3)\times(-3)=81$
(5) $-2^3=-(2\times2\times2)=-8$
(6) $(-2)\times3\times(-4)=+(2\times3\times4)=24$
(7) $4\div14\times(-7)=4\times\frac{1}{14}\times(-7)=-\left(4\times\frac{1}{14}\times7\right)$
$=-2$
(8) $-42\times8\div(-6)=-42\times8\times\left(-\frac{1}{6}\right)$
$=+\left(42\times8\times\frac{1}{6}\right)=56$
(9) $-15\div(-9)\div\left(-\frac{5}{6}\right)=-15\times\left(-\frac{1}{9}\right)\times\left(-\frac{6}{5}\right)$
$=-\left(15\times\frac{1}{9}\times\frac{6}{5}\right)=-2$

3
(1) $-13+21\div3=-13+7=-6$
(2) $9+(-8)\times2=9+(-16)=-7$
(3) $5\times(-3)-(-27)\div9=-15-(-3)=-15+3$
$=-12$
(4) $-7\times(-9+1)=-7\times(-8)=56$
(5) $-54\div(-1+7)=-54\div6=-9$
(6) $3\times(-2-8)=3\times(-10)=-30$
(7) $4+6\times(-3)^2=4+6\times9=4+54=58$
(8) $-5+(-4)^2\div8=-5+16\div8=-5+2=-3$
(9) $9-64\div(-2)^3=9-64\div(-8)=9-(-8)=9+8$
$=17$

4
(1) $-12\times\left(\frac{5}{6}+\frac{3}{4}\right)=-12\times\frac{5}{6}+(-12)\times\frac{3}{4}$
$=-10+(-9)=-19$
(2) $\left(\frac{1}{3}-\frac{4}{7}\right)\times21=\frac{1}{3}\times21-\frac{4}{7}\times21=7-12=-5$
(3) $-18\times\left(\frac{1}{6}-\frac{7}{9}\right)=-18\times\frac{1}{6}+(-18)\times\left(-\frac{7}{9}\right)$
$=-3+14=11$

(4)　$-29\times19+(-29)\times81=-29\times(19+81)$
$=-29\times100=-2900$

(5)　$67\times36-77\times36=(67-77)\times36=-10\times36$
$=-360$

(6)　$-103\times(-12)=(-100-3)\times(-12)$
$=-100\times(-12)+(-3)\times(-12)=1200+36$
$=1236$

5　(1)　得点が最も高い生徒は，基準との差が $+9$ 点で最も高い D である。

(2)　$(+2)-(-5)=7$(点)

(3)　$72+(2+0-5+9-1)\div5=72+1=73$(点)

6　(1)　$160-11=149$(人)

(2)　$160+(8-11+7-13+0)\div5=160-1.8$
$=158.2$(人)

7　まず偶数を除き，次に $21=3\times7$，$25=5\times5$，$27=3\times9$，$33=3\times11$，$35=5\times7$，$39=3\times13$ を除く。

8　(1)
$$\begin{array}{r|l} 2 & 30 \\ \hline 3 & 15 \\ \hline & 5 \end{array}$$
$30=2\times3\times5$

(2)
$$\begin{array}{r|l} 3 & 63 \\ \hline 3 & 21 \\ \hline & 7 \end{array}$$
$63=3^2\times7$

(3)
$$\begin{array}{r|l} 2 & 72 \\ \hline 2 & 36 \\ \hline 2 & 18 \\ \hline 3 & 9 \\ \hline & 3 \end{array}$$
$72=2^3\times3^2$

(4)
$$\begin{array}{r|l} 2 & 196 \\ \hline 2 & 98 \\ \hline 7 & 49 \\ \hline & 7 \end{array}$$
$196=2^2\times7^2$

❖演習問題❖

➡p.7

1	(1)　-2	(2)　3	(3)　-2
	(4)　10	(5)　-3	(6)　8
2	(1)　10	(2)　-63	(3)　-45
	(4)　6	(5)　-8	(6)　-16
3	(1)　11	(2)　3	(3)　-3
	(4)　7	(5)　-2	(6)　4
4	(1)　-17	(2)　-730	(3)　-5959
5	(1)　6 冊	(2)　5.8 冊	
6	15		

解説

1　(1)　$2+(-4)=-(4-2)=-2$

(2)　$-5+8=+(8-5)=3$

(3)　$-6-(-4)=-6+(+4)=-(6-4)=-2$

(4)　$7-(-3)=7+(+3)=+(7+3)=10$

(5)　$4-(+1)-6=4-1-6=4-7=-3$

(6)　$7-(-5)+(-4)=7+5-4=12-4=8$

2　(1)　$(-2)\times(-5)=+(2\times5)=10$

(2)　$7\times(-9)=-(7\times9)=-63$

(3)　$(-5)\times(-3)^2=(-5)\times9=-45$

(4)　$-18\div(-3)=+(18\div3)=6$

(5)　$56\div(-7)=-(56\div7)=-8$

(6)　$(-8)\div2\times4=(-8)\times\frac{1}{2}\times4=-\left(8\times\frac{1}{2}\times4\right)$
$=-16$

3　(1)　$5-3\times(-2)=5-(-6)=5+6=11$

(2)　$6+(-24)\div8=6+(-3)=3$

(3)　$9+4\times(-3)=9+(-12)=-3$

(4)　$4-6\div(-2)=4-(-3)=4+3=7$

(5)　$7-3^2=7-9=-2$

(6)　$(-3)^2+5\times(-1)=9+(-5)=4$

4　(1)　$-15\times\left(\frac{4}{5}+\frac{1}{3}\right)=-15\times\frac{4}{5}+(-15)\times\frac{1}{3}$
$=-12+(-5)=-17$

(2)　$73\times36-73\times46=73\times(36-46)=73\times(-10)$
$=-730$

(3)　$-101\times59=(-100-1)\times59$
$=-100\times59-1\times59=-5900-59=-5959$

5　(1)　$(+1)-(-5)=6$(冊)

(2)　$7+(0-5+1-4+2)\div5=7-1.2=5.8$(冊)

6　$60=2^2\times3\times5$

ある自然数の平方になるには，素因数が偶数個ずつあればよいから，60 に $3\times5=15$ をかければ，

$60\times15=(2^2\times3\times5)\times(3\times5)=2^2\times3^2\times5^2$
$=(2\times3\times5)^2=30^2$

となり，自然数 30 の平方となる。

❖実戦問題❖

➡p.8〜p.9

1　(1) -7　(2) 6　(3) -1
(4) $\frac{1}{6}$　(5) $-\frac{5}{8}$　(6) $\frac{7}{30}$
(7) -9　(8) -3　(9) 17
(10) $-\frac{11}{24}$　(11) $-\frac{1}{24}$　(12) $-\frac{5}{36}$
(13) -8　(14) -2　(15) 5
(16) 3　(17) 3　(18) -2

2　(1) 15　(2) -20　(3) -36
(4) 4.5　(5) $-\frac{5}{3}$　(6) $\frac{4}{3}$
(7) $-\frac{3}{4}$　(8) 50　(9) 4
(10) 4　(11) -4　(12) $-\frac{1}{8}$
(13) $-\frac{6}{5}$　(14) $-\frac{2}{3}$　(15) $-\frac{9}{10}$

3　(1) -20　(2) 12　(3) -4
(4) 27　(5) $\frac{4}{9}$　(6) $\frac{10}{3}$

4　(1) 4　(2) -5　(3) 14
(4) 9　(5) $\frac{13}{6}$　(6) -1
(7) 13　(8) -11　(9) 2
(10) 3　(11) -8　(12) 16
(13) -2　(14) 6　(15) -32
(16) 17　(17) 16　(18) 6

5　9本

6　$n=30$

解説

1　(1) $-4+(-3)=-(4+3)=-7$
(2) $-3+9=+(9-3)=6$
(3) $-9+8=-(9-8)=-1$
(4) $-\frac{1}{6}+\frac{1}{3}=-\frac{1}{6}+\frac{2}{6}=+\left(\frac{2}{6}-\frac{1}{6}\right)=\frac{1}{6}$
(5) $-\frac{3}{2}+\frac{7}{8}=-\frac{12}{8}+\frac{7}{8}=-\left(\frac{12}{8}-\frac{7}{8}\right)=-\frac{5}{8}$
(6) $-\frac{3}{5}+\frac{5}{6}=-\frac{18}{30}+\frac{25}{30}=+\left(\frac{25}{30}-\frac{18}{30}\right)=\frac{7}{30}$
(7) $2-11=-(11-2)=-9$
(8) $-10-(-7)=-10+(+7)=-(10-7)=-3$
(9) $-8-(-25)=-8+(+25)=+(25-8)=17$
(10) $\frac{1}{6}-\frac{5}{8}=\frac{4}{24}-\frac{15}{24}=-\left(\frac{15}{24}-\frac{4}{24}\right)=-\frac{11}{24}$
(11) $\frac{7}{12}-\frac{5}{8}=\frac{14}{24}-\frac{15}{24}=-\left(\frac{15}{24}-\frac{14}{24}\right)=-\frac{1}{24}$
(12) $\frac{3}{4}-\frac{8}{9}=\frac{27}{36}-\frac{32}{36}=-\left(\frac{32}{36}-\frac{27}{36}\right)=-\frac{5}{36}$
(13) $-7+3-4=-11+3=-8$
(14) $3+(-7)+2=3-7+2=3+2-7=5-7=-2$
(15) $-3+(-2)+10=-3-2+10=-5+10=5$
(16) $6-8-(-5)=6-8+5=6+5-8=11-8=3$
(17) $-5-(-9)-1=-5+9-1=9-5-1=9-6=3$
(18) $2-(-3)+(-7)=2+3-7=5-7=-2$

2　(1) $(-5)\times(-3)=+(5\times3)=15$
(2) $(-4)\times5=-(4\times5)=-20$
(3) $4\times(-9)=-(4\times9)=-36$
(4) $(-5)\times(-0.9)=+(5\times0.9)=4.5$
(5) $4\times\left(-\frac{5}{12}\right)=-\left(4\times\frac{5}{12}\right)=-\frac{5}{3}$
(6) $\left(-\frac{8}{9}\right)\times\left(-\frac{3}{2}\right)=+\left(\frac{8}{9}\times\frac{3}{2}\right)=\frac{4}{3}$
(7) $\frac{9}{14}\times\left(-\frac{7}{6}\right)=-\left(\frac{9}{14}\times\frac{7}{6}\right)=-\frac{3}{4}$
(8) $2\times(-5)^2=2\times25=50$
(9) $(-32)\div(-8)=+(32\div8)=4$
(10) $(-8)\div(-2)=+(8\div2)=4$
(11) $20\div(-5)=-(20\div5)=-4$
(12) $\frac{3}{4}\div(-6)=\frac{3}{4}\times\left(-\frac{1}{6}\right)=-\frac{1}{8}$
(13) $\frac{3}{5}\div\left(-\frac{1}{2}\right)=\frac{3}{5}\times(-2)=-\frac{6}{5}$
(14) $\frac{4}{15}\div\left(-\frac{2}{5}\right)=\frac{4}{15}\times\left(-\frac{5}{2}\right)=-\frac{2}{3}$
(15) $\left(-\frac{3}{4}\right)\div\frac{5}{6}=\left(-\frac{3}{4}\right)\times\frac{6}{5}=-\frac{9}{10}$

3　(1) $5\times(-16)\div4=5\times(-16)\times\frac{1}{4}$
$=-\left(5\times16\times\frac{1}{4}\right)=-20$
(2) $3\times(-2)^2=3\times4=12$
(3) $36\div(-3^2)=36\div(-9)=-4$
(4) $6^2\div\frac{4}{3}=36\times\frac{3}{4}=27$
(5) $\left(-\frac{4}{3}\right)^2\div(-2)^2=\frac{16}{9}\div4=\frac{16}{9}\times\frac{1}{4}=\frac{4}{9}$
(6) $5\times(-2)^2\div6=5\times4\times\frac{1}{6}=\frac{10}{3}$

4　(1) $6+4\div(-2)=6+(-2)=4$
(2) $9+(-2)\times7=9+(-14)=-5$
(3) $9-15\div(-3)=9-(-5)=9+5=14$
(4) $-7+8\div\frac{1}{2}=-7+8\times2=-7+16=9$

(5) $\frac{2}{3}-\frac{7}{10}\div\left(-\frac{7}{15}\right)=\frac{2}{3}-\frac{7}{10}\times\left(-\frac{15}{7}\right)$

$=\frac{2}{3}-\left(-\frac{3}{2}\right)=\frac{2}{3}+\frac{3}{2}=\frac{4}{6}+\frac{9}{6}=\frac{13}{6}$

(6) $\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{3}\right)\times 12=\frac{1}{4}\times 12-\frac{1}{3}\times 12=3-4=-1$

(7) $-5+(-3)^2\times 2=-5+9\times 2=-5+18=13$

(8) $(-2)^3\div 4-3^2=-8\div 4-9=-2-9=-11$

(9) $4-18\div(-3)^2=4-18\div 9=4-2=2$

(10) $-3^2+16\times\frac{3}{4}=-9+12=3$

(11) $-6-4^2\times\frac{1}{8}=-6-16\times\frac{1}{8}=-6-2=-8$

(12) $6\div\left(-\frac{2}{3}\right)+(-5)^2=6\times\left(-\frac{3}{2}\right)+25=-9+25$

$=16$

(13) $-20\div 5-(3-5)=-4-(-2)=-4+2=-2$

(14) $-9+(-5)\times(1-4)=-9+(-5)\times(-3)$

$=-9+15=6$

(15) $(-9)\div(-3)+5\times(-7)=3+(-35)=-32$

(16) $2-5\times(2-5)=2-5\times(-3)=2-(-15)$

$=2+15=17$

(17) $(-5)\times(-3)+(-2)^2\div 4=15+4\div 4=15+1$

$=16$

(18) $(-3)^2\times(-2)-6\times(-2^2)=9\times(-2)-6\times(-4)$

$=-18-(-24)=-18+24=6$

5 目標ゴール数とのちがいの合計は，
$-3-1+8+5-4+5=10$(本)だから，1 試合における目標ゴール数は，$(82-10)\div 6=12$(本)
よって，第 1 試合のゴール数は，$12-3=9$(本)

6 $5880=2^3\times 3\times 5\times 7^2$
約分したときに分子に素因数が偶数個ずつ，なるべく多く残るように，$n=2\times 3\times 5$ とすると，

$$\frac{5880}{n}=\frac{2^3\times 3\times 5\times 7^2}{2\times 3\times 5}=2^2\times 7^2=(2\times 7)^2=14^2$$

よって，$n=2\times 3\times 5=30$

2 文字式・式の計算

❖確認問題❖

➡p.10～p.12

1
(1) $5x+4$　(2) $8x-4$
(3) $5a-7b$　(4) $-5x+y$
(5) $x-1$　(6) $-2a+6$
(7) $2x-8y$　(8) $-3a-4b$
(9) $-4x$

2
(1) $10x+4$　(2) $-18x+3y$
(3) $3x+2$　(4) $-5a+9b$
(5) $13x+11$　(6) $-8a+10b$
(7) $10a+14b$　(8) $2x-14y$
(9) $-7x+2$　(10) $-7a+11b$
(11) $6x+23y$　(12) $7a-b$
(13) $\frac{5x+8}{6}$　(14) $\frac{4a+b}{3}$
(15) $\frac{x+2y}{12}$

3
(1) $6ab$　(2) $-35xy$　(3) $-4ab^2$
(4) $-24x^2y$　(5) $16x^2$　(6) $12xy^2$
(7) $9y$　(8) $7b$　(9) $-6x$
(10) $-64x$　(11) $24a$　(12) 9

4
(1) $4y$　(2) $-2b^2$　(3) $2x$
(4) $8a^2b$　(5) xy　(6) $-3y$
(7) $-5x^2$　(8) $-2b$　(9) $12y$

5
(1) $-2a^2$　(2) 3　(3) $-x^2y$
(4) $9xy$

6
(1) 2　(2) -48　(3) -36
(4) 15　(5) 40　(6) -160
(7) -42　(8) 15

解説

1 (1) $4x+3+(x+1)=4x+3+x+1$

$=(4+1)x+(3+1)=5x+4$

(2) $(6x+1)+(2x-5)=6x+1+2x-5$

$=(6+2)x+(1-5)=8x-4$

(3) $(2a-5b)+(3a-2b)=2a-5b+3a-2b$

$=(2+3)a+(-5-2)b=5a-7b$

(4) $(-8x+5y)+(3x-4y)=-8x+5y+3x-4y$

$=(-8+3)x+(5-4)y=-5x+y$

(5) $2x+5-(x+6)=2x+5-x-6$

$=(2-1)x+(5-6)=x-1$

(6) $(3a+4)-(5a-2)=3a+4-5a+2$

$=(3-5)a+(4+2)=-2a+6$

(7) $(4x-3y)-(2x+5y)=4x-3y-2x-5y$

$=(4-2)x+(-3-5)y=2x-8y$

(8) $(3a-5b)-(6a-b)=3a-5b-6a+b$

$=(3-6)a+(-5+1)b=-3a-4b$

(9) $(-5x-2y)-(-x-2y)=-5x-2y+x+2y$

$=(-5+1)x+(-2+2)y=-4x$

2 (1) $2(5x+2)=2\times5x+2\times2=10x+4$

(2) $-3(6x-y)=-3\times6x+(-3)\times(-y)=-18x+3y$

(3) $(12x+8)\div4=\dfrac{12x}{4}+\dfrac{8}{4}=3x+2$

別解 $(12x+8)\div4=(12x+8)\times\dfrac{1}{4}$

$=12x\times\dfrac{1}{4}+8\times\dfrac{1}{4}=3x+2$

(4) $(25a-45b)\div(-5)=-\dfrac{25a}{5}+\dfrac{45b}{5}=-5a+9b$

別解 $(25a-45b)\div(-5)=(25a-45b)\times\left(-\dfrac{1}{5}\right)$

$=25a\times\left(-\dfrac{1}{5}\right)-45b\times\left(-\dfrac{1}{5}\right)=-5a+9b$

(5) $3(x+2)+5(2x+1)=3x+6+10x+5=13x+11$

(6) $-5a-2b+3(-a+4b)=-5a-2b-3a+12b$

$=-8a+10b$

(7) $4(a+6b)+2(3a-5b)=4a+24b+6a-10b$

$=10a+14b$

(8) $6(2x-3y)+2(-5x+2y)=12x-18y-10x+4y$

$=2x-14y$

(9) $2(x+4)-3(3x+2)=2x+8-9x-6=-7x+2$

(10) $-5a+3b-2(a-4b)=-5a+3b-2a+8b$

$=-7a+11b$

(11) $4(5x-3y)-7(2x-5y)=20x-12y-14x+35y$

$=6x+23y$

(12) $5(3a+7b)-4(2a+9b)=15a+35b-8a-36b$

$=7a-b$

(13) $\dfrac{x+1}{3}+\dfrac{x+2}{2}=\dfrac{2(x+1)+3(x+2)}{6}$

$=\dfrac{2x+2+3x+6}{6}=\dfrac{5x+8}{6}$

(14) $2a-b-\dfrac{2a-4b}{3}=\dfrac{3(2a-b)-(2a-4b)}{3}$

$=\dfrac{6a-3b-2a+4b}{3}=\dfrac{4a+b}{3}$

(15) $\dfrac{3x+2y}{4}-\dfrac{2x+y}{3}=\dfrac{3(3x+2y)-4(2x+y)}{12}$

$=\dfrac{9x+6y-8x-4y}{12}=\dfrac{x+2y}{12}$

3 (1) $2a\times3b=2\times3\times a\times b=6ab$

(2) $-7x\times5y=-7\times5\times x\times y=-35xy$

(3) $-ab\times4b=-1\times4\times a\times b\times b=-4ab^2$

(4) $4xy\times(-6x)=4\times(-6)\times x\times y\times x=-24x^2y$

(5) $(4x)^2=4x\times4x=16x^2$

(6) $3x\times(-2y)^2=3x\times4y^2=12xy^2$

(7) $18xy\div2x=\dfrac{18xy}{2x}=9y$

(8) $49ab\div7a=\dfrac{49ab}{7a}=7b$

(9) $54x^2\div(-9x)=-\dfrac{54x^2}{9x}=-6x$

(10) $-24xy\div\dfrac{3}{8}y=-24xy\div\dfrac{3y}{8}=-24xy\times\dfrac{8}{3y}$

$=-\dfrac{24xy\times8}{3y}=-64x$

(11) $20a^2b\div\dfrac{5}{6}ab=20a^2b\div\dfrac{5ab}{6}=20a^2b\times\dfrac{6}{5ab}$

$=\dfrac{20a^2b\times6}{5ab}=24a$

(12) $-12xy\div\left(-\dfrac{4}{3}xy\right)=-12xy\div\left(-\dfrac{4xy}{3}\right)$

$=-12xy\times\left(-\dfrac{3}{4xy}\right)=\dfrac{12xy\times3}{4xy}=9$

4 (1) $6x\times2y\div3x=\dfrac{6x\times2y}{3x}=4y$

(2) $8ab\div4a\times(-b)=-\dfrac{8ab\times b}{4a}=-2b^2$

(3) $-28x^2y\div2x\div(-7y)=\dfrac{28x^2y}{2x\times7y}=2x$

(4) $-24ab^2\div(-9b)\times3a=\dfrac{24ab^2\times3a}{9b}=8a^2b$

(5) $4xy^2\times2x\div8xy=\dfrac{4xy^2\times2x}{8xy}=xy$

(6) $30xy^2\div(-5x)\div2y=-\dfrac{30xy^2}{5x\times2y}=-3y$

(7) $-15xy\times(-2x)\div(-6y)=-\dfrac{15xy\times2x}{6y}=-5x^2$

(8) $16ab^2\div2a\div(-4b)=-\dfrac{16ab^2}{2a\times4b}=-2b$

(9) $-9x\times8y^2\div(-6xy)=\dfrac{9x\times8y^2}{6xy}=12y$

5 (1) $-\dfrac{3}{2}ab\times4a\div3b=-\dfrac{3ab}{2}\times4a\times\dfrac{1}{3b}$

$=-\dfrac{3ab\times4a}{2\times3b}=-2a^2$

(2) $10xy\div\dfrac{5}{6}x\div4y=10xy\div\dfrac{5x}{6}\div4y$

$=10xy\times\dfrac{6}{5x}\times\dfrac{1}{4y}=\dfrac{10xy\times6}{5x\times4y}=3$

(3) $12x^2y^2\div9xy\times\left(-\dfrac{3}{4}x\right)$

$=12x^2y^2\times\dfrac{1}{9xy}\times\left(-\dfrac{3x}{4}\right)$

$=-\dfrac{12x^2y^2\times3x}{9xy\times4}=-x^2y$

(4) $-8xy^2\times6x\div\left(-\dfrac{16}{3}xy\right)$

$=-8xy^2\times6x\div\left(-\dfrac{16xy}{3}\right)$

$=-8xy^2\times6x\times\left(-\dfrac{3}{16xy}\right)=\dfrac{8xy^2\times6x\times3}{16xy}=9xy$

6 (1) $5(2x+3)-3(4x+7)=10x+15-12x-21$
$=-2x-6=-2\times(-4)-6=2$

(2) $3(3x-5y)+2(-4x+3y)=9x-15y-8x+6y$
$=x-9y=-3-9\times5=-48$

(3) $2(4a+3b)-4(3a+b)=8a+6b-12a-4b$
$=-4a+2b=-4\times7+2\times(-4)=-36$

(4) $4(2x+5y)-3(5x+4y)=8x+20y-15x-12y$
$=-7x+8y=-7\times\dfrac{1}{7}+8\times2=15$

(5) $36xy^2\div9y=\dfrac{36xy^2}{9y}=4xy=4\times2\times5=40$

(6) $-35x^2y\div7x=-\dfrac{35x^2y}{7x}=-5xy=-5\times4\times8$
$=-160$

(7) $-18a^2b\div6a=-\dfrac{18a^2b}{6a}=-3ab$
$=-3\times(-2)\times(-7)=-42$

(8) $-48ab^2\div(-8b)=\dfrac{48ab^2}{8b}=6ab=6\times\dfrac{5}{6}\times3$
$=15$

❖演習問題❖

➡p.13

1 (1) $6x+4$　(2) $9a+5b$
(3) $7x-2y$　(4) $-x-6y$
(5) $-5x+6y$　(6) $2a-8b$

2 (1) $15x-6y$　(2) $-12x-42y$
(3) $-9x-2y$　(4) $-12x+1$
(5) $6x-23y$　(6) $x-2y$
(7) $a+2b$　(8) $\dfrac{x-7y}{12}$
(9) $\dfrac{a+5b}{6}$

3 (1) $6a^5$　(2) $-3x^3y^2$　(3) $-3a^2b$
(4) $7a$　(5) $2x^3y$　(6) $24x$

4 (1) $-8b^2$　(2) $-8a$　(3) $4ab^3$

5 (1) -57　(2) -12

解説

1 (1) $8x-3-2x+7=(8-2)x+(-3+7)=6x+4$

(2) $(3a+4b)+(6a+b)=3a+4b+6a+b$
$=(3+6)a+(4+1)b=9a+5b$

(3) $(5x+3y)+(2x-5y)=5x+3y+2x-5y$
$=(5+2)x+(3-5)y=7x-2y$

(4) $(3x-7y)-(4x-y)=3x-7y-4x+y$
$=(3-4)x+(-7+1)y=-x-6y$

(5) $(2x+9y)-(7x+3y)=2x+9y-7x-3y$
$=(2-7)x+(9-3)y=-5x+6y$

(6) $(4a-5b)-(2a+3b)=4a-5b-2a-3b$
$=(4-2)a+(-5-3)b=2a-8b$

2 (1) $3(5x-2y)=3\times5x+3\times(-2y)=15x-6y$

(2) $-6(2x+7y)=-6\times2x+(-6)\times7y$
$=-12x-42y$

(3) $(63x+14y)\div(-7)=-\dfrac{63x}{7}-\dfrac{14y}{7}=-9x-2y$

別解 $(63x+14y)\div(-7)=(63x+14y)\times\left(-\dfrac{1}{7}\right)$
$=63x\times\left(-\dfrac{1}{7}\right)+14y\times\left(-\dfrac{1}{7}\right)=-9x-2y$

(4) $-3(x+2)+(7-9x)=-3x-6+7-9x$
$=-12x+1$

(5) $(2x-3y)+4(x-5y)=2x-3y+4x-20y$
$=6x-23y$

(6) $3(2x+y)-5(x+y)=6x+3y-5x-5y=x-2y$

(7) $4(2a-3b)-7(a-2b)=8a-12b-7a+14b$
$=a+2b$

(8) $\dfrac{x-3y}{4}+\dfrac{-x+y}{6}=\dfrac{3(x-3y)+2(-x+y)}{12}$
$=\dfrac{3x-9y-2x+2y}{12}=\dfrac{x-7y}{12}$

(9) $\frac{2a+b}{3}-\frac{a-b}{2}=\frac{2(2a+b)-3(a-b)}{6}$

$=\frac{4a+2b-3a+3b}{6}=\frac{a+5b}{6}$

3 (1) $3a^2\times2a^3=3\times2\times a\times a\times a\times a\times a=6a^5$

(2) $x^2y\times(-3xy)=-3\times x\times x\times y\times x\times y$

$=-3x^3y^2$

(3) $15ab\times\left(-\frac{a}{5}\right)=15\times\left(-\frac{1}{5}\right)\times a\times b\times a=-3a^2b$

(4) $28a^2b^2\div4ab^2=\frac{28a^2b^2}{4ab^2}=7a$

(5) $8x^4y^3\div4xy^2=\frac{8x^4y^3}{4xy^2}=2x^3y$

(6) $15xy\div\frac{5}{8}y=15xy\div\frac{5y}{8}=15xy\times\frac{8}{5y}$

$=\frac{15xy\times8}{5y}=24x$

4 (1) $12ab^2\div3ab\times(-2b)=-\frac{12ab^2\times2b}{3ab}=-8b^2$

(2) $(-4a^2)\times18b\div9ab=-\frac{4a^2\times18b}{9ab}=-8a$

(3) $a^2b\times8ab^2\div2a^2=\frac{a^2b\times8ab^2}{2a^2}=4ab^3$

5 (1) $2(2a-3b)+3(a+5b)=4a-6b+3a+15b$

$=7a+9b=7\times(-3)+9\times(-4)=-57$

(2) $(-6xy^2)\div3y=-\frac{6xy^2}{3y}=-2xy=-2\times3\times2$

$=-12$

❖実戦問題❖

➡p.14~p.15

1 (1) $8a+7b$ (2) $-2a+3b$

(3) $-x^2-3x$ (4) $9x-8y$

2 (1) $-2x+9y$ (2) $-a-16b$

(3) $5a+3b$ (4) $6a-8b$

(5) $3a-b$ (6) $-a+b$

(7) $-a-b$ (8) $-5x+6y$

(9) $\frac{5x-y}{6}$ (10) $\frac{7x-y}{12}$

(11) $\frac{5a-7b}{12}$ (12) $\frac{x}{12}$

(13) $\frac{x-7y}{10}$ (14) $-\frac{1}{2}a$

3 (1) $3a^3b^4$ (2) $-3a^2b$ (3) $-\frac{5}{6}x$

(4) $\frac{9}{2}x$ (5) $-6x$ (6) $6a$

4 (1) $-2a^2b$ (2) $-4x^2$ (3) $-8a^2$

(4) $-2b^2$ (5) $3b^3$ (6) $-\frac{6a^2}{b}$

(7) $\frac{3}{2}a^2b^3$ (8) $35y^3$ (9) $3x^4$

(10) $2a$ (11) $-27xy$ (12) $5a$

(13) $24a$ (14) $-8x^3$ (15) $-48b$

(16) $-32a^2b$

5 (1) 4 (2) 16 (3) 12

(4) 24

解説

1 (1) $9a+4b-(a-3b)=9a+4b-a+3b$

$=(9-1)a+(4+3)b=8a+7b$

(2) $(a+2b)-(3a-b)=a+2b-3a+b$

$=(1-3)a+(2+1)b=-2a+3b$

(3) $(2x^2-5x)-(3x^2-2x)=2x^2-5x-3x^2+2x$

$=(2-3)x^2+(-5+2)x=-x^2-3x$

(4) $(7x-5y)-(-2x+3y)=7x-5y+2x-3y$

$=(7+2)x+(-5-3)y=9x-8y$

2 (1) $-2(5x-y)+(8x+7y)=-10x+2y+8x+7y$

$=-2x+9y$

(2) $-7(a+2b)+2(3a-b)=-7a-14b+6a-2b$

$=-a-16b$

(3) $-(a-b)+2(3a+b)=-a+b+6a+2b=5a+3b$

(4) $4(2a-3b)-2(a-2b)=8a-12b-2a+4b$

$=6a-8b$

(5) $3(5a-b)-2(6a-b)=15a-3b-12a+2b$

$=3a-b$

(6) $2(a+2b)-3(a+b)=2a+4b-3a-3b=-a+b$

(7) $7(2a-3b)-5(3a-4b)=14a-21b-15a+20b$

$=-a-b$

(8) $3(x-2y)-4(2x-3y)=3x-6y-8x+12y$

$=-5x+6y$

(9) $\dfrac{x+y}{2}+\dfrac{x-2y}{3}=\dfrac{3(x+y)+2(x-2y)}{6}$

$=\dfrac{3x+3y+2x-4y}{6}=\dfrac{5x-y}{6}$

(10) $\dfrac{x-7y}{4}+\dfrac{x+5y}{3}=\dfrac{3(x-7y)+4(x+5y)}{12}$

$=\dfrac{3x-21y+4x+20y}{12}=\dfrac{7x-y}{12}$

(11) $\dfrac{3a-5b}{4}-\dfrac{a-2b}{3}=\dfrac{3(3a-5b)-4(a-2b)}{12}$

$=\dfrac{9a-15b-4a+8b}{12}=\dfrac{5a-7b}{12}$

(12) $\dfrac{2x-3y}{6}-\dfrac{x-2y}{4}=\dfrac{2(2x-3y)-3(x-2y)}{12}$

$=\dfrac{4x-6y-3x+6y}{12}=\dfrac{x}{12}$

(13) $\dfrac{3x-y}{2}-\dfrac{7x+y}{5}=\dfrac{5(3x-y)-2(7x+y)}{10}$

$=\dfrac{15x-5y-14x-2y}{10}=\dfrac{x-7y}{10}$

(14) $\dfrac{1}{2}(3a-2b)-(2a-b)=\dfrac{3}{2}a-b-2a+b$

$=\dfrac{3}{2}a-b-\dfrac{4}{2}a+b=-\dfrac{1}{2}a$

3 (1) $\dfrac{1}{3}ab^3\times 9a^2b=\dfrac{1}{3}\times 9\times a\times b\times b\times b\times a\times a\times b$

$=3a^3b^4$

(2) $\dfrac{1}{4}ab\times(-12a)=\dfrac{1}{4}\times(-12)\times a\times b\times a$

$=-3a^2b$

(3) $10x^2y\div(-12xy)=-\dfrac{10x^2y}{12xy}=-\dfrac{5}{6}x$

(4) $18x^2y\div 4xy=\dfrac{18x^2y}{4xy}=\dfrac{9}{2}x$

(5) $9x^2\div\left(-\dfrac{3}{2}x\right)=9x^2\div\left(-\dfrac{3x}{2}\right)=9x^2\times\left(-\dfrac{2}{3x}\right)$

$=-\dfrac{9x^2\times 2}{3x}=-6x$

(6) $\dfrac{10}{3}a^3b^2\div\dfrac{5}{9}a^2b^2=\dfrac{10a^3b^2}{3}\div\dfrac{5a^2b^2}{9}$

$=\dfrac{10a^3b^2}{3}\times\dfrac{9}{5a^2b^2}=\dfrac{10a^3b^2\times 9}{3\times 5a^2b^2}=6a$

4 (1) $3a^2\times 6ab^2\div(-9ab)=-\dfrac{3a^2\times 6ab^2}{9ab}=-2a^2b$

(2) $8x^2y\times(-6xy)\div 12xy^2=-\dfrac{8x^2y\times 6xy}{12xy^2}=-4x^2$

(3) $12ab\div 3b\times(-2a)=-\dfrac{12ab\times 2a}{3b}=-8a^2$

(4) $5a^2b^2\div 10a^2b\times(-4b)=-\dfrac{5a^2b^2\times 4b}{10a^2b}=-2b^2$

(5) $6ab\times 4ab^2\div 8a^2=\dfrac{6ab\times 4ab^2}{8a^2}=3b^3$

(6) $12ab\times(-8a^2)\div 16ab^2=-\dfrac{12ab\times 8a^2}{16ab^2}=-\dfrac{6a^2}{b}$

(7) $3a^3b\times 2ab^2\div(-2a)^2=3a^3b\times 2ab^2\div 4a^2$

$=\dfrac{3a^3b\times 2ab^2}{4a^2}=\dfrac{3}{2}a^2b^3$

(8) $5xy^2\times 7xy\div(-x)^2=5xy^2\times 7xy\div x^2$

$=\dfrac{5xy^2\times 7xy}{x^2}=35y^3$

(9) $9x^3\div 3x\times(-x)^2=9x^3\div 3x\times x^2$

$=\dfrac{9x^3\times x^2}{3x}=3x^4$

(10) $(-4a)^2\times b\div 8ab=16a^2\times b\div 8ab$

$=\dfrac{16a^2\times b}{8ab}=2a$

(11) $6x^2\times(-3y)^2\div(-2xy)=6x^2\times 9y^2\div(-2xy)$

$=-\dfrac{6x^2\times 9y^2}{2xy}=-27xy$

(12) $10a^2b\div(-2ab)^2\times 2ab=10a^2b\div 4a^2b^2\times 2ab$

$=\dfrac{10a^2b\times 2ab}{4a^2b^2}=5a$

(13) $(-4a)^2\times 9a\div 6a^2=16a^2\times 9a\div 6a^2$

$=\dfrac{16a^2\times 9a}{6a^2}=24a$

(14) $(-2x)^2\div 3xy\times(-6x^2y)=4x^2\div 3xy\times(-6x^2y)$

$=-\dfrac{4x^2\times 6x^2y}{3xy}=-8x^3$

(15) $8a\times(-6ab^3)\div(-ab)^2=8a\times(-6ab^3)\div a^2b^2$

$=-\dfrac{8a\times 6ab^3}{a^2b^2}=-48b$

(16) $6ab^2\div\dfrac{3}{2}a^2b\times(-2a)^3=6ab^2\div\dfrac{3a^2b}{2}\times(-8a^3)$

$=6ab^2\times\dfrac{2}{3a^2b}\times(-8a^3)=-\dfrac{6ab^2\times 2\times 8a^3}{3a^2b}$

$=-32a^2b$

5 (1) $3(4x-y)-(2x-5y)=12x-3y-2x+5y$

$=10x+2y=10\times\dfrac{4}{5}+2\times(-2)=4$

(2) $(3x-2y)+2(2x-y)=3x-2y+4x-2y$

$=7x-4y=7\times 2-4\times\left(-\dfrac{1}{2}\right)=16$

(3) $5(2a+b)-(5a-b)=10a+5b-5a+b$

$=5a+6b=5\times 2+6\times\dfrac{1}{3}=12$

(4) $16a^2b\div(-4a)=-\dfrac{16a^2b}{4a}=-4ab$

$=-4\times 3\times(-2)=24$

3 文字式・式の計算の利用

❖確認問題❖

➡p.16〜p.18

1 (1) ab円　(2) $(4x+y)$g

(3) $a^2\text{cm}^2$　(4) $\dfrac{x}{3}$m

(5) $6a+1$　(6) $40x$km

(7) $\dfrac{x+y}{2}$点

2 (1) $a-3b=2$　(2) $48x=55y$

(3) $2(7+a)\leqq b$　(4) $6x+200>y$

(5) $5a+2b<1000$　(6) $\dfrac{3a+4b}{7}\geqq 60$

3 (1) $x=\dfrac{3+4y}{7}$　(2) $y=\dfrac{4-3x}{2}$

(3) $b=2-4a$　(4) $y=\dfrac{40}{x}$

(5) $b=\dfrac{3c-a}{2}$　(6) $a=\dfrac{S}{b}$

(7) $b=\dfrac{a+5}{2}$　(8) $h=\dfrac{3V}{S}$

(9) $b=\dfrac{\ell}{2}-a$

4 nを整数とすると，連続する2つの整数はn，$n+1$と表される。連続する2つの整数の和は，

$$n+(n+1)=n+n+1$$
$$=2n+1$$

nは整数だから，$2n+1$は奇数である。よって，連続する2つの整数の和は，奇数である。

5 m，nを整数とすると，偶数は$2m$，奇数は$2n+1$と表される。偶数から奇数をひいた差は，

$$2m-(2n+1)=2m-2n-1$$
$$=2(m-n)-1$$

$m-n$は整数だから，$2(m-n)-1$は奇数である。よって，偶数から奇数をひいた差は，奇数である。

6 nを整数とすると，連続する3つの奇数は$2n-1$，$2n+1$，$2n+3$と表される。連続する3つの奇数の和は，

$$(2n-1)+(2n+1)+(2n+3)$$
$$=2n-1+2n+1+2n+3$$
$$=6n+3$$
$$=3(2n+1)$$

$2n+1$は整数だから，$3(2n+1)$は3の倍数である。よって，連続する3つの奇数の和は，3の倍数である。

7 もとの自然数の十の位の数をa，一の位の数をbとすると，もとの自然数は$10a+b$，十の位の数と一の位の数を入れかえてできる自然数は$10b+a$と表される。その和は，

$$(10a+b)+(10b+a)=10a+b+10b+a$$
$$=11a+11b$$
$$=11(a+b)$$

$a+b$は整数だから，$11(a+b)$は11の倍数である。よって，2けたの自然数と，その自然数の十の位の数と一の位の数を入れかえてできる自然数との和は11の倍数である。

解説

1 (1) (代金)＝(値段)×(個数)より，$a\times b=ab$(円)

(2) 1個xgのおもり4個の重さの合計は，

$x\times 4=4x$(g)

よって，1個xgのおもり4個と1個ygのおもり1個の重さの合計は，$(4x+y)$g

(3) (正方形の面積)＝(1辺)×(1辺)より，

$a\times a=a^2(\text{cm}^2)$

(4) (1人分の長さ)＝(もとの長さ)÷(人数)より，

$x\div 3=\dfrac{x}{3}$(m)

(5) (わられる数)＝(わる数)×(商)＋(余り)より，

$6\times a+1=6a+1$

(6) (道のり)＝(速さ)×(時間)より，

$40\times x=40x$(km)

(7) (平均)＝(合計)÷(個数)より，

$(x+y)\div 2=\dfrac{x+y}{2}$(点)

2 (1) amのひもからbmのひもを3本切り取ると，残りのひもの長さは$a-b\times 3=a-3b$(m)だから，

$a-3b=2$

(2) 分速48mで歩くとx分かかる道のりは，$48\times x=48x$(m)，分速55mで歩くとy分かかる道のりは，$55\times y=55y$(m)だから，$48x=55y$

(3) 縦7cm，横$a$cmの長方形の周の長さは，$(7+a)\times 2=2(7+a)$(cm)だから，$2(7+a)\leqq b$

(4) 1個xgの品物6個を200gの箱に入れると，重さの合計は，$x\times 6+200=6x+200$(g)だから，

$6x+200>y$

(5) 1本a円の鉛筆を5本と1冊b円のノートを2冊買ったときの代金は，$a\times 5+b\times 2=5a+2b$(円)
1000円札を出すと，おつりがもらえたので，この代金が1000円未満だから，$5a+2b<1000$

(6) 男子3人の平均点がa点，女子4人の平均点がb点のとき，この7人の平均点は，

$(a\times 3+b\times 4)\div 7=\dfrac{3a+4b}{7}$(点)だから，

$\dfrac{3a+4b}{7}\geqq 60$

3 (1) $7x-4y=3$　$7x=3+4y$　$x=\dfrac{3+4y}{7}$

(2) $3x+2y=4$　$2y=4-3x$　$y=\dfrac{4-3x}{2}$

(3) $12a+3b=6$　$3b=6-12a$　$b=\dfrac{6-12a}{3}$

$b=2-4a$

(4) $\dfrac{1}{4}xy=10$　$xy=40$　$y=\dfrac{40}{x}$

(5) $\dfrac{a+2b}{3}=c$　$a+2b=3c$　$2b=3c-a$

$b=\dfrac{3c-a}{2}$

(6) $S=ab$　$ab=S$　$a=\dfrac{S}{b}$

(7) $a=2b-5$　$2b-5=a$　$2b=a+5$

$b=\dfrac{a+5}{2}$

(8) $V=\dfrac{1}{3}Sh$　$\dfrac{1}{3}Sh=V$　$Sh=3V$

$h=\dfrac{3V}{S}$

(9) $\ell=2(a+b)$　$2(a+b)=\ell$　$a+b=\dfrac{\ell}{2}$

$b=\dfrac{\ell}{2}-a$

4 連続する2つの整数のうち，小さい方をnとすると，大きい方は$n+1$と表される。

5 偶数は2でわり切れる整数であるから，

(偶数)＝2×(整数)

また，奇数は2でわり切れない整数で，偶数より1大きいか，1小さい整数だから，

(奇数)＝2×(整数)＋1

または，

(奇数)＝2×(整数)－1

6 連続する3つの奇数のうち，真ん中の奇数を$2n+1$とすると，

(最も小さい奇数)＝(真ん中の奇数)－2

＝$(2n+1)-2=2n-1$

(最も大きい奇数)＝(真ん中の奇数)＋2

＝$(2n+1)+2=2n+3$

7 (2けたの自然数)＝10×(十の位の数)＋(一の位の数)

❖演習問題❖

➡p.19

1 (1) $\dfrac{x}{4}$時間　(2) $\dfrac{3}{100}a$人

2 (1) $25-7x=y$　(2) $300a+7b\leqq 2500$

3 (1) $y=-2+5x$　(2) $b=\dfrac{-1+6a}{3}$

(3) $c=2a-b$

4 A…2，B…7，C…14，D…7

解説

1 (1) (時間)＝(道のり)÷(速さ)より，

$x\div 4=\dfrac{x}{4}$(時間)

(2) 3%を分数で表すと$\dfrac{3}{100}$だから，

$a\times\dfrac{3}{100}=\dfrac{3}{100}a$(人)

2 (1) 25mのテープからxmのテープを7本切り取ると，残りのテープの長さは，$(25-7x)$mだから，$25-7x=y$

(2) 1個300円のケーキをa個と，1個b円のアイスクリームを7個買ったときの代金の合計は，$300\times a+b\times 7=300a+7b$(円)だから，

$300a+7b\leqq 2500$

3 (1) $5x-y=2$　$-y=2-5x$　$y=-2+5x$

(2) $6a-3b=1$　$-3b=1-6a$　$b=\dfrac{-1+6a}{3}$

(3) $a=\dfrac{b+c}{2}$　$\dfrac{b+c}{2}=a$　$b+c=2a$

$c=2a-b$

4 $b=a+\underset{\text{B}}{\underline{7}}$，$c=a+\underset{\text{C}}{\underline{14}}$より，

$a+b+c=a+(a+7)+(a+14)$

$=a+a+7+a+14$

$=3a+21$

$=3(a+\underset{\text{D}}{\underline{7}})$

❖実戦問題❖

➡p.20〜p.21

1 (1) $\left(\dfrac{x}{5}+\dfrac{y}{9}\right)$時間　(2) $\dfrac{19a+b}{20}$秒

2 (1) $a=9b+5$　(2) $b=800-60a$
(3) $5x<2y-7$　(4) $3a+4b \leqq 3000$
(5) $3a+b<300$

3 (1) $x=\dfrac{7+5y}{2}$　(2) $y=\dfrac{12x-11}{3}$
(3) $a=4b-5$　(4) $c=3a-2b$

4 (1) (例)　ア…18，イ…1，ウ…8，エ…2
(2) オ…$9x+9$，カ…$x+1$

5 3けたの整数Mは，$M=100a+10b+c$　…①
と表される。
また，Mの百の位の数と一の位の数の和が，十の位の数と等しいならば，$a+c=b$　…②
と表される。
①，②より，

$$\begin{aligned}M&=100a+10(a+c)+c\\&=100a+10a+10c+c\\&=110a+11c\\&=11(10a+c)\end{aligned}$$

$10a+c$は整数だから，$11(10a+c)$は11の倍数である。
よって，この3けたの整数Mは11の倍数である。

解説

1 (1) $x$kmを時速5kmで歩いたときにかかる時間は，$x\div 5=\dfrac{x}{5}$(時間)，$y$kmを時速9kmで走ったときにかかる時間は，$y\div 9=\dfrac{y}{9}$(時間)だから，

$\left(\dfrac{x}{5}+\dfrac{y}{9}\right)$時間

(2) 19人の記録の合計は，$a\times 19=19a$(秒)より，
20人の記録の合計は$(19a+b)$秒だから，

$\dfrac{19a+b}{20}$秒

2 (1) 配った個数の合計は，$b\times 9=9b$(個)だから，
$a=9b+5$

(2) 歩いた道のりは，$60\times a=60a$(m)
bは残りの道のりだから，$b=800-60a$

(3) ある数xを5倍した数は，$x\times 5=5x$，ある数yを2倍して7をひいた数は，$y\times 2-7=2y-7$だから，
$5x<2y-7$

(4) おとな3人と子ども4人の入園料の合計は，
$a\times 3+b\times 4=3a+4b$(円)だから，$3a+4b \leqq 3000$

(5) 鉛筆3本とノート1冊の代金は，
$a\times 3+b=3a+b$(円)，300円でおつりがもらえたので，この代金が300円未満だから，
$3a+b<300$

3 (1) $2x-5y=7$　$2x=7+5y$　$x=\dfrac{7+5y}{2}$

(2) $12x-3y-11=0$　$12x-11=3y$
$3y=12x-11$　$y=\dfrac{12x-11}{3}$

(3) $2a-8b+10=0$　$2a=8b-10$　$a=4b-5$

(4) $a=\dfrac{2b+c}{3}$　$3a=2b+c$　$3a-2b=c$
$c=3a-2b$

4 (1) 別解　(ア…27，イ…2，ウ…7，エ…3)，
(ア…36，イ…3，ウ…6，エ…4)，
(ア…45，イ…4，ウ…5，エ…5)，
(ア…54，イ…5，ウ…4，エ…6)，
(ア…63，イ…6，ウ…3，エ…7)，
(ア…81，イ…8，ウ…1，エ…9)
(ア…90，イ…9，ウ…0，エ…10)でもよい。

(2) $x+y=9$より，$y=9-x$
これを$10x+y$に代入して，$10x+(9-x)=\underset{オ}{\underline{9x+9}}$

5 (3けたの整数)$=100\times$(百の位の数)
$+10\times$(十の位の数)$+$(一の位の数)

4 1次方程式・連立方程式

❖確認問題❖

➡p.22〜p.24

1 (1) $x=4$　(2) $x=7$　(3) $x=-2$
(4) $x=3$　(5) $x=-6$　(6) $x=1$
(7) $x=-5$　(8) $x=9$　(9) $x=6$
(10) $x=-1$　(11) $x=2$　(12) $x=4$
(13) $x=-5$　(14) $x=-4$　(15) $x=8$

2 (1) $x=2$　(2) $x=6$　(3) $x=-7$
(4) $x=-4$　(5) $x=-7$　(6) $x=2$
(7) $x=12$　(8) $x=8$　(9) $x=-7$
(10) $x=5$　(11) $x=16$　(12) $x=-4$
(13) $x=2$　(14) $x=-3$　(15) $x=-3$

3 (1) $x=2$　(2) $x=18$　(3) $x=25$
(4) $x=14$　(5) $x=12$　(6) $x=49$
(7) $x=9$　(8) $x=4$　(9) $x=4$
(10) $x=27$　(11) $x=4$　(12) $x=5$

4 (1) $x=3,\ y=-1$　(2) $x=1,\ y=-4$
(3) $x=6,\ y=2$　(4) $x=3,\ y=2$
(5) $x=-4,\ y=-2$　(6) $x=-3,\ y=5$
(7) $x=2,\ y=7$　(8) $x=8,\ y=4$
(9) $x=1,\ y=-3$　(10) $x=-6,\ y=5$
(11) $x=9,\ y=-4$　(12) $x=-10,\ y=6$

5 (1) $x=-2,\ y=3$　(2) $x=-1,\ y=4$

解説

1 (1) $5x-9=11$　$5x=11+9$　$5x=20$
$x=4$

(2) $3x+28=7x$　$3x-7x=-28$　$-4x=-28$
$x=7$

(3) $9x+16=5x+8$　$9x-5x=8-16$　$4x=-8$
$x=-2$

(4) $2x-3=8x-21$　$2x-8x=-21+3$
$-6x=-18$　$x=3$

(5) $6x+9=4x-3$　$6x-4x=-3-9$　$2x=-12$
$x=-6$

(6) $8x-1=5x+2$　$8x-5x=2+1$　$3x=3$
$x=1$

(7) $4x-9=7x+6$　$4x-7x=6+9$　$-3x=15$
$x=-5$

(8) $-3x+13=x-23$　$-3x-x=-23-13$
$-4x=-36$　$x=9$

(9) $-5x-6=-9x+18$　$-5x+9x=18+6$
$4x=24$　$x=6$

(10) $-x+7=2x+10$　$-x-2x=10-7$
$-3x=3$　$x=-1$

(11) $-8x+15=-5x+9$　$-8x+5x=9-15$
$-3x=-6$　$x=2$

(12) $3x-7=29-6x$　$3x+6x=29+7$　$9x=36$
$x=4$

(13) $12-x=2x+27$　$-x-2x=27-12$
$-3x=15$　$x=-5$

(14) $25+6x=3x+13$　$6x-3x=13-25$
$3x=-12$　$x=-4$

(15) $7-3x=-1-2x$　$-3x+2x=-1-7$
$-x=-8$　$x=8$

2 (1) $2(5x+1)=3x+16$　$10x+2=3x+16$
$10x-3x=16-2$　$7x=14$　$x=2$

(2) $4x-9=3(2x-7)$　$4x-9=6x-21$
$4x-6x=-21+9$　$-2x=-12$　$x=6$

(3) $4(x+2)-29=7x$　$4x+8-29=7x$
$4x-7x=-8+29$　$-3x=21$　$x=-7$

(4) $3(4x+9)-5x=-1$　$12x+27-5x=-1$
$12x-5x=-1-27$　$7x=-28$　$x=-4$

(5) $4(2x+5)=3(x-5)$　$8x+20=3x-15$
$8x-3x=-15-20$　$5x=-35$　$x=-7$

(6) $7(3x-1)=5(6x-5)$　$21x-7=30x-25$
$21x-30x=-25+7$　$-9x=-18$　$x=2$

(7) $\frac{1}{4}x+3=\frac{1}{3}x+2$　$\left(\frac{1}{4}x+3\right)\times 12=\left(\frac{1}{3}x+2\right)\times 12$
$3x+36=4x+24$　$-x=-12$　$x=12$

(8) $\frac{1}{2}x+1=\frac{3}{4}x-1$　$\left(\frac{1}{2}x+1\right)\times 4=\left(\frac{3}{4}x-1\right)\times 4$
$2x+4=3x-4$　$-x=-8$　$x=8$

(9) $\frac{2}{3}x+\frac{1}{2}=\frac{1}{6}x-3$　$\left(\frac{2}{3}x+\frac{1}{2}\right)\times 6=\left(\frac{1}{6}x-3\right)\times 6$
$4x+3=x-18$　$3x=-21$　$x=-7$

(10) $\frac{7x+4}{3}=\frac{5x+1}{2}$　$\frac{7x+4}{3}\times 6=\frac{5x+1}{2}\times 6$
$(7x+4)\times 2=(5x+1)\times 3$　$14x+8=15x+3$
$-x=-5$　$x=5$

(11) $\frac{2x+3}{5}=\frac{x+5}{3}$　$\frac{2x+3}{5}\times 15=\frac{x+5}{3}\times 15$
$(2x+3)\times 3=(x+5)\times 5$　$6x+9=5x+25$
$x=16$

(12) $\frac{5x-2}{4}=\frac{3x+1}{2}$　$\frac{5x-2}{4}\times 4=\frac{3x+1}{2}\times 4$
$5x-2=(3x+1)\times 2$　$5x-2=6x+2$
$-x=4$　$x=-4$

(13) $0.8x-0.5=0.2x+0.7$
$(0.8x-0.5)\times 10=(0.2x+0.7)\times 10$
$8x-5=2x+7$　$6x=12$　$x=2$

(14) $1.2x-0.8=0.3x-3.5$
$(1.2x-0.8)\times 10=(0.3x-3.5)\times 10$
$12x-8=3x-35$　$9x=-27$　$x=-3$

(15) $110x+80=60x-70$

$(110x+80)\div 10=(60x-70)\div 10$

$11x+8=6x-7$　$5x=-15$　$x=-3$

3 (1) $x:8=6:24$　$24x=8\times 6$　$x=\dfrac{8\times 6}{24}$

$x=2$

(2) $x:12=9:6$　$6x=12\times 9$　$x=\dfrac{12\times 9}{6}$

$x=18$

(3) $20:x=12:15$　$20\times 15=12x$　$x=\dfrac{20\times 15}{12}$

$x=25$

(4) $x:16=21:24$　$24x=16\times 21$　$x=\dfrac{16\times 21}{24}$

$x=14$

(5) $30:25=x:10$　$30\times 10=25x$　$x=\dfrac{30\times 10}{25}$

$x=12$

(6) $28:x=12:21$　$28\times 21=12x$　$x=\dfrac{28\times 21}{12}$

$x=49$

(7) $(x-5):6=2:3$　$3(x-5)=6\times 2$

$3x-15=12$　$3x=27$　$x=9$

(8) $2:5=6:(4x-1)$　$2(4x-1)=5\times 6$

$8x-2=30$　$8x=32$　$x=4$

(9) $(4x-10):3=x:2$　$2(4x-10)=3x$

$8x-20=3x$　$5x=20$　$x=4$

(10) $(2x-9):x=5:3$　$3(2x-9)=5x$

$6x-27=5x$　$x=27$

(11) $(x+2):(3x-4)=3:4$　$4(x+2)=3(3x-4)$

$4x+8=9x-12$　$-5x=-20$　$x=4$

(12) $(5x+3):7=(x+3):2$　$2(5x+3)=7(x+3)$

$10x+6=7x+21$　$3x=15$　$x=5$

4 上の式を①，下の式を②とする。

(1) ①－②　$-3y=3$　$y=-1$

$y=-1$ を①に代入して，$3x+4\times(-1)=5$

$3x=9$　$x=3$

(2) ①×4　$8x-4y=24$　…①′

①′＋②　$11x=11$　$x=1$

$x=1$ を①に代入して，$2\times 1-y=6$　$-y=4$

$y=-4$

(3) ②×2　$4x-14y=-4$　…②′

①－②′　$9y=18$　$y=2$

$y=2$ を②に代入して，$2x-7\times 2=-2$　$2x=12$

$x=6$

(4) ①×3　$6x-15y=-12$　…①′

②×2　$6x-8y=2$　…②′

①′－②′　$-7y=-14$　$y=2$

$y=2$ を②に代入して，$3x-4\times 2=1$　$3x=9$

$x=3$

(5) ①×3　$-12x+21y=6$　…①′

②×4　$12x-8y=-32$　…②′

①′＋②′　$13y=-26$　$y=-2$

$y=-2$ を①に代入して，$-4x+7\times(-2)=2$

$-4x=16$　$x=-4$

(6) ②を①に代入して，$5x+2(-2x-1)=-5$

$5x-4x-2=-5$　$x=-3$

$x=-3$ を②に代入して，$y=-2\times(-3)-1=5$

(7) ①を②に代入して，$2x-3(4x-1)=-17$

$2x-12x+3=-17$　$-10x=-20$　$x=2$

$x=2$ を①に代入して，$y=4\times 2-1=7$

(8) ②を①に代入して，$4(3y-4)-5y=12$

$12y-16-5y=12$　$7y=28$　$y=4$

$y=4$ を②に代入して，$x=3\times 4-4=8$

(9) ①より，$7x+4y=-5$　…①′

①′－②×2　$x=1$

$x=1$ を②に代入して，$3\times 1+2y=-3$

$2y=-6$　$y=-3$

(10) ②より，$9x+5y=-29$　…②′

①×3－②′　$7y=35$　$y=5$

$y=5$ を①に代入して，$3x+4\times 5=2$　$3x=-18$

$x=-6$

(11) ②×12　$4x+3y=24$　…②′

①×2－②′　$3y=-12$　$y=-4$

$y=-4$ を①に代入して，$2x+3\times(-4)=6$

$2x=18$　$x=9$

(12) ①×15　$6x+5y=-30$　…①′

①′－②×2　$-9y=-54$　$y=6$

$y=6$ を①′ に代入して，$6x+5\times 6=-30$

$6x=-60$　$x=-10$

5 (1) $\begin{cases}5x+3y=-1 & \cdots① \\ 8x+5y=-1 & \cdots②\end{cases}$ の形にすると，

①×5－②×3　$x=-2$

$x=-2$ を①に代入して，$5\times(-2)+3y=-1$

$3y=9$　$y=3$

(2) $\begin{cases}3x+5y=x+2y+10 & \cdots① \\ 3x+5y=5x+y+18 & \cdots②\end{cases}$ の形にすると，

①より，$2x+3y=10$　…①′

②より，$-2x+4y=18$　…②′

①′＋②′　$7y=28$　$y=4$

$y=4$ を①′ に代入して，$2x+3\times 4=10$

$2x=-2$　$x=-1$

❖演習問題❖

➡p.25

1 (1) $x=6$　(2) $x=-2$　(3) $x=1$
(4) $x=-5$　(5) $x=2$　(6) $x=-2$

2 (1) $x=3$　(2) $x=-1$　(3) $x=-3$
(4) $x=-4$　(5) $x=6$　(6) $x=-1$

3 (1) $x=8$　(2) $x=15$　(3) $x=12$

4 (1) $x=3,\ y=2$　(2) $x=-1,\ y=3$
(3) $x=2,\ y=-1$　(4) $x=2,\ y=3$
(5) $x=1,\ y=-2$　(6) $x=2,\ y=8$
(7) $x=2,\ y=1$　(8) $x=3,\ y=4$
(9) $x=-1,\ y=5$　(10) $x=-3,\ y=2$
(11) $x=8,\ y=6$　(12) $x=12,\ y=-12$

5 (1) $x=-4,\ y=2$　(2) $x=2,\ y=7$

解説

1 (1) $10x-6=9x$　$10x-9x=6$　$x=6$
(2) $2x+5=x+3$　$2x-x=3-5$　$x=-2$
(3) $7x+2=4x+5$　$7x-4x=5-2$　$3x=3$
$x=1$
(4) $3x-1=5x+9$　$3x-5x=9+1$　$-2x=10$
$x=-5$
(5) $4x-7=-2x+5$　$4x+2x=5+7$　$6x=12$
$x=2$
(6) $6x+7=-2x-9$　$6x+2x=-9-7$
$8x=-16$　$x=-2$

2 (1) $2(x+4)=5x-1$　$2x+8=5x-1$
$2x-5x=-1-8$　$-3x=-9$　$x=3$
(2) $4(2x+3)=3x+7$　$8x+12=3x+7$
$8x-3x=7-12$　$5x=-5$　$x=-1$
(3) $x-9=3(x-1)$　$x-9=3x-3$
$x-3x=-3+9$　$-2x=6$　$x=-3$
(4) $\frac{1}{4}x+2=\frac{1}{2}x+3$　$\left(\frac{1}{4}x+2\right)\times4=\left(\frac{1}{2}x+3\right)\times4$
$x+8=2x+12$　$-x=4$　$x=-4$
(5) $0.3x-0.8=0.1x+0.4$
$(0.3x-0.8)\times10=(0.1x+0.4)\times10$
$3x-8=x+4$　$2x=12$　$x=6$
(6) $70x+20=20x-30$
$(70x+20)\div10=(20x-30)\div10$
$7x+2=2x-3$　$5x=-5$　$x=-1$

3 (1) $x:6=12:9$　$9x=6\times12$　$x=\frac{6\times12}{9}$
$x=8$
(2) $(x-3):8=3:2$　$2(x-3)=8\times3$
$2x-6=24$　$2x=30$　$x=15$
(3) $15:(x-2)=3:2$　$2\times15=3(x-2)$
$30=3x-6$　$-3x=-36$　$x=12$

4 上の式を①，下の式を②とする。
(1) ①＋②　$3x=9$　$x=3$
$x=3$ を①に代入して，$2\times3+y=8$　$y=2$
(2) ②×3　$3x+3y=6$　…②′
①－②′　$2x=-2$　$x=-1$
$x=-1$ を②に代入して，$-1+y=2$　$y=3$
(3) ②×2　$2x-6y=10$　…②′
①－②′　$7y=-7$　$y=-1$
$y=-1$ を②に代入して，$x-3\times(-1)=5$
$x=2$
(4) ①×3　$9x+6y=36$　…①′
②×2　$8x-6y=-2$　…②′
①′＋②′　$17x=34$　$x=2$
$x=2$ を①に代入して，$3\times2+2y=12$　$2y=6$
$y=3$
(5) ①×5　$10x+15y=-20$　…①′
②×2　$10x+8y=-6$　…②′
①′－②′　$7y=-14$　$y=-2$
$y=-2$ を①に代入して，$2x+3\times(-2)=-4$
$2x=2$　$x=1$
(6) ①を②に代入して，$3x+4\times4x=38$
$3x+16x=38$　$19x=38$　$x=2$
$x=2$ を①に代入して，$y=4\times2=8$
(7) ②を①に代入して，$x+(3x-5)=3$
$x+3x-5=3$　$4x=8$　$x=2$
$x=2$ を②に代入して，$y=3\times2-5=1$
(8) ①を②に代入して，$3x+2(2x-2)=17$
$3x+4x-4=17$　$7x=21$　$x=3$
$x=3$ を①に代入して，$y=2\times3-2=4$
(9) ①より，$7x+2y=3$　…①′
①′－②×2　$-x=1$　$x=-1$
$x=-1$ を②に代入して，$4\times(-1)+y=1$
$y=5$
(10) ②より，$3x+5y=1$　…②′
①－②′×2　$-3y=-6$　$y=2$
$y=2$ を②′に代入して，$3x+5\times2=1$
$3x=-9$　$x=-3$
(11) ②×6　$3x+y=30$　…②′
①－②′×2　$-5x=-40$　$x=8$
$x=8$ を②′に代入して，$3\times8+y=30$　$y=6$
(12) ①×6　$2x+3y=-12$　…①′
①′－②　$-2x=-24$　$x=12$
$x=12$ を①′に代入して，$2\times12+3y=-12$
$3y=-36$　$y=-12$

5 (1) $\begin{cases}4x+9y=2 & \cdots① \\ 2x+5y=2 & \cdots②\end{cases}$ の形にすると，
①－②×2　$-y=-2$　$y=2$

$y=2$ を②に代入して，$2x+5\times2=2$

$2x=-8$　　$x=-4$

(2) $\begin{cases}2x+3y=x+2y+9 & \cdots① \\ 2x+3y=4x+y+10 & \cdots②\end{cases}$ の形にすると，

①より，$x+y=9$　…①′

②より，$-2x+2y=10$　…②′

①′×2＋②′　$4y=28$　　$y=7$

$y=7$ を①′ に代入して，$x+7=9$　　$x=2$

❖実戦問題❖

➡p.26～p.27

1 式❶から式❷…イ，式❸から式❹…エ

2 (1) $x=5$　(2) $x=10$　(3) $x=-3$
(4) $x=-2$　(5) $x=1$　(6) $x=2$

3 (1) $x=4$　(2) $x=4$　(3) $x=-2$
(4) $x=-6$　(5) $x=7$　(6) $x=-2$
(7) $x=8$　(8) $x=-10$　(9) $x=-5$
(10) $x=-12$　(11) $x=-7$　(12) $x=-17$
(13) $x=-2$　(14) $x=-2$　(15) $x=8$

4 (1) $x=32$　(2) $x=\dfrac{7}{2}$　(3) $x=10$

5 (1) $x=5,\ y=-4$　(2) $x=-1,\ y=4$
(3) $x=3,\ y=-5$　(4) $x=7,\ y=2$
(5) $x=1,\ y=-8$　(6) $x=1,\ y=2$
(7) $x=3,\ y=-2$　(8) $x=3,\ y=-2$
(9) $x=1,\ y=2$　(10) $x=-1,\ y=1$
(11) $x=2,\ y=3$　(12) $x=2,\ y=5$
(13) $x=2,\ y=-1$　(14) $x=4,\ y=-3$
(15) $x=1,\ y=3$　(16) $x=2,\ y=-3$
(17) $x=7,\ y=3$　(18) $x=-1,\ y=2$
(19) $x=-1,\ y=5$　(20) $x=-9,\ y=4$
(21) $x=-1,\ y=-2$

6 (1) $x=6,\ y=-4$　(2) $x=4,\ y=-2$
(3) $x=3,\ y=-1$　(4) $x=-1,\ y=2$

解説

1
$3x+3=17$ ……❶
$3x+3-3=17-3$ ……イ
$3x=17-3$ ……❷
$3x=14$ ……❸
$\dfrac{3x}{3}=\dfrac{14}{3}$ ……エ
$x=\dfrac{14}{3}$ ……❹

2 (1) $5x-10=3x$　$5x-3x=10$　$2x=10$
$x=5$

(2) $3x-4=2x+6$　$3x-2x=6+4$　$x=10$

(3) $6x+4=3x-5$　$6x-3x=-5-4$
$3x=-9$　$x=-3$

(4) $x-1=3x+3$　$x-3x=3+1$　$-2x=4$
$x=-2$

(5) $3x-2=-4x+5$　$3x+4x=5+2$　$7x=7$
$x=1$

(6) $3x-4=-2x+6$　$3x+2x=6+4$
$5x=10$　$x=2$

3 (1) $x+6=2(x+1)$　$x+6=2x+2$

$x-2x=2-6 \qquad -x=-4 \qquad x=4$

(2) $5x-6=2(x+3) \qquad 5x-6=2x+6$

$5x-2x=6+6 \qquad 3x=12 \qquad x=4$

(3) $x-7=9(x+1) \qquad x-7=9x+9$

$x-9x=9+7 \qquad -8x=16 \qquad x=-2$

(4) $3x-24=2(4x+3) \qquad 3x-24=8x+6$

$3x-8x=6+24 \qquad -5x=30 \qquad x=-6$

(5) $9x-8=5(x+4) \qquad 9x-8=5x+20$

$9x-5x=20+8 \qquad 4x=28 \qquad x=7$

(6) $2x-5=3(2x+1) \qquad 2x-5=6x+3$

$2x-6x=3+5 \qquad -4x=8 \qquad x=-2$

(7) $x-6=\dfrac{x}{4} \qquad (x-6)\times 4=\dfrac{x}{4}\times 4$

$4x-24=x \qquad 3x=24 \qquad x=8$

(8) $\dfrac{4}{5}x+3=\dfrac{1}{2}x \qquad \left(\dfrac{4}{5}x+3\right)\times 10=\dfrac{1}{2}x\times 10$

$8x+30=5x \qquad 3x=-30 \qquad x=-10$

(9) $\dfrac{4x+5}{3}=x \qquad \dfrac{4x+5}{3}\times 3=x\times 3$

$4x+5=3x \qquad x=-5$

(10) $x-7=\dfrac{4x-9}{3} \qquad (x-7)\times 3=\dfrac{4x-9}{3}\times 3$

$3x-21=4x-9 \qquad -x=12 \qquad x=-12$

(11) $\dfrac{3x+9}{4}=-x-10 \qquad \dfrac{3x+9}{4}\times 4=(-x-10)\times 4$

$3x+9=-4x-40 \qquad 7x=-49 \qquad x=-7$

(12) $\dfrac{x-4}{3}+\dfrac{7-x}{2}=5 \qquad \left(\dfrac{x-4}{3}+\dfrac{7-x}{2}\right)\times 6=5\times 6$

$(x-4)\times 2+(7-x)\times 3=30$

$2x-8+21-3x=30 \qquad -x=17 \qquad x=-17$

(13) $\dfrac{x-2}{4}+\dfrac{2-5x}{6}=1 \qquad \left(\dfrac{x-2}{4}+\dfrac{2-5x}{6}\right)\times 12=1\times 12$

$(x-2)\times 3+(2-5x)\times 2=12$

$3x-6+4-10x=12 \qquad -7x=14 \qquad x=-2$

(14) $0.2(x-2)=x+1.2$

$0.2(x-2)\times 10=(x+1.2)\times 10$

$2(x-2)=10x+12 \qquad 2x-4=10x+12$

$-8x=16 \qquad x=-2$

(15) $x+3.5=0.5(3x-1)$

$(x+3.5)\times 10=0.5(3x-1)\times 10$

$10x+35=5(3x-1) \qquad 10x+35=15x-5$

$-5x=-40 \qquad x=8$

4 (1) $4:3=(x-8):18 \qquad 4\times 18=3(x-8)$

$4\times 6=x-8 \qquad 24=x-8 \qquad -x=-32$

$x=32$

(2) $2:5=3:(x+4) \qquad 2(x+4)=5\times 3$

$2x+8=15 \qquad 2x=7 \qquad x=\dfrac{7}{2}$

(3) $(x-4):3=x:5 \qquad 5(x-4)=3x$

$5x-20=3x \qquad 2x=20 \qquad x=10$

5 上の式を①，下の式を②とする。

(1) ②×2　$4x+2y=12$　…②′

①－②′　$-x=-5 \qquad x=5$

$x=5$ を②に代入して，$2\times 5+y=6 \qquad y=-4$

(2) ①×2　$4x+6y=20$　…①′

①′－②　$7y=28 \qquad y=4$

$y=4$ を①に代入して，$2x+3\times 4=10$

$2x=-2 \qquad x=-1$

(3) ①×2　$6x+4y=-2$　…①′

①′＋②　$11x=33 \qquad x=3$

$x=3$ を①に代入して，$3\times 3+2y=-1$

$2y=-10 \qquad y=-5$

(4) ②×2　$4x-10y=8$　…②′

①－②′　$7y=14 \qquad y=2$

$y=2$ を②に代入して，$2x-5\times 2=4 \qquad 2x=14$

$x=7$

(5) ②×2　$4x-2y=20$　…②′

①－②′　$5x=5 \qquad x=1$

$x=1$ を②に代入して，$2\times 1-y=10 \qquad -y=8$

$y=-8$

(6) ①×2　$10x-6y=-2$　…①′

①′＋②　$11x=11 \qquad x=1$

$x=1$ を②に代入して，$1+6y=13 \qquad 6y=12$

$y=2$

(7) ①×2　$4x+2y=8$　…①′

①′－②　$5y=-10 \qquad y=-2$

$y=-2$ を①に代入して，$2x+(-2)=4$

$2x=6 \qquad x=3$

(8) ①×4　$4x-8y=28$　…①′

①′－②　$-11y=22 \qquad y=-2$

$y=-2$ を①に代入して，$x-2\times(-2)=7 \qquad x=3$

(9) ②×3　$9x+3y=15$　…②′

①＋②′　$13x=13 \qquad x=1$

$x=1$ を②に代入して，$3\times 1+y=5 \qquad y=2$

(10) ②×4　$8x-4y=-12$　…②′

①＋②′　$11x=-11 \qquad x=-1$

$x=-1$ を②に代入して，$2\times(-1)-y=-3$

$-y=-1 \qquad y=1$

(11) ②×2　$10x-4y=8$　…②′

①－②′　$-3x=-6 \qquad x=2$

$x=2$ を②に代入して，$5\times 2-2y=4$

$-2y=-6 \qquad y=3$

(12) ②×3　$-9x+6y=12$　…②′

①＋②′　$y=5$

$y=5$ を②に代入して，$-3x+2\times 5=4$

$-3x=-6 \qquad x=2$

(13) ①×2　$6x-4y=16$　…①′

②×3　$6x+9y=3$　…②′

①′−②′　$-13y=13$　　$y=-1$

$y=-1$ を②に代入して，$2x+3\times(-1)=1$

$2x=4$　　$x=2$

(14)　①×3　$6x+15y=-21$　…①′

②×2　$6x+14y=-18$　…②′

①′−②′　$y=-3$

$y=-3$ を①に代入して，$2x+5\times(-3)=-7$

$2x=8$　　$x=4$

(15)　②を①に代入して，$2x+(4x-1)=5$

$2x+4x-1=5$　　$6x=6$　　$x=1$

$x=1$ を②に代入して，$y=4\times1-1=3$

(16)　②を①に代入して，$x-2(2x-7)=8$

$x-4x+14=8$　　$-3x=-6$　　$x=2$

$x=2$ を②に代入して，$y=2\times2-7=-3$

(17)　①を②に代入して，$2x-3(x-4)=5$

$2x-3x+12=5$　　$-x=-7$　　$x=7$

$x=7$ を①に代入して，$y=7-4=3$

(18)　②を①に代入して，$3(1-y)+4y=5$

$3-3y+4y=5$　　$y=2$

$y=2$ を②に代入して，$x=1-2=-1$

(19)　①を②に代入して，$4x+3(3x+8)=11$

$4x+9x+24=11$　　$13x=-13$　　$x=-1$

$x=-1$ を①に代入して，$y=3\times(-1)+8=5$

(20)　②を①に代入して，$2(-4y+7)+3y=-6$

$-8y+14+3y=-6$　　$-5y=-20$　　$y=4$

$y=4$ を②に代入して，$x=-4\times4+7=-9$

(21)　②×100　$20x-15y=10$　…②′

①×20−②′　$55y=-110$　　$y=-2$

$y=-2$ を①に代入して，$x+2\times(-2)=-5$

$x=-1$

6　(1)　$\begin{cases}3x+4y=2 & \cdots① \\ x+y=2 & \cdots②\end{cases}$ の形にすると，

①−②×3　$y=-4$

$y=-4$ を②に代入して，$x+(-4)=2$　　$x=6$

(2)　$\begin{cases}4x+y=14 & \cdots① \\ x-5y=14 & \cdots②\end{cases}$ の形にすると，

①×5+②　$21x=84$　　$x=4$

$x=4$ を①に代入して，$4\times4+y=14$　　$y=-2$

(3)　$\begin{cases}2x-y=7 & \cdots① \\ 3x+2y=7 & \cdots②\end{cases}$ の形にすると，

①×2+②　$7x=21$　　$x=3$

$x=3$ を①に代入して，$2\times3-y=7$　　$-y=1$

$y=-1$

(4)　$\begin{cases}6x+5y=4 & \cdots① \\ 2x+3y=4 & \cdots②\end{cases}$ の形にすると，

①−②×3　$-4y=-8$　　$y=2$

$y=2$ を②に代入して，$2x+3\times2=4$

$2x=-2$　　$x=-1$

5　1次方程式・連立方程式の利用

❖確認問題❖

➡p.28〜p.30

1　(1)　$a=3$　　(2)　$a=4$，$b=5$

2　(1)　9　　(2)　68

3　(1)　130円

(2)　シュークリーム…6個，ケーキ…4個

(3)　おとな…800円，中学生…500円

4　ジュース…150円，持っていた金額…1000円

5　(1)　3分後

(2)　歩いた道のり…800m，走った道のり…600m

6　(1)　160ページ

(2)　男子生徒…300人，女子生徒…250人

解説

1　(1)　$ax+1=5x+9$ に $x=-4$ を代入して，

$-4a+1=5\times(-4)+9$　　$-4a+1=-11$

$-4a=-12$　　$a=3$

(2)　$\begin{cases}ax+by=-7 \\ bx+ay=-11\end{cases}$ に $x=-3$，$y=1$ を代入して，

$\begin{cases}-3a+b=-7 \\ -3b+a=-11\end{cases}$

これを解くと，$a=4$，$b=5$

2　(1)　ある数を x とすると，$3x-5=2x+4$　　$x=9$

よって，9

(2)　もとの自然数の十の位の数を x，一の位の数を y とすると，$\begin{cases}x+y=14 \\ 10y+x=10x+y+18\end{cases}$

これを解くと，$x=6$，$y=8$

よって，もとの自然数は，68

3　(1)　ノート1冊の値段を x 円とすると，

$1000-4x=480$

これを解くと，$x=130$

よって，130円

(2)　シュークリームを x 個，ケーキを y 個買ったとすると，$\begin{cases}x+y=10 \\ 120x+250y=1720\end{cases}$

これを解くと，$x=6$，$y=4$

よって，シュークリーム…6個，ケーキ…4個

(3)　おとな1人の入園料を x 円，中学生1人の入園料を y 円とすると，$\begin{cases}2x+3y=3100 \\ 3x+5y=4900\end{cases}$

これを解くと，$x=800$，$y=500$

よって，おとな…800円，中学生…500円

4　ジュース1本の値段を x 円とすると，

$8x-200=6x+100$

これを解くと，$x=150$

よって，ジュース1本の値段は150円，持っていた金額は，$8\times150-200=1000$(円)

5 (1) 姉が家を出発してから x 分後に弟に追いつくとすると，$80(x+6)=240x$

これを解くと，$x=3$

よって，3分後

(2) 歩いた道のりを xm，走った道のりを ym とすると，$\begin{cases} x+y=1400 \\ \dfrac{x}{80}+\dfrac{y}{200}=13 \end{cases}$

これを解くと，$x=800$，$y=600$

よって，歩いた道のり…800m，

走った道のり…600m

6 (1) この本の全体のページ数を x ページとすると，

$x-\dfrac{1}{4}x-30=90$

これを解くと，$x=160$

よって，160ページ

(2) 昨年度の男子生徒の人数を x 人，女子生徒の人数を y 人とすると，

$\begin{cases} x+y=550 \\ \dfrac{5}{100}x+\dfrac{8}{100}y=35 \end{cases}$

これを解くと，$x=300$，$y=250$

よって，男子生徒…300人，女子生徒…250人

❖演習問題❖

➡p.31

1 (1) $a=-1$　(2) $a=3$，$b=2$

2 75

3 160円

4 おとな…450円，高校生…200円

5 32人

6 方程式…$\begin{cases} x+y=3000 \\ \dfrac{x}{120}+\dfrac{y}{210}=16 \end{cases}$

地点Aから地点Cまで…480m

地点Cから地点Bまで…2520m

7 272ページ

8 アルミ缶…40kg，スチール缶…20kg

解説

1 (1) $ax+7=3x-1$ に $x=2$ を代入して，

$2a+7=3\times2-1$　$2a+7=5$　$2a=-2$

$a=-1$

(2) $\begin{cases} ax-y=19 \\ ax+by=7 \end{cases}$ に $x=5$，$y=-4$ を代入して，

$\begin{cases} 5a+4=19 \\ 5a-4b=7 \end{cases}$

これを解くと，$a=3$，$b=2$

2 もとの整数の十の位の数を x，一の位の数を y とすると，$\begin{cases} x+y=12 \\ 10y+x=10x+y-18 \end{cases}$

これを解くと，$x=7$，$y=5$

よって，75

3 りんご1個の値段を x 円とすると，

$5x+80=4(x+60)$

これを解くと，$x=160$

よって，160円

4 おとな1人の入館料を x 円，高校生1人の入館料を y 円とすると，$\begin{cases} 2x+6y=2100 \\ x+2y=850 \end{cases}$

これを解くと，$x=450$，$y=200$

よって，おとな…450円，高校生…200円

5 生徒の人数を x 人とすると，$5x-40=3x+24$

これを解くと，$x=32$

よって，32人

6 道のりの関係より，$x+y=3000$　…①

時間の関係より，$\dfrac{x}{120}+\dfrac{y}{210}=16$　…②

①，②を連立方程式にして解くと，$x=480$，$y=2520$

よって，地点Aから地点Cまで…480m

地点Cから地点Bまで…2520m

7 この本の全体のページ数を x ページとすると，

$$x-\frac{1}{4}x-\frac{3}{4}x\times\frac{1}{2}=102$$

これを解くと，$x=272$

よって，272 ページ

8 6 月に回収したアルミ缶を $x$kg，スチール缶を $y$kg とすると，6 月に回収した重さの関係より，

$x+y=60$ …①

7 月に回収した重さの関係より，

$\frac{130}{100}x+\frac{80}{100}y=68$ …②

①，②を連立方程式にして解くと，$x=40$，$y=20$

よって，6 月に回収したのは，

アルミ缶…40kg，スチール缶…20kg

❖実戦問題❖

➡p.32〜p.33

1 $a=3$

2 (1) 405　　(2) 36

3 400 円

4 39 杯

5 チョコレート…5 個，あめ…2 個

6 80 円のりんごの個数は $3x$ 個と表される。

$$\begin{cases} x+y+3x=17 & \cdots① \\ 120x+100y+80\times 3x=1580 & \cdots② \end{cases}$$

①より，$4x+y=17$ …③

②より，$360x+100y=1580$ …④

$$\begin{array}{lr} ③\times 10 & 40x+10y=170 \\ ④\div 10 & -)\,36x+10y=158 \\ \hline & 4x\quad\quad =\ 12 \end{array}$$

$x=3$ …⑤

⑤を③に代入して，$12+y=17$　　$y=5$

80 円のりんごは，$3\times 3=9$(個)

(答)　120 円のりんご…3 個，100 円のりんご…5 個，80 円のりんご…9 個

7 2460 円

8 (1) $\frac{5}{4}a$m

(2) ア…12，イ…16，ウ…40

(3) 方程式…$\frac{5}{3}x+\frac{5}{4}x=40$，$x=\frac{96}{7}$

9 (例)　方程式…$\begin{cases} x+y=60\times 32+960 \\ \frac{x}{60}+\frac{y}{300}=32-12 \end{cases}$

学校からユリさんの自宅までの道のり…780m，

ユリさんの自宅から図書館までの道のり…2100m

10 方程式…$x-\frac{3}{10}x-150=\frac{2}{3}x$，定価…4500 円

11 2 年生…260 人，3 年生…275 人

解説

1 $\frac{4-2x}{3}+2a=\frac{5x-3a}{4}$ に $x=5$ を代入して，

$\frac{4-2\times 5}{3}+2a=\frac{5\times 5-3a}{4}$　　$-2+2a=\frac{25-3a}{4}$

$-8+8a=25-3a$　　$11a=33$　　$a=3$

2 (1) 5 つの自然数のうちの最大の自然数を x とすると，$(x-4)+(x-3)+(x-2)+(x-1)+x=2015$

これを解くと，$x=405$

よって，405

(2) もとの整数の十の位の数を x，一の位の数を y とすると，$\begin{cases} 10x+y=4(x+y) \\ 10y+x=2(10x+y)-9 \end{cases}$

これを解くと，$x=3$，$y=6$

よって，36

3 子ども1人の入園料をx円とすると，大人1人の入園料は，$x+600$(円)

大人と子どもの入園料の比が5：2であるから，

$(x+600):x=5:2$

これを解くと，$x=400$

よって，400円

別解 比が5：2であるから，大人1人が$5a$円，子ども1人が$2a$円とすると，$5a=2a+600$

これを解くと，$a=200$

子ども1人は，$2\times200=400$(円)

4 Aラーメンがx杯売れたとすると，

$700x+800(100-x)=76100$

これを解くと，$x=39$

よって，39杯

別解 Aラーメンがx杯，Bラーメンがy杯売れたとすると，$\begin{cases}x+y=100\\700x+800y=76100\end{cases}$

これを解くと，$x=39$，$y=61$

よって，39杯

5 チョコレートをx個，あめをy個買ったとすると，

$\begin{cases}54x+81y=432 & \cdots① \\ 20x+12y=124 & \cdots②\end{cases}$

①の両辺を27，②の両辺を4でわると，

$\begin{cases}2x+3y=16\\5x+3y=31\end{cases}$

これを解くと，$x=5$，$y=2$

よって，買った個数は，

チョコレート…5個，あめ…2個

6 80円のりんごの個数は，120円のりんごの個数の3倍であるから，$x\times3=3x$(個)

7 シュークリーム1個の値段をx円とすると，

$20x-140=18x+120$

これを解くと，$x=130$

よって，持っていたお金は，$20\times130-140=2460$(円)

別解 持っていたお金をx円とすると，

$\dfrac{x+140}{20}=\dfrac{x-120}{18}$

これを解くと，$x=2460$

よって，2460円

8 (1) $\dfrac{5}{4}\times a=\dfrac{5}{4}a$(m)

(2) ア…Pさんは10分間で，片道$25\times2=50$(回)走ったから，このコースの片道を走るのにかかる時間は，10分$=600$秒より，$\dfrac{600}{50}=12$(秒)

イ…$20\div\dfrac{5}{4}=16$(秒)

ウ…初めてすれ違ったとき，PさんとQさんの走った距離の合計は，コースの1往復分だから，

$20\times2=40$(m)

(3) 走り始めてx秒後に2人が初めてすれ違ったとすると，$\dfrac{5}{3}x+\dfrac{5}{4}x=40$

これを解くと，$x=\dfrac{96}{7}$

9 学校からユリさんの自宅までの道のりをxm，ユリさんの自宅から図書館までの道のりをymとすると，

$\begin{cases}x+y=60\times32+960\\ \dfrac{x}{60}+\dfrac{y}{300}=32-12\end{cases}$

これを解くと，$x=780$，$y=2100$

よって，

学校からユリさんの自宅までの道のり…780m，

ユリさんの自宅から図書館までの道のり…2100m

別解 ユリさんが歩いた時間をx分，自転車で進んだ時間をy分とすると，

$\begin{cases}x+y=32-12\\60x+300y=60\times32+960\end{cases}$

これを解くと，$x=13$，$y=7$

よって，学校からユリさんの自宅までの道のりは，

$60\times13=780$(m)

ユリさんの自宅から図書館までの道のりは，

$300\times7=2100$(m)

10 靴の定価をx円とすると，$x-\dfrac{3}{10}x-150=\dfrac{2}{3}x$

これを解くと，$x=4500$

よって，4500円

11 2年生の生徒数をx人，3年生の生徒数をy人とすると，

$\begin{cases}y=x+15\\240\times\dfrac{25}{100}+\dfrac{30}{100}x+\dfrac{40}{100}y=\dfrac{32}{100}(240+x+y)\end{cases}$

これを解くと，$x=260$，$y=275$

よって，2年生…260人，3年生…275人

6 比例・反比例

❖確認問題❖

➡p.34〜p.36

1 ㋐ B　㋑ A　㋒ A　㋓ B

2 (1) ア…6，イ…5　(2) ア…−4，イ…8

3 (1) $\frac{3}{2}$　(2) $y=12$

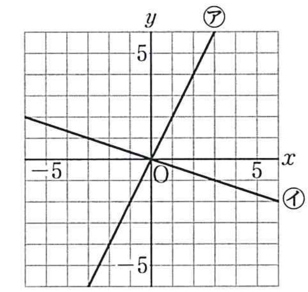
4 (1) $y=-\frac{20}{x}$

(2) $y=-9$

5 (1) 右図

(2)㋒ $y=\frac{2}{3}x$

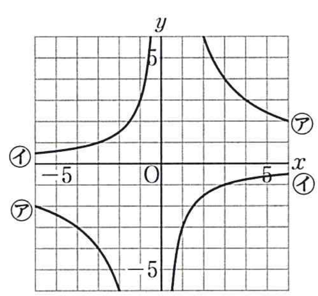
㋓ $y=-3x$



6 (1) 右図

(2)㋒ $y=\frac{4}{x}$

㋓ $y=-\frac{6}{x}$



7 (1) 4　(2) B$(-2,\ -4)$

(3) $a=8$

8 (1) $y=\frac{20}{x}$　(2) $y=\pi x^2$

(3) $y=\frac{x}{3}$

9 (1) $y=2x$

(2) $0\leqq x\leqq 15$，$0\leqq y\leqq 30$

10 (1) $y=\frac{60}{x}$　(2) 時速 40km

解説

1 $y=ax$ と表されるとき，y は x に比例する。

・$x=0$ のとき，$y=0$ である。⇒㋑

・$x\neq 0$ のとき，$\frac{y}{x}=a$(商は一定)である。⇒㋒

・x の値が n 倍になると，y の値も n 倍になる。

$y=\frac{a}{x}$ と表されるとき，y は x に反比例する。

・$x=0$ のときは考えない。

・$xy=a$(積は一定)である。⇒㋐

・x の値が n 倍になると，y の値は $\frac{1}{n}$ 倍になる。

⇒㋓

2 (1) 表より，$3\times 2=6$ …ア

$(-1)\times(-5)=5$ …イ

×2

x	−2	−1	…	$\boxed{イ}$
y	$\boxed{ア}$	3	…	−15

×(−5)

(2) 表より，$1\times(-4)=-4$ …ア

$24\times\frac{1}{3}=8$ …イ

×3

x	$\boxed{ア}$	…	1	3
y	−6	…	24	$\boxed{イ}$

$\times\left(-\frac{1}{4}\right)$

3 比例の式は，$y=ax$(a は比例定数)である。

(1) $x=4$ のとき $y=6$ であるから，

$6=4a$　$a=\frac{3}{2}$

(2) $x=2$ のとき $y=-8$ であるから，

$-8=2a$　$a=-4$　したがって，$y=-4x$

この式に $x=-3$ を代入すると，

$y=-4\times(-3)=12$

4 反比例の式は，$y=\frac{a}{x}$(a は比例定数)である。

(1) $x=-2$ のとき $y=10$ であるから，

$10=-\frac{a}{2}$　$a=-20$　したがって，$y=-\frac{20}{x}$

(2) $x=6$ のとき $y=6$ であるから，

$6=\frac{a}{6}$　$a=36$　したがって，$y=\frac{36}{x}$

この式に $x=-4$ を代入すると，

$y=-\frac{36}{4}=-9$

別解 反比例の式より，$xy=a$ である。

(1) $a=(-2)\times 10=-20$

したがって，$xy=-20$　$y=-\frac{20}{x}$

(2) $a=6\times 6=36$　したがって，$xy=36$

この式に $x=-4$ を代入すると，

$-4y=36$　$y=-9$

5 (1) 対応する x, y の値の組を座標とする点をとり，直線で結ぶ。

㋐

x	−2	−1	0	1	2
y	−4	−2	0	2	4

別解 原点 O と点 $(1,\ 2)$ を通る直線をひく。

㋑

x	−6	−3	0	3	6
y	2	1	0	−1	−2

別解 原点 O と点 $(3,\ -1)$ を通る直線をひく。

(2)㋒　グラフは，点 $(3,\ 2)$ を通る。

$y=ax$ に $x=3,\ y=2$ を代入すると，

$2=3a \qquad a=\dfrac{2}{3} \qquad$ したがって，$y=\dfrac{2}{3}x$

㋓　グラフは，点 $(1,\ -3)$ を通る。

$y=ax$ に $x=1,\ y=-3$ を代入すると，

$-3=a \qquad$ したがって，$y=-3x$

6 (1)　対応する x, y の値の組を座標とする点をとり，なめらかな曲線で結ぶ。

㋐

x	0	2	3	4	6
y	×	6	4	3	2

x の負の値についても同様に調べる。

㋑

x	-3	-1	0	1	3
y	1	3	×	-3	-1

(2)　反比例の式を $y=\dfrac{a}{x}$ とすると，$xy=a$

㋒　グラフは，点 $(1,\ 4)$ を通るから，

$a=1\times4=4 \qquad$ したがって，$y=\dfrac{4}{x}$

㋓　グラフは，点 $(2,\ -3)$ を通るから，

$a=2\times(-3)=-6 \qquad$ したがって，$y=-\dfrac{6}{x}$

7 (1)　点 A は㋐のグラフ上の点である。$y=2x$ の式に $x=2$ を代入すると，$y=2\times2=4$

(2)　点 A$(2,\ 4)$ と点 B は，原点について対称である。

> 点 P$(a,\ b)$ と
> x 軸について対称な点の座標…$(a,\ -b)$
> y 軸について対称な点の座標…$(-a,\ b)$
> 原点について対称な点の座標…$(-a,\ -b)$

(3)　点 A は㋑のグラフ上の点である。

$a=2\times4=8$

8 (1)　(長方形の面積)＝(縦の長さ)×(横の長さ)

(2)　(円の面積)＝π×(半径)^2

(3)　(正三角形の周りの長さ)＝(1 辺の長さ)×3

9 (1)　(水の深さ)＝(体積)÷(底面積)

$1.6\text{L}=1600\text{cm}^3$ の水を入れたときの水の深さは，

$1600\div(20\times40)=2$(cm)

よって，毎分 2cm ずつ深くなる。

(2)　水の深さが 30cm になるといっぱいになるから，

$0\leqq y\leqq 30$

水を止めるのは，$30\div2=15$(分後)

よって，$0\leqq x\leqq 15$

10 (1)　(時間)＝$\dfrac{(\text{道のり})}{(\text{速さ})}$

(2)　(1)より，$xy=60$

$y=\dfrac{3}{2}$ を代入すると，$\dfrac{3}{2}x=60 \qquad x=40$

❖演習問題❖

➡p.37

1　ア　$y=\dfrac{2000}{x}$，B　　ウ　$y=x+3$，C

エ　$y=1.2x$，A

2　(1)　$y=\dfrac{3}{2}x$　　(2)　$y=-6$

3　(1)　6　　(2)　$a=\dfrac{3}{4}$　　(3)　12 個

4　(1)　$y=24x$　　(2)　20℃

解説

1　x の値を決めると，それにともなって y の値もただ 1 つに決まるのはア，ウ，エである。

ア　(1 人分)＝(全体の量)÷(人数) より，$y=\dfrac{2000}{x}$

これは，反比例の式である。

ウ　(兄の年齢)＝(弟の年齢)＋3 より，$y=x+3$

これは，比例でも反比例でもない。

エ　(代金)＝(1g あたりの値段)×(重さ) より，

$y=1.2x$　　これは，比例の式である。

2　(1)　$y=ax$ に，$x=6,\ y=9$ を代入する。

(2)　$xy=a$ より，$a=(-3)\times8=-24$

$x=4$ のとき，$4y=-24 \qquad y=-6$

3　(1)　点 P は㋐のグラフ上の点で，x 座標は 4 である。$y=\dfrac{12}{x}$ に $x=4$ を代入すると，$y=\dfrac{12}{4}=3$

$\triangle\text{OPQ}=\dfrac{1}{2}\times\text{OQ}\times\text{PQ}=\dfrac{1}{2}\times4\times3=6$

(2)　点 P$(4,\ 3)$ は㋑のグラフ上の点である。$y=ax$ に $x=4,\ y=3$ を代入すると，$3=4a \qquad a=\dfrac{3}{4}$

(3)　㋐の式から，$xy=12$　　よって，$x,\ y$ にあてはまる整数の絶対値は，12 の約数である。したがって，

$x=-12,\ -6,\ -4,\ -3,\ -2,\ -1,$

$1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 6,\ 12$

のそれぞれに対応する 12 個の点である。

4　(1)　y は x に比例するから，$y=ax$ と表すことができる。$x=15$ のとき $y=360$ であるから，

$360=15a \qquad a=24 \qquad$ したがって，$y=24x$

参考　比例定数 a は，1L のガソリンで走る道のりである。

(2)　水の量を xg，上昇温度を y℃とする。y は x に反比例するから，$y=\dfrac{a}{x}$ と表すことができる。

表より，$x=500$ のとき $y=24$ であるから，

$a=500\times24=12000$

$x=600$ のとき，$600y=12000 \qquad y=20$

❖実戦問題❖

➡p.38〜p.39

1 (1) ア，イ，エ
(2) 比例するもの…イ，反比例するもの…エ

2 (1) -12 (2) $y=\dfrac{12}{x}$
(3) $y=4x$ (4) $y=4$

3 (1) $(4,\ -1)$ (2) エ (3) $y=\dfrac{3}{4}x$

4 (1) $a=-6$ (2) 8 個

5 (1) $a=18,\ p=-2$ (2) $\dfrac{18}{5}\leqq y\leqq 18$

6 (1) 2 (2) 35cm^2

7 (1) $y=\dfrac{1}{30}x$ (2) 2 分 55 秒

解説

1 (1) ア　1 辺の長さ x が決まれば，面積 y も 1 つの値に決まるから，y は x の関数である。
イ　x が決まれば正多角形は決まり，その 1 つの外角の大きさ y も 1 つの値に決まるから，y は x の関数である。
ウ　降水確率がわかっても，気温はそれによって決まらないから，y は x の関数ではない。
エ　$y=\dfrac{3}{100}x$ で，x の値が決まれば，y の値は 1 つに決まるから，y は x の関数である。
オ　自然数 x が決まっても，その倍数 y はたくさんあるから，y は x の関数ではない。

(2) ア　$y=x^2$
イ　$y=90x$　…比例の式
ウ　$y=200-x$
エ　$y=\dfrac{20}{x}$　…反比例の式

別解　$x=1$ のときと $x=2$ のときの y の値を調べる。

x の値		$x=1$	$x=2$
y の値	ア	$y=1$	$y=4$
	イ	$y=90$	$y=180$
	ウ	$y=199$	$y=198$
	エ	$y=20$	$y=10$

比例の関係は，y の値が 2 倍になるイである。
反比例の関係は，y の値が $\dfrac{1}{2}$ になるエである。

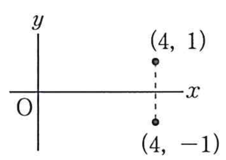
2 (1) $y=ax$ とする。
$x=1$ のとき $y=3$ であるから，
$3=a$　　したがって，$y=3x$
この式に $x=-4$ を代入すると，
$y=3\times(-4)=-12$

(2) $y=\dfrac{a}{x}$ とすると，$xy=a$
$x=1$ のとき $y=12$ であるから，
$a=1\times12=12$　　したがって，$y=\dfrac{12}{x}$

(3) $y=ax$ とする。
$x=3$ のとき $y=12$ であるから，
$12=3a$　　$a=4$　　したがって，$y=4x$

(4) $y=\dfrac{a}{x}$ とすると，$xy=a$
$x=2$ のとき $y=-14$ であるから，
$a=2\times(-14)=-28$　　したがって，$xy=-28$
この式に $x=-7$ を代入すると，
$-7y=-28$　　$y=4$

3 (1) 右図のように，y 座標の符号が反対になる。



(2) $y=-3x$ に $x=-3$ を代入すると，
$y=-3\times(-3)=9$
よって，ア，イの点はグラフ上の点ではない。
$y=-3x$ に $y=-3$ を代入すると，
$-3=-3x$　　$x=1$
よって，ウはグラフ上の点ではなく，エはグラフ上の点である。

(3) $y=ax$ とする。
グラフは，点 $(8,\ 6)$ を通るから，$x=8$，$y=6$ を代入する。
$6=8a$　　$a=\dfrac{3}{4}$　　したがって，$y=\dfrac{3}{4}x$

4 (1) $y=\dfrac{a}{x}$ より，$xy=a$
グラフは点 $(-3,\ 2)$ を通るから，$x=-3$，$y=2$ を代入する。
$a=-3\times2=-6$

(2) $y=\dfrac{8}{x}$ より，$xy=8$
よって，x，y にあてはまる整数の絶対値は，8 の約数である。したがって，
$x=-8,\ -4,\ -2,\ -1,\ 1,\ 2,\ 4,\ 8$
のそれぞれに対応する 8 個の点である。

5 (1) 点 A は㋑のグラフ上の点で，x 座標が 3 である。$y=2x$ に $x=3$ を代入すると，
$y=2\times3=6$
よって，点 A の座標は $(3,\ 6)$
点 A は㋐のグラフ上の点でもある。
㋐の式より，$xy=a$
この式に $x=3$，$y=6$ を代入すると，
$a=3\times6=18$　　したがって，$xy=18$
点 B は㋐のグラフ上の点である。

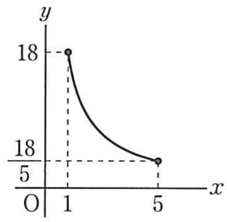
$xy=18$ に $x=-9$，$y=p$ を代入すると，
$-9p=18$　　$p=-2$

(2)　(1)より，関数㋐は $y=\dfrac{18}{x}$

$x=1$ のとき，$y=\dfrac{18}{1}$
$=18$

$x=5$ のとき，$y=\dfrac{18}{5}$

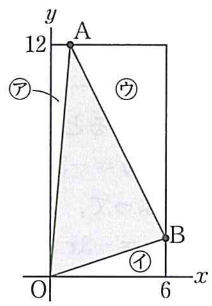
よって，$\dfrac{18}{5}\leqq y\leqq 18$



6 (1)　$y=\dfrac{12}{x}$ に $x=6$ を代入すると，

$y=\dfrac{12}{6}=2$

(2)　右図のように，x 軸，y 軸に平行な直線で長方形をつくり，△OAB を囲む。長方形の面積から不要な㋐，㋑，㋒の三角形の面積をひくことで △OAB の面積を求める。



㋐…$\dfrac{1}{2}\times1\times12=6$

㋑…$\dfrac{1}{2}\times6\times2=6$

㋒…$\dfrac{1}{2}\times(6-1)\times(12-2)=25$

よって，$\triangle\mathrm{OAB}=12\times6-(6+6+25)$
$=72-37$
$=35(\mathrm{cm}^2)$

7 (1)　針金の長さは針金の重さに比例するから，
$y=ax$ とする。
$x=30$ のとき $y=1$ であるから，
$1=30a$　　$a=\dfrac{1}{30}$　　したがって，$y=\dfrac{1}{30}x$

(2)　電子レンジの出力を xW，加熱時間を y 秒とする。

$y=\dfrac{a}{x}$ とすると，$xy=a$
$x=500$ のとき $y=210$ であるから，
$a=500\times210=105000$
したがって，$xy=105000$
この式に $x=600$ を代入すると，
$600y=105000$　　$y=175$
175 秒 = 2 分 55 秒 である。

7　1次関数

❖確認問題❖

➡p.40〜p.42

1　ア　$y=2x+12$　　ウ　$y=\dfrac{\pi}{36}x$

2　(1)　$y=-6$　　(2)　$x=7$

3　(1)

x	2	…	6
y	9	…	3

変化の割合…$-\dfrac{3}{2}$

(2)

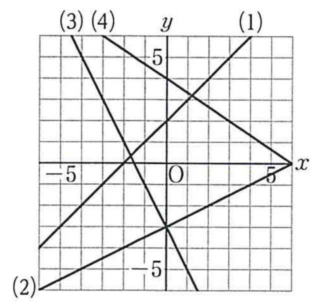
x	2	…	6
y	1	…	-3

変化の割合…-1

4　(1)㋐　$\dfrac{2}{3}$　　㋑　-2

(2)㋐　-12　　㋑　2

5　右図



6　(1)　イ，エ，カ
(2)　ウとオ
(3)　アとオ

7　(1)　3
(2)　$\dfrac{3}{2}$

8　(1)　$-2\leqq y\leqq 0$
(2)　$-3<y<9$

9　(1)　$y=3x+1$　　(2)　$y=-\dfrac{2}{3}x-2$

10　(1)　$y=2x+3$　　(2)　$y=-\dfrac{1}{3}x-1$
(3)　$y=3x-2$　　(4)　$y=5x-8$
(5)　$y=-\dfrac{3}{2}x-1$

11　(1)　$y=-\dfrac{1}{2}x+\dfrac{5}{2}$　　(2)　$y=\dfrac{2}{3}x-\dfrac{4}{3}$

解説

1　y が x の 1 次式で表されるとき，y は x の 1 次関数であるという。
ア　$y=2x+12$　…1 次関数である。
イ　$y=\dfrac{30}{x}$　…1 次関数ではない。
ウ　$y=2\pi\times5\times\dfrac{x}{360}=\dfrac{\pi}{36}x$　…1 次関数である。

比例を表す式 $y=ax$ は，1 次関数を表す式 $y=ax+b$ の式で，定数 b が 0 になっている特別な場合である。

2 (1) $y=-6x+12$ に $x=3$ を代入すると，

$y=-6\times3+12=-6$

(2) $y=-6x+12$ に $y=-30$ を代入すると，

$-30=-6x+12 \qquad x=7$

3 (1) $x=2$ のとき，$y=\dfrac{18}{2}=9$

$x=6$ のとき，$y=\dfrac{18}{6}=3$

$(\text{変化の割合})=\dfrac{3-9}{6-2}=\dfrac{-6}{4}=-\dfrac{3}{2}$

(2) $x=2$ のとき，$y=-2+3=1$

$x=6$ のとき，$y=-6+3=-3$

$(\text{変化の割合})=\dfrac{-3-1}{6-2}$

$=\dfrac{-4}{4}$

$=-1$

1 次関数 $y=ax+b$ では，変化の割合は一定で，a に等しい。

4 (1) それぞれ，x の係数が変化の割合に等しい。

(2)㋐ $(-3)\times4=-12$

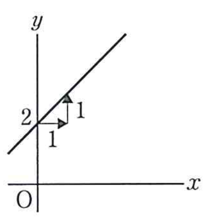
㋑ $\dfrac{1}{2}\times4=2$

5 (1) 切片 2…点 (0, 2) を通る。

傾き 1…右へ 1 だけ進むと，

上へ 1 だけ進む。

よって，(0, 2), (1, 3) を通る直線である。

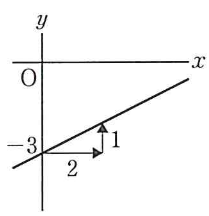


(2) 切片 −3…点 (0, −3) を通る。

傾き $\dfrac{1}{2}$…右へ 2 だけ進むと，

上へ 1 だけ進む。

よって，(0, −3), (2, −2) を通る直線である。

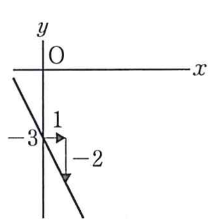


(3) 切片 −3…点 (0, −3) を通る。

傾き −2…右へ 1 だけ進むと，

下へ 2 だけ進む。

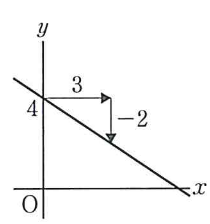
よって，(0, −3), (1, −5) を通る直線である。



(4) 切片 4…点 (0, 4) を通る。

傾き $-\dfrac{2}{3}$…右へ 3 だけ進むと，下へ 2 だけ進む。

よって，(0, 4), (3, 2) を通る直線である。



6 (1) $y=ax+b$ において，$a<0$ のとき，グラフは右下がりの直線になる。

(2) $y=ax+b$ のグラフは，y 軸上の点 $(0,\ b)$ を通る。

この b を，1 次関数のグラフの切片という。

(3) 傾きが等しい 2 直線は，平行である。

7 (1) $y=2x-3$ に $x=3$ を代入すると，

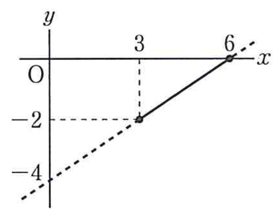
$y=2\times3-3=3$

(2) $y=2x-3$ に $y=0$ を代入すると，

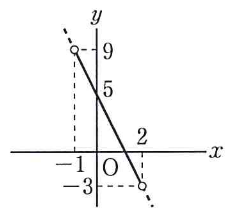
$0=2x-3 \qquad x=\dfrac{3}{2}$

8 それぞれのグラフは，下図のようになる。

(1)



(2)



9 (1) 点 (0, 1) を通る。…切片 1

右へ 1 だけ進むと上へ 3 だけ進む。…傾き 3

(2) 点 (0, −2) を通る。…切片 −2

右へ 3 だけ進むと下へ 2 だけ進む。…傾き $-\dfrac{2}{3}$

10 (1) $y=2x+b$ とする。点 $(-2,\ -1)$ を通るから，

$-1=2\times(-2)+b \qquad b=3$

よって，$y=2x+3$

(2) $y=ax-1$ とする。点 $(-3,\ 0)$ を通るから，

$0=-3a-1 \qquad a=-\dfrac{1}{3}$

よって，$y=-\dfrac{1}{3}x-1$

(3) $y=3x+b$ とする。

$x=2$ のとき $y=4$ であるから，

$4=3\times2+b \qquad b=-2 \qquad$ よって，$y=3x-2$

(4) グラフの傾きは，$\dfrac{7-(-3)}{3-1}=\dfrac{10}{2}=5$

$y=5x+b$ とする。点 $(1,\ -3)$ を通るから，

$-3=5\times1+b \qquad b=-8 \qquad$ よって，$y=5x-8$

別解 $y=ax+b$ とする。

点 $(1,\ -3)$ を通るから，$-3=a+b$ …①

点 $(3,\ 7)$ を通るから，$7=3a+b$ …②

①，②を連立方程式として解く。

(5) グラフの傾きは $-\dfrac{3}{2}$ である。

$y=-\dfrac{3}{2}x+b$ とする。点 $(-4,\ 5)$ を通るから，

$5=-\dfrac{3}{2}\times(-4)+b \qquad b=-1$

よって，$y=-\dfrac{3}{2}x-1$

11 (1) 2 点 (1, 2), (3, 1) を通る直線である。

(2) 2 点 (2, 0), (5, 2) を通る直線である。

❖演習問題❖

➡p.43

1 ア，エ

2 (1) -0.5　(2) 2cm
(3) 24 分後

3 (1) ア　(2) $a=5$
(3) $0 \leqq y \leqq 5$

4 (1) $y=\frac{2}{3}x-6$　(2) $y=-\frac{1}{2}x+\frac{3}{2}$
(3) $y=2x-5$　(4) $y=-3x-2$

5 $1 \leqq a \leqq 2$，$5 \leqq b \leqq 7$

解説

1 アは，$y=-\frac{1}{5}x+\frac{4}{5}$ と表すことができる。

2 (1) 1 次関数では，変化の割合は一定で，傾きに等しい。

(2) 変化の割合 -0.5 は，1 分間に 0.5cm 短くなることを表す。4 分間では，$0.5 \times 4 = 2$(cm)

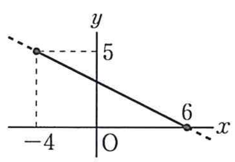
(3) $y=0$ を代入すると，$0=-0.5x+12$　$x=24$
よって，線香が燃えつきるのは 24 分後である。

3 (1) 傾きが負，切片が正であるグラフはアである。

(2) $y=-\frac{1}{2}x+3$ に $x=-4$，$y=a$ を代入する。

$a=-\frac{1}{2}\times(-4)+3=5$

(3) グラフは，右図のようになる。



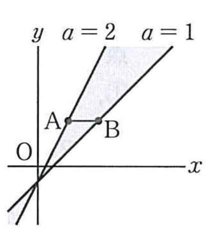
4 (1) 点(0，−6)を通る。…切片 −6
右へ 9 だけ進むと上へ 6 だけ進む。…傾き $\frac{6}{9}=\frac{2}{3}$

(2) 傾きは $-\frac{1}{2}$ である。$y=-\frac{1}{2}x+b$ とする。

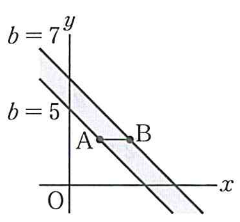
(3) 傾きは 2 である。$y=2x+b$ とする。

(4) 傾きは，$\frac{-5-1}{1-(-1)}=\frac{-6}{2}=-3$

5 $y=ax-1$ が点 A を通るとき，
$3=2a-1$　$a=2$
$y=ax-1$ が点 B を通るとき，
$3=4a-1$　$a=1$
右図より，a の値の範囲は，
$1 \leqq a \leqq 2$



$y=-x+b$ が点 A を通るとき，
$3=-2+b$　$b=5$
$y=-x+b$ が点 B を通るとき，
$3=-4+b$　$b=7$
右図より，b の値の範囲は，
$5 \leqq b \leqq 7$



❖実戦問題❖

➡p.44〜p.45

1 (1) ①，④　(2) $y=-6x+8$

2 (1) 18　(2) 10

3 (1) ア…24，イ…39　(2) $y=5x+4$
(3) $x=16$

4 (1) イ
(2) $a+b$ の値は負の数になる。
(説明)グラフは右下がりの直線なので，傾き a の値は負の数。y 軸との交点が原点 O よりも下なので，切片 b の値も負の数。よって，$a+b$ の値は負の数になる。
(3) $a=-8$，$b=-2$

5 (1) $y=\frac{2}{3}x+1$　(2) $y=3x-1$
(3) $y=-\frac{1}{2}x+1$　(4) $y=-\frac{3}{4}x+2$

6 (1) $y=-\frac{2}{3}x+6$　(2) $-4 \leqq b \leqq 1$

解説

1 (1) ① $y=3x$　…1 次関数である。
② $y=\frac{30}{x}$　…1 次関数ではない。
③ $y=\frac{1}{3}\times\pi x^2\times 5=\frac{5}{3}\pi x^2$
…1 次関数ではない。
④ $y=2x+10$　…1 次関数である。

(2) 地上から $x$km 上空の気温は，地上の気温より $6x$℃低くなるから，$y=8-6x$

2 (1) 表より，x の増加量が 1 のときの y の増加量は一定で，2 である。

1　1　1　4

x	0	1	2	3	…	7
y	4	6	8	10	…	□

2　2　2

x が 3 から 7 まで 4 増加するときの y の増加量は，
$2\times 4=8$
よって，$□=10+8=18$

別解 表より，変化の割合(＝傾き)が 2，$x=0$ のときの y の値(＝切片)が 4 である。
よって，x と y の関係は，$y=2x+4$
$x=7$ を代入すると，$y=2\times 7+4=18$

(2) 変化の割合は一定で，$\dfrac{5}{3}$ に等しい。x の増加量が 6 のときの y の増加量は，

$\dfrac{5}{3}\times 6=10$

1 次関数 $y=ax+b$ で，
$\dfrac{(y\text{ の増加量})}{(x\text{ の増加量})}=a$ であるから，
$(y$ の増加量$)=a\times(x$ の増加量$)$

3 (1) xの値が1増えるとyの値は5ずつ増えるから，
アは，$14+5\times(4-2)=24$
イは，$14+5\times(7-2)=39$

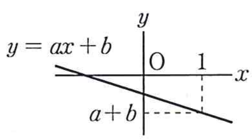
(2) $y=14+5\times(x-2)$ より，$y=5x+4$

(3) $y=5x+4$ に $y=84$ を代入して，
$84=5x+4 \qquad 5x=80 \qquad x=16$

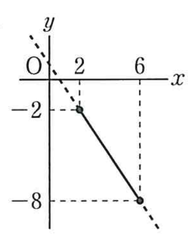
4 (1) 傾きが負の直線は**イ**だけである。問題文には，「右下がりの直線」とある。**ウ**，**エ**は反比例の式であり，グラフは曲線である。

(2) グラフから，$a<0$，$b<0$ であることが読み取れる。

別解 $x=1$ のとき，
$y=a+b$
グラフ上の，x 座標が1の点は x 軸の下になるから，y 座標は負である。よって，$a+b$ の値は負の数になる。



(3) グラフは，右図のようになる。
$2\leqq x\leqq 6$ のとき，$-8\leqq y\leqq -2$
よって，$a=-8$，$b=-2$



5 (1) 点 $(0,\ 1)$ を通る。…切片 1
右へ 3 だけ進むと上へ 2 だけ進む。…傾き $\dfrac{2}{3}$

よって，$y=\dfrac{2}{3}x+1$

(2) $y=3x+b$ とする。点 $(1,\ 2)$ を通るから，
$2=3\times 1+b \qquad b=-1$
よって，$y=3x-1$

(3) グラフの傾きは，$\dfrac{(y\text{ の増加量})}{(x\text{ の増加量})}=\dfrac{-1}{2}=-\dfrac{1}{2}$

$y=-\dfrac{1}{2}x+b$ とする。$x=0$ のとき $y=1$ であるから，$1=-\dfrac{1}{2}\times 0+b \qquad b=1$

よって，$y=-\dfrac{1}{2}x+1$

別解 グラフが y 軸と交わる点の x 座標は 0 である。よって，「$x=0$ のとき $y=1$ である」ことから，「切片は 1 である」と考えてもよい。

(4) グラフの傾きは $-\dfrac{3}{4}$ である。

$y=-\dfrac{3}{4}x+b$ とする。点 $(8,\ -4)$ を通るから，

$-4=-\dfrac{3}{4}\times 8+b \qquad b=2$

よって，$y=-\dfrac{3}{4}x+2$

6 (1) グラフの傾きは，$\dfrac{2-4}{6-3}=-\dfrac{2}{3}$

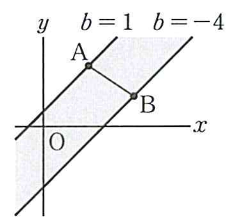
$y=-\dfrac{2}{3}x+b$ とする。点 $(3,\ 4)$ を通るから，

$4=-\dfrac{2}{3}\times 3+b \qquad b=6$

よって，$y=-\dfrac{2}{3}x+6$

別解 $y=ax+b$ とする。
点 $(3,\ 4)$ を通るから，$4=3a+b$ …①
点 $(6,\ 2)$ を通るから，$2=6a+b$ …②
①，②を連立方程式として解く。

(2) $y=x+b$ が点 A を通るとき，$4=3+b \qquad b=1$
$y=x+b$ が点 B を通るとき，
$2=6+b \qquad b=-4$
右図より，b の値の範囲は，
$-4\leqq b\leqq 1$

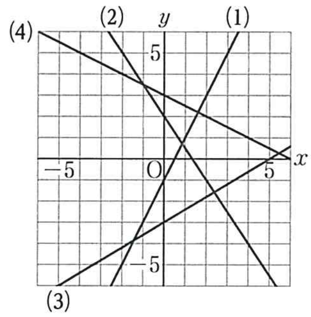


8　1次関数と方程式

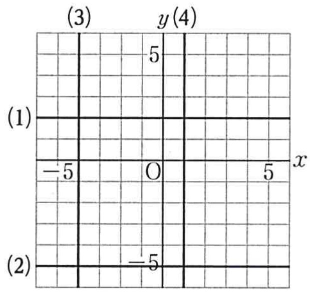
❖確認問題❖

➡p.46〜p.48

1　右図



2　右図



3　$a=3$

4　(1)　$(3,\ 2)$　　(2)　$\left(\dfrac{4}{5},\ \dfrac{13}{5}\right)$

(3)　$(-2,\ 3)$　　(4)　$\left(\dfrac{1}{7},\ -\dfrac{4}{7}\right)$

5　(1)㋐…$y=2x+5$　　㋑…$y=-x+1$

(2)　$\mathrm{P}\left(-\dfrac{4}{3},\ \dfrac{7}{3}\right)$

6　$a=-6$

7　(1)　$(2,\ 0)$

(2)　$\mathrm{A}(6,\ 0)$，$\mathrm{B}(0,\ -4)$

8　(1)　$\mathrm{A}(0,\ 4)$，$\mathrm{B}(6,\ 0)$

(2)　$y=\dfrac{2}{3}x$

9　(1)　24　　(2)　$y=-\dfrac{1}{4}x+\dfrac{3}{2}$

10　(1)　$y=-x+4$　　(2)　$\mathrm{P}\left(\dfrac{4}{3},\ -\dfrac{4}{3}\right)$

解説

1　(1)　y について解くと，$y=2x-1$

よって，傾きが 2，切片が -1 の直線である。

(2)　y について解くと，$y=-\dfrac{3}{2}x+2$

よって，傾きが $-\dfrac{3}{2}$，切片が 2 の直線である。

(3)　y について解くと，$y=\dfrac{3}{5}x-3$

よって，傾きが $\dfrac{3}{5}$，切片が -3 の直線である。

(4)　y について解くと，$y=-\dfrac{1}{2}x+3$

よって，傾きが $-\dfrac{1}{2}$，切片が 3 の直線である。

$\boxed{\text{別解}}$　グラフが通る 2 点を求めてもよい。

(3)　$x=0$ とすると，$y=-3$

$y=0$ とすると，$x=5$

よって，2 点 $(0,\ -3)$，$(5,\ 0)$ を通る直線である。

(4)　$x=0$ とすると，$y=3$

$y=0$ とすると，$x=6$

よって，2 点 $(0,\ 3)$，$(6,\ 0)$ を通る直線である。

2　(1)　式を変形して，$y=2$

$(0,\ 2)$ を通り，x 軸に平行な直線である。

(2)　式を変形して，$y=-5$

$(0,\ -5)$ を通り，x 軸に平行な直線である。

(3)　式を変形して，$x=-4$

$(-4,\ 0)$ を通り，y 軸に平行な直線である。

(4)　式を変形して，$x=1$

$(1,\ 0)$ を通り，y 軸に平行な直線である。

3　方程式に $x=4$，$y=-5$ を代入すると，

$16-5a-1=0$　　$-5a=-15$　　$a=3$

4　(1)　$4x-10=-2x+8$　　$6x=18$　　$x=3$

(2)　$2x+1=-3x+5$　　$5x=4$　　$x=\dfrac{4}{5}$

(3)　$2x+3y=5$ を①，$x-2y=-8$ を②とする。

①$-$②$\times 2$ より，$7y=21$　　$y=3$

(4)　$x+2y+1=0$ を①，$5x-4y-3=0$ を②とする。

①$\times 2+$②より，$7x-1=0$　$x=\dfrac{1}{7}$

5　(1)　グラフから傾きと切片を読み取る。

(2)　(1)の 2 つの式を連立方程式として解く。

6　連立方程式のグラフが平行な 2 直線になるとき，連立方程式は解をもたない。

$3x-y=2$ のグラフの傾きは 3，$ax+2y=3$ のグラフの傾きは $-\dfrac{a}{2}$ であるから，$-\dfrac{a}{2}=3$　　$a=-6$

7　(1)　$y=0$ とすると，$-3x+6=0$　　$x=2$

(2)　$y=0$ とすると，$2x=12$　　$x=6$

よって，点 A の座標は，$\mathrm{A}(6,\ 0)$

$x=0$ とすると，$-3y=12$　　$y=-4$

よって，点 B の座標は，$\mathrm{B}(0,\ -4)$

8　(1)　$2x+3y-12=0$ で，$x=0$ とすると，

$3y-12=0$　　$y=4$

よって，点 A の座標は，$\mathrm{A}(0,\ 4)$

$2x+3y-12=0$ で，$y=0$ とすると，

$2x-12=0$　　$x=6$

よって，点 B の座標は，$\mathrm{B}(6,\ 0)$

(2)　線分 AB の中点を P とするとき，直線 OP が求める直線である。点 P の座標は，

$$\left(\frac{0+6}{2},\ \frac{4+0}{2}\right)=(3,\ 2)$$

よって，直線 OP の式は，$y=\frac{2}{3}x$

9　(1)　直線 ℓ の式を①，直線 m の式を②とする。
①，②を連立方程式として解くと，$x=2$，$y=4$
よって，2 直線 ℓ，m の交点 A の座標は，A$(2,\ 4)$
①で $y=0$ とすると，$x=-6$
よって，直線 ℓ と x 軸の交点 B の座標は，B$(-6,\ 0)$
②で $y=0$ とすると，$x=6$
よって，直線 m と x 軸の交点 C の座標は，C$(6,\ 0)$
△ABC の底辺を線分 BC とみると，
$\mathrm{BC}=6-(-6)=12$
高さは，点 A の y 座標に等しい。
以上より，$\triangle\mathrm{ABC}=\frac{1}{2}\times12\times4=24$

(2)　線分 AB の中点を P とするとき，直線 CP が求める直線である。点 P の座標は，

$$\left(\frac{2+(-6)}{2},\ \frac{4+0}{2}\right)=(-2,\ 2)$$

2 点 C$(6,\ 0)$，P$(-2,\ 2)$ を通る直線の式は，

$$y=-\frac{1}{4}x+\frac{3}{2}$$

10　(1)　$x-2y=4$ で，$y=0$ とすると，$x=4$
よって，点 A の座標は，A$(4,\ 0)$
求める直線の傾きは，$\frac{0-4}{4-0}=\frac{-4}{4}=-1$
y 軸上の点 C を通るので，切片は 4

(2)　△COQ＝△AQP となるとき，
△COQ＋△CQA＝△AQP＋△CQA
よって，△COA＝△CPA
これは，OP // CA のとき成り立つ。
OP // CA のとき，直線 OP の式は，$y=-x$…①
これと，直線 $x-2y=4$…②の交点が P である。
①，②を連立方程式として解くと，

$$x=\frac{4}{3},\quad y=-\frac{4}{3}$$

別解　点 B の座標は，B$(0,\ -2)$

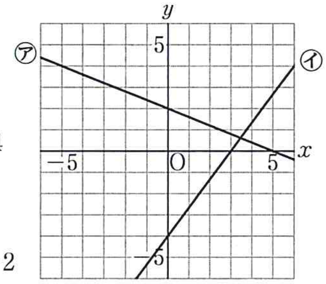
$$\triangle\mathrm{CBP}=\triangle\mathrm{AOB}=\frac{1}{2}\times2\times4=4$$

△CBP の底辺を線分 CB とみると，高さは点 P の x 座標に等しい。点 P の x 座標は，

$$4\times2\div\{4-(-2)\}=\frac{4}{3}$$

❖演習問題❖

➡p.49



1	(1)　右図		
	(2)　直線 ℓ…$x=2$		
	直線 m…$y=-4$		
2	(1)　P$(4,\ 0)$		
	(2)　$a=2$		
3	(1)　直線 ℓ…$y=x+2$		
	直線 m…$y=-\frac{1}{2}x-4$		
	(2)　P$(-4,\ -2)$		
4	(1)　B$(3,\ 4)$	(2)　P$(2,\ 6)$	
5	(1)　P$(-2,\ 6)$	(2)　$y=3x$	

解説

1　(1)㋐　y について解くと，$y=-\frac{2}{5}x+2$

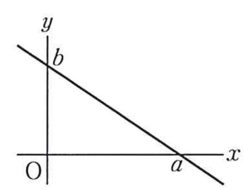
よって，傾きが $-\frac{2}{5}$，切片が 2 の直線である。

㋑　y について解くと，$y=\frac{4}{3}x-4$

よって，傾きが $\frac{4}{3}$，切片が -4 の直線である。

別解　グラフが通る 2 点を求めてもよい。
㋐　$x=0$ とすると，$y=2$
$y=0$ とすると，$x=5$
2 点 $(0,\ 2)$，$(5,\ 0)$ を通る直線である。
㋑　$x=0$ とすると，$y=-4$
$y=0$ とすると，$x=3$
2 点 $(0,\ -4)$，$(3,\ 0)$ を通る直線である。

参考　方程式 $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$
のグラフは，
2 点 $(a,\ 0)$，$(0,\ b)$
を通る直線である。



(2)　直線 ℓ は y 軸に平行で，直線上の点は，すべて x 座標が 2 である。よって，直線の式は，$x=2$
直線 m は x 軸に平行で，直線上の点は，すべて y 座標が -4 である。よって，直線の式は，$y=-4$

点 $(h,\ 0)$ を通り，y 軸に平行な直線…$x=h$
点 $(0,\ k)$ を通り，x 軸に平行な直線…$y=k$

2　(1)　点 P は，直線㋑と x 軸との交点である。
$3x-4y=12$ で $y=0$ とすると，$x=4$
よって，点 P の座標は，P$(4,\ 0)$
(2)　直線㋐は点 P を通る。
$ax+y=8$ に $x=4$，$y=0$ を代入すると，
$4a=8$　　$a=2$

3 (1) 直線 ℓ は，2 点 $(-2,\ 0)$，$(0,\ 2)$ を通る。

傾きは，$\dfrac{2-0}{0-(-2)}=1$

点 $(0,\ 2)$ を通るから，切片は 2

直線 m は，2 点 $(-8,\ 0)$，$(0,\ -4)$ を通る。

傾きは，$\dfrac{(-4)-0}{0-(-8)}=-\dfrac{1}{2}$

点 $(0,\ -4)$ を通るから，切片は -4

(2) 直線 ℓ，m の式を連立方程式として解く。

4 それぞれの式を y について解くと，

直線㋐は，$y=-2x+10$

直線㋑は，$y=x+1$

(1) ㋐と㋑の式を連立方程式として解く。

(2) 点 P の x 座標を t とすると，

$P(t,\ -2t+10)$，$Q(t,\ t+1)$，$R(t,\ 0)$

PQ＝QR だから，

$(-2t+10)-(t+1)=t+1$

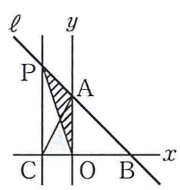
$-3t+9=t+1 \qquad -4t=-8 \qquad t=2$

点 P の y 座標は，$-2\times2+10=6$

よって，$P(2,\ 6)$

5 (1) $\triangle POB=\triangle APO+\triangle AOB$

$\triangle ACB=\triangle ACO+\triangle AOB$



$\triangle POB=\triangle ACB$ のとき，

$\triangle APO=\triangle ACO$

点 C を通って y 軸に平行な直線と，直線 ℓ の交点を P とすればよい。

$y=-x+4$ に $x=-2$ を代入すると，$y=6$

よって，点 P の座標は，$P(-2,\ 6)$

(2) (1)より，$\triangle POB$ の面積を 2 等分すればよい。

線分 PB の中点を Q とすると，直線 OQ が求める直線である。点 B の座標は $(4,\ 0)$，点 Q の座標は

$\left(\dfrac{(-2)+4}{2},\ \dfrac{6+0}{2}\right)=(1,\ 3)$

よって，直線 OQ の式は，$y=3x$

別解 $A(0,\ 4)$，$B(4,\ 0)$ だから，

$\triangle ACB=\dfrac{1}{2}\times\{4-(-2)\}\times4=12$

求める直線と直線 ℓ の交点を Q，点 Q の y 座標を h とすると，

$\triangle QOB=\dfrac{1}{2}\times4\times h=\dfrac{1}{2}\times12 \qquad h=3$

$y=-x+4$ に $y=3$ を代入すると，

$3=-x+4 \qquad x=1$

よって，点 Q の座標は，$Q(1,\ 3)$

❖実戦問題❖

➡p.50～p.51

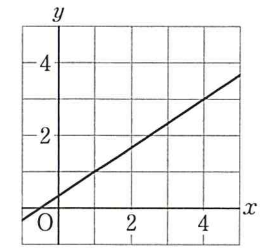
1 (1) -2 (2) $y=2$

(3) $A(3,\ 0)$

2 (1) $a=\dfrac{1}{3}$，$b=1$

(2) $y=\dfrac{2}{3}x+\dfrac{1}{3}$

グラフは右図



(3) $\left(\dfrac{11}{5},\ \dfrac{9}{5}\right)$

3 (1) 13

(2) $y=-5x-3$

4 (1) $\dfrac{6}{5}$ (2) $y=-\dfrac{1}{2}x+8$

(3) $(7,\ 0)$，$\left(7,\ \dfrac{25}{4}\right)$

5 (1) $\left(-\dfrac{16}{3},\ -\dfrac{4}{3}\right)$ (2) $\left(-\dfrac{2}{3},\ \dfrac{10}{3}\right)$

6 (1) 12 (2) $y=-\dfrac{1}{2}x+8$

(3) $P(8,\ 4)$

解説

1 (1) y について解くと，$y=-2x+\dfrac{5}{2}$

よって，傾きが -2 の直線である。

(2) x 軸に平行な直線上の点は，すべて y 座標が等しい。点 $(3,\ 2)$ を通るから，直線の式は，$y=2$

(3) $y=0$ とすると，

$0=-2x+6 \qquad x=3$

よって，$A(3,\ 0)$

> x 軸の方程式…$y=0$
> y 軸の方程式…$x=0$

2 (1) $2x-3y+1=0$ に $x=0$，$y=a$ を代入すると，

$-3a+1=0 \qquad a=\dfrac{1}{3}$

$2x-3y+1=0$ に $x=b$，$y=1$ を代入すると，

$2b-3+1=0 \qquad 2b=2 \qquad b=1$

(2) アを y について解くと，$y=\dfrac{2}{3}x+\dfrac{1}{3}$

$x=1$ とすると，$y=\dfrac{2}{3}\times1+\dfrac{1}{3}=1$

$x=4$ とすると，$y=\dfrac{2}{3}\times4+\dfrac{1}{3}=3$

よって，グラフは，2 点 $(1,\ 1)$，$(4,\ 3)$ を通る直線である。

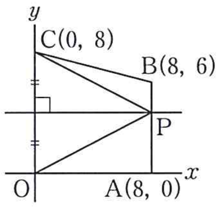
(3) 直線 ℓ は，y 軸上の点 $(0,\ 4)$ を通り，右へ 1 だけ進むと下へ 1 だけ進む。よって，切片 4，傾き -1 の直線であるから，直線 ℓ の式は，$y=-x+4$

これとアの式を連立方程式として解く。

3 (1)　$y=-x+9$ に $x=-4$ を代入して，
$y=-(-4)+9=13$

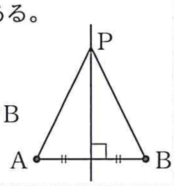
(2)　Q は y 軸について P と線対称な点であるから，
Q$(-2,\ 7)$
B$(0,\ -3)$ だから，直線 m の切片は，-3
直線 m の傾きは，$\dfrac{-3-7}{0-(-2)}=-5$
よって，直線 m の式は，$y=-5x-3$

4 (1)　$\dfrac{6-0}{8-3}=\dfrac{6}{5}$



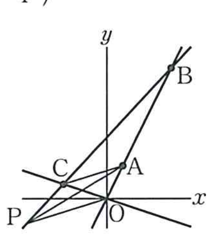
(2)　辺 OC の垂直二等分線と辺 AB との交点を P とすると，OP＝CP となる。よって，点 P の座標は $(8,\ 4)$
2 点 C，P を通る直線は，
傾きが，$\dfrac{4-8}{8-0}=-\dfrac{1}{2}$
点 C を通るから，
切片が 8
よって，直線の式は，
$y=-\dfrac{1}{2}x+8$

線分の垂直二等分線上の点は，線分の両端から等距離にある。
右図で，
PA＝PB



(3)　台形 OABC$=\dfrac{1}{2}\times(6+8)\times8=56$
点 P の x 座標を t とする。△OPC の底辺を OC とみると，高さは点 P の x 座標に等しいから，
△OPC の面積より，
$\dfrac{1}{2}\times8\times t=\dfrac{1}{2}\times56$　　$4t=28$　　$t=7$
点 P が辺 OA 上を動くとき…P$(7,\ 0)$
点 P が辺 BC 上を動くとき…直線 BC の式は，
$y=-\dfrac{1}{4}x+8$
$x=7$ を代入すると，$y=-\dfrac{7}{4}+8=\dfrac{25}{4}$
よって，点 P の座標は，P$\left(7,\ \dfrac{25}{4}\right)$

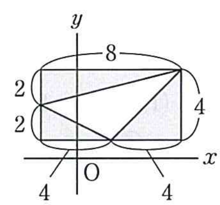
5 (1)　A$(1,\ 2)$，B$(4,\ 8)$，C$(-3,\ 1)$ で，直線 BC の式は，$y=x+4$ となる。
△PAC＝△OAC より，
OP // AC で，直線 AC の傾きは，$\dfrac{2-1}{1-(-3)}=\dfrac{1}{4}$ だから，



直線 OP の式は，$y=\dfrac{1}{4}x$
点 P は直線 BC と直線 OP の交点だから，
$y=x+4$ と $y=\dfrac{1}{4}x$ を連立方程式として解くと，
$x=-\dfrac{16}{3}$，$y=-\dfrac{4}{3}$
よって，点 P の座標は，$\left(-\dfrac{16}{3},\ -\dfrac{4}{3}\right)$

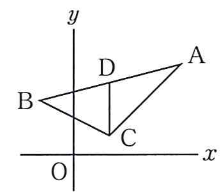
(2)　△OBC＝△OAC＋△ABC＝△PAC＋△ABC＝△APB だから，点 A を通り，△OBC の面積を二等分する直線は，線分 BP の中点 M を通る。
したがって，点 M が求める交点である。
M の x 座標は，$\left(-\dfrac{16}{3}+4\right)\div2=-\dfrac{2}{3}$
y 座標は，$\left(-\dfrac{4}{3}+8\right)\div2=\dfrac{10}{3}$
よって，求める交点の座標は，$\left(-\dfrac{2}{3},\ \dfrac{10}{3}\right)$

6 (1)　右図のように，x 軸，y 軸に平行な直線で長方形をつくる。



$4\times8-\dfrac{1}{2}\times4\times4$
$-\dfrac{1}{2}\times8\times2-\dfrac{1}{2}\times4\times2$
$=32-8-8-4=12$

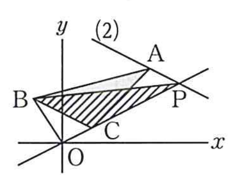
別解　点 C を通る y 軸に平行な直線と線分 AB との交点を D とすると，D$(2,\ 4)$ である。



△ABC
＝△ADC＋△BDC
$=\dfrac{1}{2}\times3\times4+\dfrac{1}{2}\times3\times4=12$

(2)　直線 BC の傾きは，$\dfrac{1-3}{2-(-2)}=-\dfrac{1}{2}$

(3)　△OPB＝△OBC＋△PBC
四角形 OCAB＝△OBC＋△ABC
よって，△OPB＝四角形 OCAB のとき，
△PBC＝△ABC
これは，AP // BC のとき成り立つ。よって，(2)の直線と直線 OC の交点が求める点 P である。



9 1次関数の利用

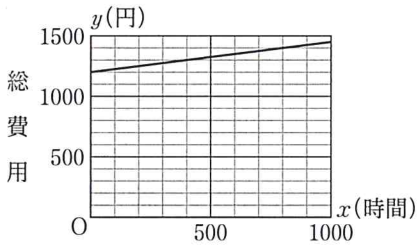
❖確認問題❖

➡p.52～p.54

1 (1) $y=\frac{3}{2}x+200$

(2) 右図

(3) 160 日



電球を使用した時間

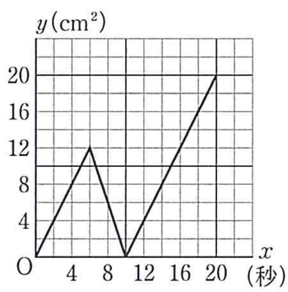
2 (1)㋐ $y=2x$

㋑ $y=-3x+30$

㋒ $y=2x-20$

(2) 右図

(3) $x=\frac{35}{2}$



3 (1) PQ $=6$cm,

QR $=10$cm

(2) $x=5$, 13

4 (1) $y=50x+200$ (2) 1800m の地点

5 (1) 400cm^2 (2) $a=5$

解説

1 (1) (総費用)＝(電気料金)＋(電球の価格)

白熱電球を x 時間利用したときの電気料金は,

$\frac{150}{100}\times x=\frac{3}{2}x$(円)

であるから, $y=\frac{3}{2}x+200$

(2) LED 電球を x 時間利用したときの電気料金は,

$\frac{25}{100}\times x=\frac{1}{4}x$(円)

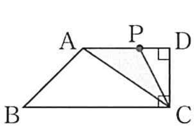
であるから, $y=\frac{1}{4}x+1200$

(3) (1), (2)のグラフの交点の座標は (800, 1400)

よって, 800 時間使用したとき, 総費用は等しくなる。1 日 5 時間ずつ使用すると,

$800\div5=160$(日)

2 (1)㋐ 点 P は辺 AD 上を動く。

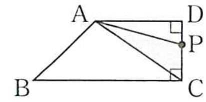


AP $=x$

$y=\frac{1}{2}\times x\times4$

$y=2x$

㋑ 点 P は辺 DC 上を動く。

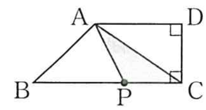


CP $=6+4-x=10-x$

$y=\frac{1}{2}\times(10-x)\times6$

$y=-3x+30$

㋒ 点 P は辺 CB 上を動く。



PC $=x-4-6=x-10$

$y=\frac{1}{2}\times(x-10)\times4$

$y=2x-20$

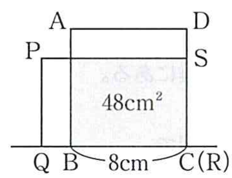
(3) (2)のグラフより, ㋒のときである。

$y=2x-20$ に $y=15$ を代入すると,

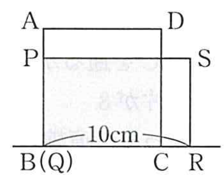
$15=2x-20$ $\quad -2x=-35$ $\quad x=\frac{35}{2}$

3 (1) グラフから, 次のようになる。

$x=8$ のとき,



$x=10$ のとき



PQ $=48\div8=6$(cm) $\quad$ QR $=10$(cm)

(2) グラフの式は,

$0\leqq x\leqq8$ のとき, $y=6x$ …①

$8\leqq x\leqq10$ のとき, $y=48$

$10\leqq x\leqq18$ のとき, $y=-6x+108$ …②

①に $y=30$ を代入すると,

$30=6x$ $\quad x=5$

②に $y=30$ を代入すると,

$30=-6x+108$ $\quad 6x=78$ $\quad x=13$

4 (1) まみさんがコンビニを出発したときの, グラフ上の点は (20, 1200), まみさんが駅に到着したときの, グラフ上の点は (36, 2000) である。

グラフの傾きは, $\frac{2000-1200}{36-20}=\frac{800}{16}=50$

$y=50x+b$ とする。点 (20, 1200) を通るから,

$1200=50\times20+b$ $\quad b=200$

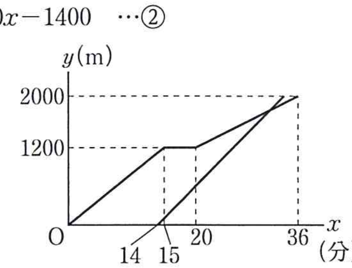
よって, $y=50x+200$ …①

(2) 母を表すグラフの式を, $y=100x+b$ とする。

7 時 14 分に出発するから, グラフは点 (14, 0) を通る。$0=100\times14+b$ $\quad b=-1400$

よって, $y=100x-1400$ …②

右図のように, ①のグラフは, (2)②のグラフと交わる。①, ② を連立方程式として解くと,



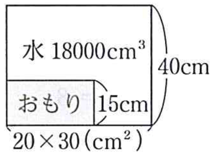
$x=32$, $y=1800$

5 (1) グラフより，30 分給水すると，水そうはいっぱいになる。水そうの容積は，

$20 \times 30 \times 40 = 24000(\text{cm}^3)$

30 分間に給水した水の量は，

$600 \times 30 = 18000(\text{cm}^3)$



よって，直方体のおもりの体積は，

$24000 - 18000 = 6000(\text{cm}^3)$

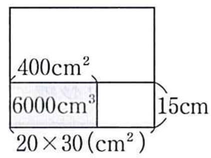
直方体の高さは 15cm だから，

$(\text{底面積}) = 6000 \div 15 = 400(\text{cm}^2)$

(2) 水そうの底面から，高さ 15cm までの水の体積は，

$20 \times 30 \times 15 - 6000$

$= 3000(\text{cm}^3)$ …㊟



給水にかかる時間は，

$3000 \div 600 = 5(\text{分})$

したがって，$a = 5$

㊟ $(20 \times 30 - 400) \times 15 = 3000$ でもよい。

別解 $a \leqq x \leqq 30$ のとき，1 分間の給水による水面の高さの変化は，$600 \div (20 \times 30) = 1(\text{cm})$

よって，$a \leqq x \leqq 30$ のグラフの傾きは 1 である。

式を，$y = x + b$ とする。点 $(30,\ 40)$ を通るから，

$40 = 30 + b \quad b = 10$ 　　したがって，$y = x + 10$

点 $(a,\ 15)$ を通るから，

$15 = a + 10 \quad a = 5$ …(2)

また，$0 \leqq x \leqq 5$ のときのグラフは，$y = 3x$

これは，1 分間の給水で水面が 3cm 変化することを表す。水が入る部分の底面積は，

$600 \div 3 = 200(\text{cm}^2)$

したがって，直方体のおもりの底面積は，

$20 \times 30 - 200 = 400(\text{cm}^2)$ …(1)

❖演習問題❖

➡p.55

1 (1) 8 秒後　　　　(2) 5 秒後，9 秒後

2 (1) 7 時 6 分

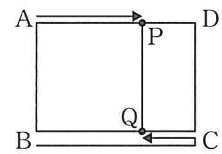
(2) 時速 60km 以上時速 120km 以下

3 (1) $a = 20$　　　　(2) $b = 20$，$c = 72$

解説

1 グラフから，点 P は 12 秒で 12cm 動き，点 Q は 6 秒で 12cm 動く。よって，点 P の速さは毎秒 1cm，点 Q の速さは毎秒 2cm である。

(1) 右図のように，AP = BQ のとき，AB // PQ となる。出発してから x 秒後とすると，



$\text{AP} = x$，$\text{BQ} = 24 - 2x$

よって，$x = 24 - 2x \quad 3x = 24 \quad x = 8$

(2) 台形 $\text{ABQP} = \dfrac{1}{2} \times (\text{AP} + \text{BQ}) \times 8 = 60$

よって，$\text{AP} + \text{BQ} = 15$

AP のグラフは，$y = x$ …①

BQ のグラフは，$y = 2x\ (0 \leqq x \leqq 6)$ …②

$y = -2x + 24\ (6 \leqq x \leqq 12)$ …③

$0 \leqq x \leqq 6$ のとき，①，②より，

$x + 2x = 15 \quad 3x = 15 \quad x = 5$

$6 \leqq x \leqq 12$ のとき，①，③より，

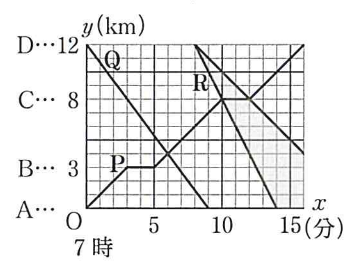
$x + (-2x + 24) = 15 \quad -x = -9 \quad x = 9$

参考 (1)は，①，③の交点を求めてもよい。

2 (1) 列車 Q が A 駅に到着するのは，

$12 \div \dfrac{80}{60} = 9$

より，7 時 9 分である。右のグラフより，7 時 6 分に列車 P とすれ違う。



(2) 7 時 10 分～12 分の間にすれ違えばよい。よって，列車 R が C 駅を通過するのは，出発してから 2 分後～4 分後の間である。よって，列車 R の時速は，

最も速くて，$4 \div \dfrac{2}{60} = 120(\text{km})$

最もおそくて，$4 \div \dfrac{4}{60} = 60(\text{km})$

3 (1) 底面 P の部分に，仕切り板の高さまで水を入れるのに 32 分かかったから，

$20 \times a \times 20 = 250 \times 32 \quad a = 20$

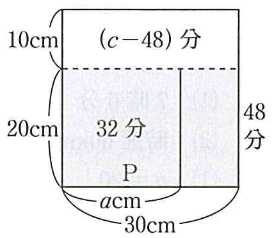
(2) b は，仕切り板の高さであるから，$b = 20$

c は，底面から 30cm の高さまで水を入れるのに

かかる時間であるから，

$20\times30\times30=250c$　　$c=72$

別解　グラフより，各部分に水がたまる時間は右図のようになる。



$a:30=32:48$

よって，$a=20$

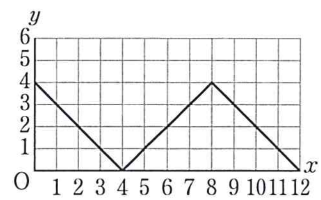
$10:20=(c-48):48$

よって，$c=72$

❖実戦問題❖

➡p.56～p.57

1 (1)　右図



(2)　9 回

2 (1)　$b=8$

(2)　$y=3x-4$

(3)　$a+3$

(4)　$x=\dfrac{21}{5}$

3 (1)　7 時 40 分　　(2)　14

(3)　3.5km

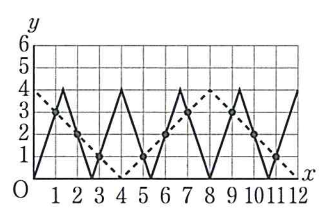
4 (1)　300cm^3　　(2)　180cm^3

(3)　30 秒後

解説

1 (1)　点 P の速さは毎秒 1cm であるから，頂点 D から A まで，A から D まで，それぞれ 4 秒で動く。

(2)　AP＝BQ のとき，AB∥PQ となる。点 Q の速さは毎秒 3cm であるから，頂点 B から C まで，C から B まで，それぞれ $\dfrac{4}{3}$ 秒で動く。点 Q が頂点 B を出発してから x 秒後の BQ の長さを $y$cm とするとき，x と y の関係をグラフに表すと右図のようになる。破線は(1)のグラフで，2 つのグラフの交点は 9 個ある。よって，AP＝BQ となることは 9 回ある。



別解　はじめの 4 秒間の 2 点 P，Q の動きは，

P：D→A　　Q：B→C→B→C

この間に，AB∥PQ となるのは，次の 3 回

1 回目　P，Q の動いた長さの和が 4cm になる。

$4\div(1+3)=1$(秒後)

2 回目　P，Q の動いた長さの差が 4cm になる。

$4\div(3-1)=2$(秒後)

3 回目　P，Q の動いた長さの和が 12cm になる。

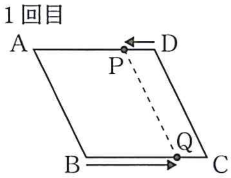
$12\div(1+3)=3$(秒後)

4 秒間ごとに，同様の動きをくり返す。よって，12 秒間では，3 回くり返す。

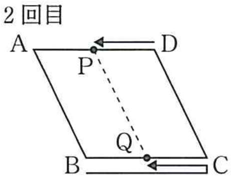
AB∥PQ となるのは，

$3\times3=9$(回)

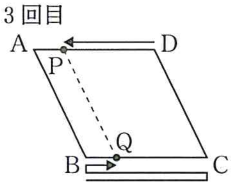
1 回目



2 回目



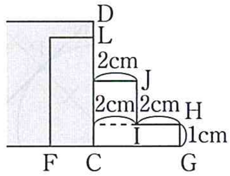
3 回目



2 (1) $x=4$ のとき，右図のようになる。封筒から出ている厚紙の面積は，

$1\times4+2\times2=8(\mathrm{cm}^2)$

よって，$b=8$



(2) (1)より，グラフは 2 点 $(2,\ 2)$，$(4,\ 8)$ を通る。

傾きは，$\dfrac{8-2}{4-2}=\dfrac{6}{2}=3$

$y=3x+c$ とする。点 $(2,\ 2)$ を通るから，

$2=3\times2+c\qquad c=-4$

よって，$y=3x-4$

(3) $x=6$ のときの y の値は図 2 の面積と等しくなるから，

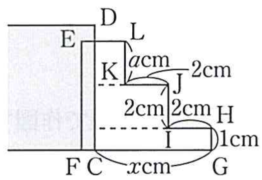
$y=1\times6+2\times4+a\times2=2a+14$

したがって，$4\leqq x\leqq6$ のときのグラフは，2 点 $(4,\ 8)$，$(6,\ 2a+14)$ を通る。

傾きは，$\dfrac{(2a+14)-8}{6-4}=\dfrac{2a+6}{2}=a+3$

別解 $4\leqq x\leqq6$ のとき，右図のようになる。

$y=1\times x$
$\quad +2\times(x-2)$
$\quad +a\times(x-4)$
$\quad =x+2x-4+ax-4a$
$\quad =(a+3)x-4a-4$



(4) $b=8$ より，$y=9$ となるのは $4\leqq x\leqq6$ のときである。$4\leqq x\leqq6$ のグラフの傾きは，(3)に $a=2$ を代入して，$2+3=5$

$y=5x+d$ とする。点 $(4,\ 8)$ を通るから，

$8=5\times4+d\qquad d=-12$ 　よって，$y=5x-12$

この式に $y=9$ を代入すると，

$9=5x-12\qquad -5x=-21\qquad x=\dfrac{21}{5}$

3 (1) A 駅を出発したバスは，63 分後に A 駅に戻り，7 分停車してから再び A 駅を出発する。よって，1 回目に A 駅を出発してから 2 回目に A 駅を出発するまでの時間は，

63 分＋7 分＝70 分＝1 時間 10 分

1 回目に A 駅を出発するのは 6 時 30 分であるから，2 回目に A 駅を出発するのは，

6 時 30 分＋1 時間 10 分＝7 時 40 分

(2) A 駅を出発したバスが B 駅で 7 分間停車し，A 駅に戻るまでに 63 分かかるから，A 駅から B 駅まで走るのにかかる時間は，

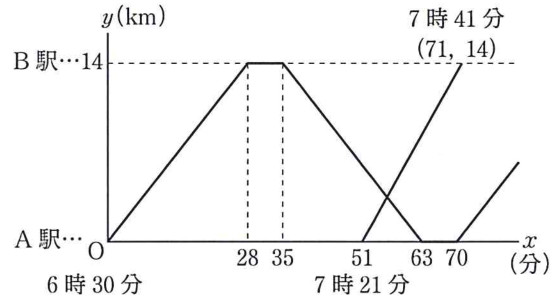
$(63-7)\div2=28$(分)

バスの速さは毎分 500m だから，A 駅から B 駅までの道のりは，

$500\times28=14000$(m)＝14(km)

(3) 急行バスが，A 駅から B 駅まで走るのにかかる時間は，$14000\div700=20$(分)

7 時 21 分に A 駅を出発したバスは，7 時 41 分に B 駅に到着するから，グラフは下図のようになる。



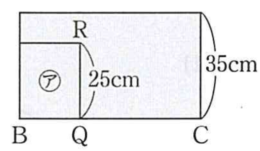
急行バスを表すグラフは，2 点 $(51,\ 0)$，$(71,\ 14)$ を通るから，$y=0.7x-35.7$ …①

急行バスがすれ違うのは，B 駅から A 駅へ向かうバスで，グラフは 2 点 $(35,\ 14)$，$(63,\ 0)$ を通るから，$y=-0.5x+31.5$ …②

①，②を連立方程式として解くと，

$x=56,\ y=3.5$

4 Ⅰの蛇口から 1 秒間に出る水の量を $x\mathrm{cm}^3$，Ⅱの蛇口から 1 秒間に出る水の量を $y\mathrm{cm}^3$ とする。グラフより，125 秒後の水面の高さは 25cm である。これは，Ⅰの蛇口から出る水で，右図の㋐の部分が 125 秒でいっぱいになることを表す。よって，



$30\times20\times25=125x$ …①

また，210 秒後の水面の高さは 35cm である。これは，Ⅰ，Ⅱ両方の蛇口から出る水で，水そう全体が 210 秒でいっぱいになることを表す。よって，

$30\times60\times35=210(x+y)$ …②

(1) ②より，$x+y=300$ …②′

よって，求める値は，$300\mathrm{cm}^3$

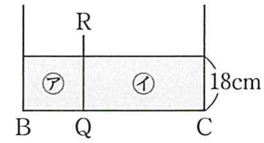
(2) ①より，$x=120$

$x=120$ を②′ に代入すると，

$120+y=300\qquad y=180$

よって，求める値は，$180\mathrm{cm}^3$

(3) 右図の㋐の部分にはⅠの蛇口から出る水が，㋑の部分にはⅡの蛇口から出る水が入る。それぞれの蛇口から，水面の高さが 18cm になるまで水を入れるとき，かかる時間は，



Ⅰの蛇口…$30\times20\times18\div120=90$(秒)

Ⅱの蛇口…$30\times(60-20)\times18\div180=120$(秒)

よって，Ⅰの蛇口を使い始めたのは，

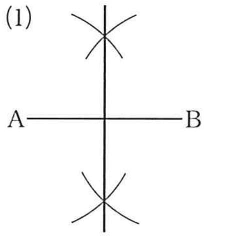
$120-90=30$(秒後)

10 作図と移動

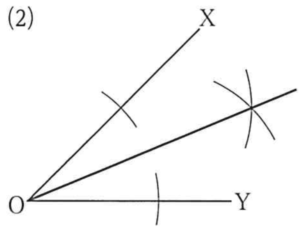
❖確認問題❖

➡p.58〜p.60

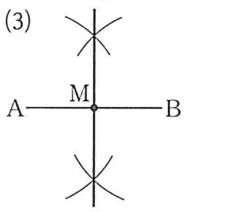
1 (1)



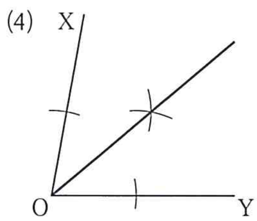
(2)



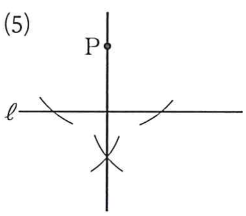
(3)



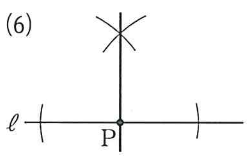
(4)



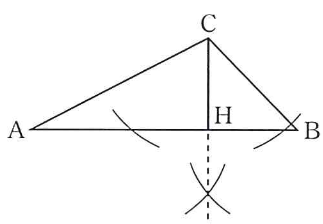
(5)



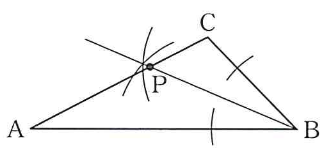
(6)



2 (1)



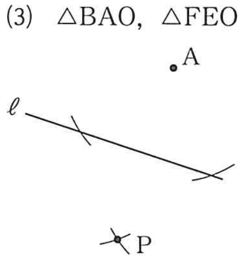
(2)



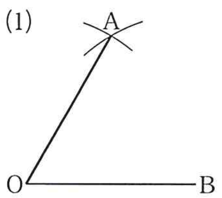
3 (1) △ODE　　(2) △EOD

(3) △BAO，△FEO

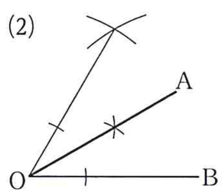
4



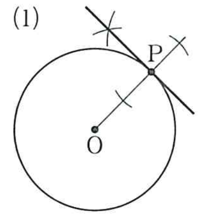
5 (1)



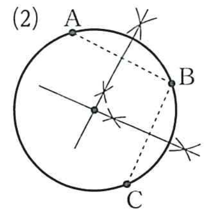
(2)



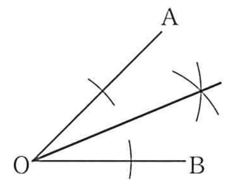
6 (1)



(2)



7

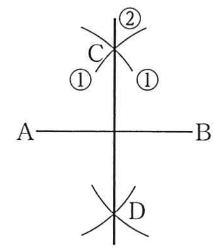


解説

1 (1) 次の手順で作図する。

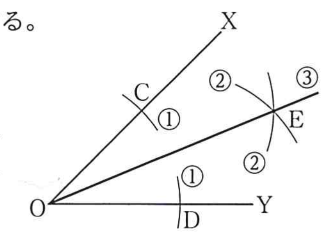
① A，B を中心として等しい半径の円をかき，その交点を C，D とする。

② 直線 CD をひく。



(2) 次の手順で作図する。

① O を中心とする円をかき，OX，OY との交点をそれぞれ C，D とする。



② C，D を中心として等しい半径の円をかき，その交点を E とする。

③ 半直線 OE をひく。

(3) 線分 AB の垂直二等分線を作図すればよい。線分 AB と垂直二等分線との交点が中点 M になる。

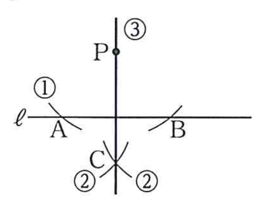
(4) 角をつくる 2 辺から等しい距離にある点の集まりは，その角の二等分線になるから，∠XOY の二等分線を作図すればよい。

(5) 次の手順で作図する。

① P を中心とする円をかき，ℓ との交点を A，B とする。

② A，B を中心として等しい半径の円をかき，交点の 1 つを C とする。

③ 直線 PC をひく。

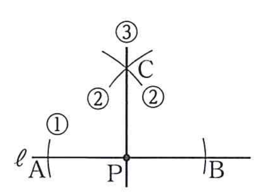


(6) 次の手順で作図する。

① P を中心とする円をかき，ℓ との交点を A，B とする。

② A，B を中心として等しい半径の円をかき，交点の 1 つを C とする。

③ 直線 PC をひく。



2 (1) 底辺と高さは垂直だから，C から辺 AB に垂線をひき，辺 AB との交点を H とする。

(2) ∠ABC の二等分線と辺 AC との交点を P とする。

3 (1) △ABO を，OE の方向に，OE の長さだけ平行移動すると △ODE に重なる。

(2) △AOH を，点 O を中心として 180° 回転移動すると △EOD に重なる。

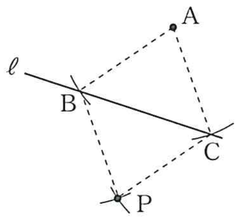
(3) △BCO を，直線 BF を対称の軸として対称移動すると △BAO に重なる。直線 HD を対称の軸として対称移動すると △FEO に重なる。

> 180° の回転移動を点対称移動という。

4 線対称な図形(ひし形 ABPC)をかく。

点 A を中心として円をかき，直線 ℓ との交点を B，C とする。

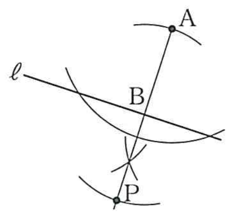
同じ半径で，B，C を中心とする円をそれぞれかき，その交点を P とする。



別解 直線 ℓ は線分 AP の垂直二等分線になるから，AP と ℓ との交点を B とすると，

AP ⊥ ℓ，AB = PB

よって，A から ℓ に垂線をひいて，B を中心とする半径 BA の円と垂線との交点を P とすればよい。



5 (1) O，B を中心として線分 OB を半径とする円をかき，その交点を A として，半直線 OA をひく。OA = BA = OB より，△AOB は正三角形になるから，∠AOB = 60° である。

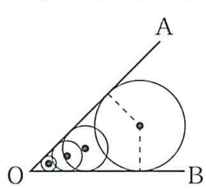
(2) (1)と同様に，60° の角を作図してから，その角の二等分線を作図する。

6 (1) 円の接線は接点を通る半径に垂直だから，P を通り半径 OP に垂直な直線を作図すればよい。実際は，半径 OP を P の方にのばし，半直線 OP の垂線を作図することになる。

(2) 円がかけたとすると，線分 AB，BC，CA はすべて円の弦となる。弦の垂直二等分線は円の中心を通るから，AB，BC，CA のうち，いずれか 2 本の垂直二等分線を作図し，その交点を中心とする円をかけばよい。なお，AB，BC，CA の線分は，実際の作図においてはかかなくてもよい。

7 2 辺に接する円の中心は，2 辺までの距離が等しい。

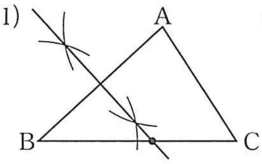
よって，∠AOB の二等分線を作図すればよい。



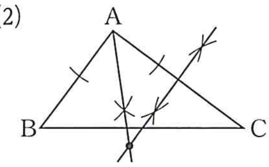
❖演習問題❖

➡p.61

1 (1)

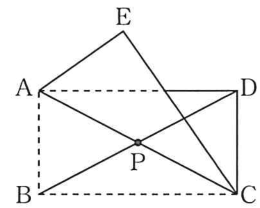


(2)

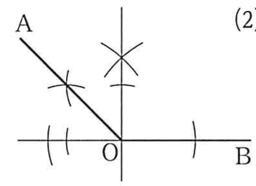


2 (1) (角の)二等分線　(2) 垂直二等分線

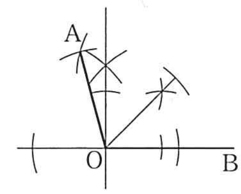
(3)



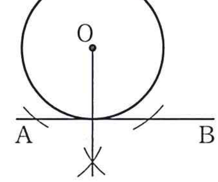
3 (1)



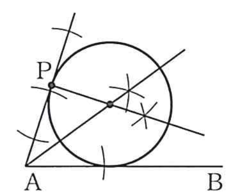
(2)



4 (1)



(2)



解説

1 (1) 2 点 A，B からの距離が等しい。

→線分 AB の垂直二等分線上にある。

(2) 2 点 A，C からの距離が等しい。

→線分 AC の垂直二等分線上にある。

2 辺 AB，AC からの距離が等しい。

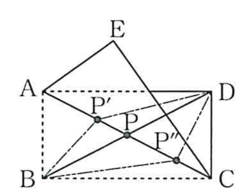
→ ∠BAC の二等分線上にある。

求める点は，上記 2 直線の交点になる。

2 (1) 折り返した角だから，∠EAC = ∠BAC

(2) 点 E は，B を線分 AC を軸として対称移動した点だから，対称の軸 AC は線分 EB の垂直二等分線。

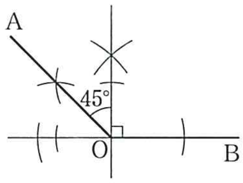
(3) 線分 AC 上のどの位置に点 P があっても EP = BP が成り立つから，BP+PD が最短となる点 P をとればよい。



BP+PD は，3 点 B，P，D が一直線上にあるときに最短となるから，線分 BD をひいて，線分 AC との交点を P とする。

3 (1) $135° = 90° + 45° = 90° + 90° \div 2$

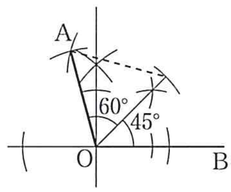
点 O を通る OB の垂線を作図し，できた 2 つの 90° の角のうち，OB をふくまない方の角の二等分線をひいて 45° の角をつくる。



(2) $105° = 45° + 60°$

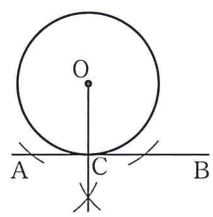
45° の角は，(1)と同様に，垂線と 90° の角の二等分線を作図して得る。

60° の角は，45° の角の 1 辺（どのような長さでもよい）を辺にもつ正三角形を作図して得る。



4 円の接線は接点を通る半径に垂直であることを利用する。

(1) 点 O を通る直線 AB の垂線をひいて，AB との交点を C とし，O を中心とする半径 OC の円をかく。



(2) 円は点 P で半直線 AP に接する。

→ AP は円の接線になる。

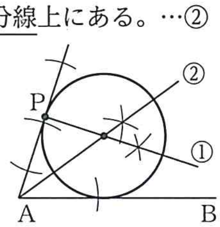
→円の中心は P を通る AP の垂線上にある。 …①

円は AP と AB に接する。

→円の中心は AP，AB から等しい距離にある。

→円の中心は ∠PAB の二等分線上にある。…②

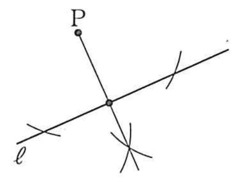
よって，円の中心は上記 2 直線の交点になる。



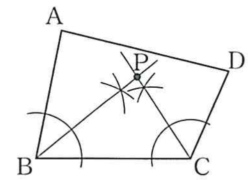
❖実戦問題❖

➡p.62〜p.63

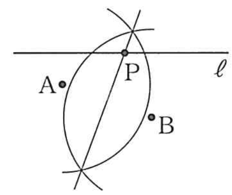
1



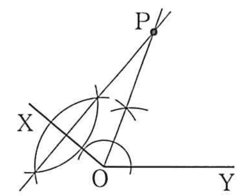
2



3

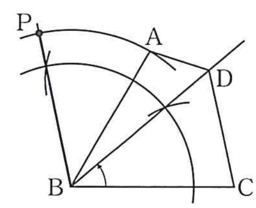


4

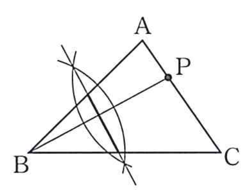


5 エ

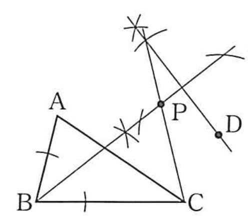
6



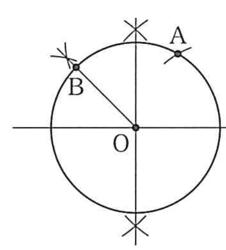
7



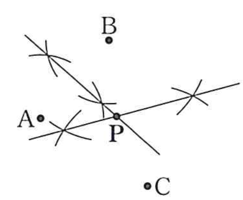
8



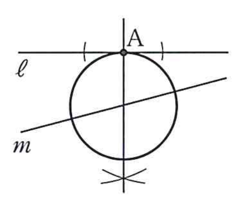
9



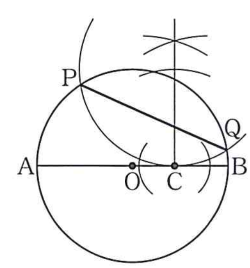
10



11



12



解説

1 点 P と直線 ℓ 上の点を結ぶ線分のうち，最も短いのは P から ℓ にひいた垂線である。

2 2 辺 AB，BC からの距離が等しい。

→ ∠ABC の二等分線上にある。

2 辺 BC，CD からの距離が等しい。

→ ∠BCD の二等分線上にある。

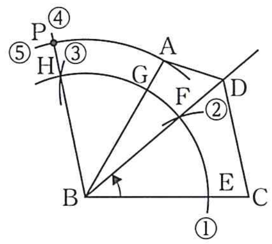
よって，2 つの角の二等分線の交点が P となる。

3 2点A，Bからの距離が等しい。
→線分ABの垂直二等分線上にある。

4 条件①について，$70^\circ = 140^\circ \div 2$ だから，半直線OPは∠XOYの二等分線になる。
条件②について，ひし形の対角線はそれぞれの中点で垂直に交わるから，線分OXを対角線とするひし形のもう一方の対角線は，OXの垂直二等分線と重なる。
よって，点Pは上記2直線の交点になる。

5 ア→ウ→キ→エの順に移動する。

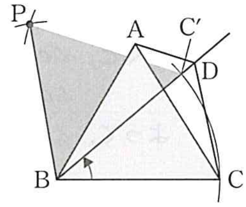
6 線分PBは，線分ABをBを中心として反時計回りに∠CBDの大きさだけ回転移動したものだから，次の手順で作図できる。



① Bを中心とする円をかき，BC, BD, BAとの交点をそれぞれE，F，Gとする。
② コンパスでEFの長さを写しとる。
③ Gを中心とする半径EFの円をかき，①の円との交点をHとする。
④ 半直線BHをひく。
⑤ Bを中心とする半径BAの円をかき，半直線BHとの交点をPとする。

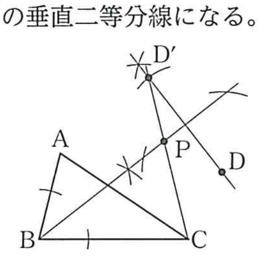
この作図では，まず，△BEFをつくり，それと3辺が等しくて合同な△BGHをかくことにより，∠CBDの大きさを写しとっている。

別解 △ABCを回転移動させると考える。
BC＝BC′となる点C′を半直線BD上にとり，点C′を中心とする半径ACの円と点Bを中心とする半径ABの円との交点をPとする。

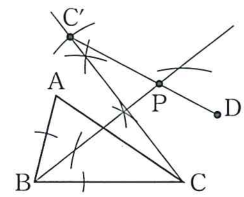


7 折り目の線は，点Bを点Pに対称移動するときの対称の軸だから，線分BPの垂直二等分線になる。

8 ∠Bの二等分線を軸として，点Dを対称移動した点をD′とする。∠Bの二等分線上の点Pについて，DP＝D′Pが成り立つから，CP＋D′Pが最短となるような点Pを求めればよい。CP＋D′Pは，3点C，P，D′が一直線上にあるとき最短になるから，線分CD′をひいて，∠Bの二等分線との交点をPとする。

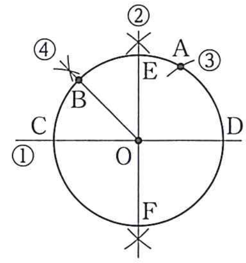


別解 ∠Bの二等分線を軸として，点Cを対称移動した点C′をとり，線分C′Dと∠Bの二等分線との交点をPとする。



この場合は，CP＝C′Pより，
CP＋DP＝C′P＋DPとなることを利用している。

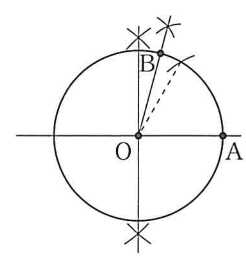
9 $75^\circ = 30^\circ + 45^\circ = (90^\circ - 60^\circ) + 90^\circ \div 2$ と考えると，次の手順で作図できる。



① Oを通る直線をひいて，直径CDとする。
② 線分CDの垂直二等分線をかいて，直径EFとする。
(∠COE＝∠DOE＝90°)
③ Dを中心とする半径ODの円をかき，円Oとの交点の1つをAとする。
(OA＝OD＝DAより，△AODは正三角形。よって，∠AOD＝60°，∠AOE＝90°－60°＝30°)
④ ∠COEの二等分線をかいて，円Oとの交点をBとする。(∠BOE＝90°÷2＝45°)

よって，∠AOB＝∠AOE＋∠BOE
＝30°＋45°＝75°

別解 75°＝60°＋15°
＝60°＋30°÷2
と考えて，右図のように作図することもできる。
60°の角は正三角形を利用し，15°の角は30°の角の二等分線から得る。



10 3点A，B，Cから等しい距離にある点
→「2点A，Bから等しい距離にある」かつ「2点B，Cから等しい距離にある」
→2つの線分AB，BCの垂直二等分線の交点
(線分AB，CAまたは線分BC，CAでもよい。)
なお，この点は3点A，B，Cを通る円の中心である。

11 円の接線は接点を通る半径に垂直だから，Aを通る直線ℓの垂線と直線mとの交点をOとし，Oを中心とする半径OAの円をかけばよい。

12 折り返した弧PQは，線分ABに点Cで接する半径AOの円の一部である。
したがって，円Oと半径が等しく，点CでABと接する円O′をかき，円Oと交わる点をP，Qとしてそれを結べばよい。
円の接線は接点を通る半径に垂直だから，中心O′はCを通るABの垂線上にあって，CO′＝OAとなる点である。

11 角の大きさ

❖確認問題❖

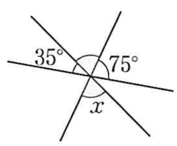
➡p.64～p.66

1	(1) 50°	(2) 70°	(3) 32°
2	(1) 115°	(2) 46°	(3) 84°
	(4) 27°	(5) 61°	(6) 59°
3	(1) 45°	(2) 61°	(3) 47°
4	(1) 163°	(2) 135°	(3) 44°
5	(1) $\angle ABC+\angle ACB=130^\circ$ $\angle DBC+\angle DCB=65^\circ$		
	(2) 115°		
6	(1) 69°	(2) 42°	
7	(1) 720°	(2) 135°	(3) 八角形
8	(1) 36°	(2) 92°	
9	(1) 100°	(2) 115°	(3) 46°
10	(1) 60°	(2) 67°	(3) 19°

解説

1 (1) 対頂角は等しいから，$\angle x=50^\circ$

(2) 35° の角，$\angle x$ の対頂角，75° の角を並べると一直線になる。

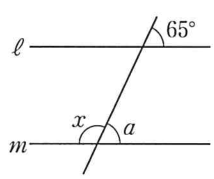


$35^\circ+\angle x+75^\circ=180^\circ$

$\angle x=180^\circ-(35^\circ+75^\circ)=70^\circ$

(3) $\angle x=180^\circ-(58^\circ+90^\circ)=32^\circ$

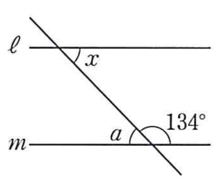
2 (1) 平行線の同位角は等しいから，右図で，



$\angle a=65^\circ$

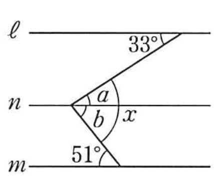
よって，$\angle x=180^\circ-65^\circ$
$=115^\circ$

(2) 平行線の錯角は等しいから，右図で，



$\angle x=\angle a$
$=180^\circ-134^\circ$
$=46^\circ$

(3) $\angle x$ の頂点を通り，2 直線 ℓ，m に平行な直線 n をひく。

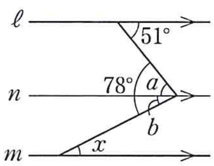


$\ell \parallel n$より，錯角は等しいから，$\angle a=33^\circ$

$n \parallel m$より，錯角は等しいから，$\angle b=51^\circ$

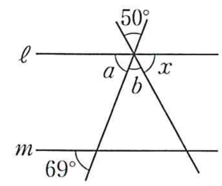
よって，$\angle x=\angle a+\angle b=33^\circ+51^\circ=84^\circ$

(4) 右図で，$\ell \parallel n$より，錯角は等しいから，$\angle a=51^\circ$



$n \parallel m$より，錯角は等しいから，$\angle x=\angle b=78^\circ-51^\circ$
$=27^\circ$

(5) 右図で，$\ell \parallel m$より，同位角は等しいから，$\angle a=69^\circ$

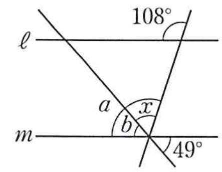


対頂角だから，$\angle b=50^\circ$

よって，

$\angle x=180^\circ-(69^\circ+50^\circ)$
$=61^\circ$

(6) 右図で，$\ell \parallel m$より，同位角は等しいから，



$\angle a=108^\circ$

対頂角だから，$\angle b=49^\circ$

よって，

$\angle x=108^\circ-49^\circ=59^\circ$

3 (1) 三角形の内角の和は 180° だから，

$\angle x=180^\circ-(75^\circ+60^\circ)=45^\circ$

(2) 三角形の内角と外角の関係から，

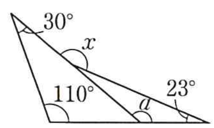
$\angle x=38^\circ+23^\circ=61^\circ$

(3) 三角形の内角と外角の関係から，

$\angle x+57^\circ=104^\circ$

よって，$\angle x=104^\circ-57^\circ=47^\circ$

4 (1) 右図で，三角形の内角と外角の関係から，

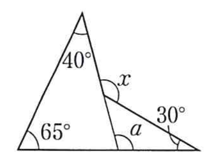


$\angle a=30^\circ+110^\circ=140^\circ$

同様に，

$\angle x=\angle a+23^\circ=140^\circ+23^\circ=163^\circ$

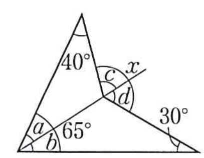
(2) 右図のような補助線をひくと，



$\angle a=40^\circ+65^\circ=105^\circ$

$\angle x=\angle a+30^\circ$
$=105^\circ+30^\circ=135^\circ$

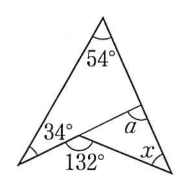
別解 右図のような補助線をひくと，$\angle c=40^\circ+\angle a$



$\angle d=\angle b+30^\circ$

よって，$\angle x=\angle c+\angle d$
$=40^\circ+\angle a+\angle b+30^\circ$
$=40^\circ+65^\circ+30^\circ=135^\circ$

(3) 右図のような補助線をひくと，



$\angle a=54^\circ+34^\circ=88^\circ$

$\angle x=132^\circ-\angle a$
$=132^\circ-88^\circ$
$=44^\circ$

5 (1) $\triangle ABC$ の内角の和は 180° だから，

$\angle ABC+\angle ACB=180^\circ-50^\circ=130^\circ$

したがって，$2○+2△=130^\circ$

両辺を 2 でわって，$○+△=65^\circ$

よって，$\angle DBC+\angle DCB=65^\circ$

(2) $\triangle DBC$ の内角の和は 180° だから，

$\angle x=180^\circ-(\angle DBC+\angle DCB)$
$=180^\circ-65^\circ=115^\circ$

6 (1) $\triangle ABD$ の内角の和は $180°$ だから，

$\angle BAD + \angle ABD = 180° - 111° = 69°$

(2) $\angle BAC + \angle ABC = 2\bigcirc + 2\triangle = 2(\bigcirc + \triangle)$

$= 2 \times 69° = 138°$

$\triangle ABC$ の内角の和は $180°$ だから，

$\angle x = 180° - (\angle BAC + \angle ABC)$

$= 180° - 138° = 42°$

7 (1) n 角形の内角の和の公式で，$n = 6$ とする。

$180° \times (6-2) = 720°$

(2) 五角形の内角の和は，$180° \times (5-2) = 540°$

よって，$\angle x = 540° - (90° + 110° + 100° + 105°)$

$= 135°$

(3) n 角形とすると，$180° \times (n-2) = 1080°$

$n - 2 = 6$　　$n = 8$　　よって，八角形。

8 (1) 多角形の外角の和は $360°$ だから，正十角形の 1 つの外角の大きさは，

$360° \div 10 = 36°$

(2) $\angle x = 360° - (63° + 85° + 120°) = 92°$

9 (1) 二等辺三角形で，2 つの底角は等しいから，

$\angle x = 180° - 40° \times 2 = 100°$

(2) 底角の大きさは，$(180° - 50°) \div 2 = 65°$

よって，$\angle x = 180° - 65° = 115°$

(3) $\triangle ABD$ は $AB = BD$ の二等辺三角形だから，

$\angle BAD = \angle BDA = 67°$

よって，$\angle ABD = 180° - 67° \times 2 = 46°$

$\triangle ABC$ は $AB = AC$ の二等辺三角形だから，

$\angle ACB = \angle ABC$　　よって，$\angle x = 46°$

10 (1) 平行四辺形の対角は等しいから，

$\angle ABC = \angle ADC = 85°$

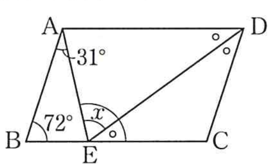
$\triangle ABC$ で，$\angle x = 180° - (85° + 35°) = 60°$

(2) $\angle ADC = \angle ABC$

$= 72°$

$\angle ADE = 72° \div 2$

$= 36°$



$AD /\!/ BC$ より，錯角は等しいから，

$\angle DEC = \angle ADE = 36°$

$\triangle ABE$ の内角と外角の関係から，

$\angle ABE + \angle BAE = \angle AEC = \angle AED + \angle DEC$

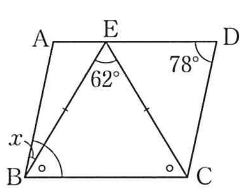
よって，$72° + 31° = \angle x + 36°$　　$\angle x = 67°$

(3) $\triangle EBC$ は $BE = CE$ の二等辺三角形だから，

$\angle EBC = \angle ECB$

$= (180° - 62°) \div 2$

$= 59°$



平行四辺形の対角は等しいから，$\angle ABC = \angle ADC$

よって，$\angle x + 59° = 78°$　　$\angle x = 19°$

❖演習問題❖

➡p.67

1 (1) $25°$　(2) $82°$　(3) $55°$

(4) $51°$　(5) $30°$

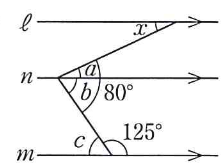
2 (1) $108°$　(2) $64°$　(3) $17°$

3 (1) $108°$　(2) 正十八角形

4 (1) $55°$　(2) $98°$　(3) $62°$

解説

1 (1) 右図で，$n /\!/ m$ より，錯角は等しいから，



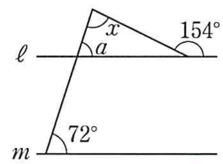
$\angle b = \angle c = 180° - 125°$

$= 55°$

$\ell /\!/ n$ より，錯角は等しいから，$\angle x = \angle a = 80° - 55°$

$= 25°$

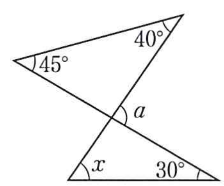
(2) $\ell /\!/ m$ より，同位角は等しいから，$\angle a = 72°$



三角形の内角と外角の関係から，$\angle x + \angle a = 154°$

$\angle x = 154° - 72° = 82°$

(3) 右図で，三角形の内角と外角の関係から，



$\angle a = 45° + 40°$

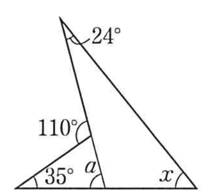
$\angle a = \angle x + 30°$

よって，

$45° + 40° = \angle x + 30°$

$\angle x = 55°$

(4) 右図で，三角形の内角と外角の関係から，



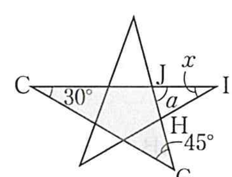
$\angle a = 110° - 35° = 75°$

$\angle x = \angle a - 24°$

$= 75° - 24°$

$= 51°$

(5) 右図で，$\triangle CGJ$ の内角と外角の関係から，

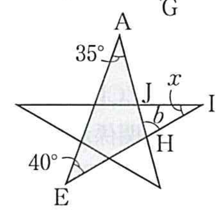


$\angle a = \angle JCG + \angle JGC$

$= 30° + 45°$

$= 75°$

右図で，$\triangle AEH$ の内角と外角の関係から，



$\angle b = \angle AEH + \angle EAH$

$= 40° + 35°$

$= 75°$

$\triangle JHI$ の内角の和は $180°$ だから，

$\angle x = 180° - (75° + 75°)$

$= 30°$

2 (1) △ABC の内角の和は 180° だから，

$\angle BAC + \angle ACB = 180° - 36° = 144°$

したがって，$2○ + 2△ = 144°$

両辺を 2 でわって，$○ + △ = 72°$

△ADC の内角の和は 180° だから，

$\angle x = 180° - (○ + △)$

$= 180° - 72°$

$= 108°$

(2) △DBC の内角の和は 180° だから，

$○ + △ = 180° - 122° = 58°$

△ABC の内角の和は 180° だから，

$\angle x = 180° - (\angle ABC + \angle ACB)$

$= 180° - 2 \times (○ + △)$

$= 180° - 2 \times 58°$

$= 64°$

(3) △ABC の内角と外角の関係から，

$\angle ABC + \angle BAC = \angle ACD$

よって，$2○ + 34° = 2△$　　$○ + 17° = △$　…①

△EBC の内角と外角の関係から，

$\angle EBC + \angle BEC = \angle ECD$

よって，$○ + \angle x = △$　…②

①，②より，$\angle x = 17°$

3 (1) 内角の和は，$180° \times (5-2) = 540°$

よって，1 つの内角の大きさは，$540° \div 5 = 108°$

(2) 正 n 角形とすると，$20° \times n = 360°$　　$n = 18$

4 (1) △ABC は AC＝BC の二等辺三角形だから，

$\angle BAC = \angle ABC$

$= (180° - 40°) \div 2 = 70°$

△ABD は AB＝AD の二等辺三角形だから，

$\angle ADB = \angle ABD$

$= (180° - 70°) \div 2 = 55°$

(2) 平行四辺形の対角は等しいから，

$\angle DAB = \angle BCD = 81°$

△AED の内角と外角の関係から，

$\angle x = 81° + 17° = 98°$

(3) △ABE は AB＝AE の二等辺三角形だから，

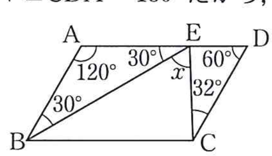
$\angle ABE = \angle AEB$

$= (180° - 120°) \div 2 = 30°$

AB // DC より，$\angle BAD + \angle CDA = 180°$ だから，

$\angle CDA = 180° - 120°$

$= 60°$



△ECD の内角と外角の関係から，

$\angle AEC = \angle CDE + \angle DCE$

よって，$30° + \angle x = 60° + 32°$

$\angle x = 62°$

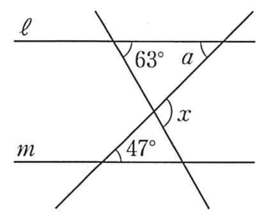
❖実戦問題❖

➡p.68〜p.69

1	(1) 110°	(2) 71°	(3) 117°
2	(1) 139°	(2) 43°	(3) 72°
3	127°		
4	(1) 900°	(2) 80°	(3) 120°
5	(1) 72°	(2) 20°	(3) 22°
6	(1) 48°	(2) 20°	(3) 112°
	(4) 40°	(5) 35°	(6) 32°
7	140°		

解説

1 (1) 右図で，$\ell \parallel m$ より，錯角は等しいから，

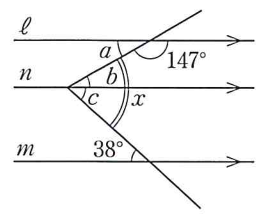


$\angle a = 47°$

三角形の内角と外角の関係から，

$\angle x = 63° + 47° = 110°$

(2) 右図で，



$\angle a = 180° - 147°$

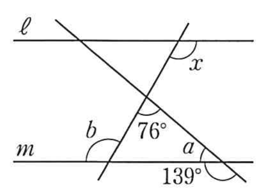
$= 33°$

$\ell \parallel n$ より，錯角は等しいから，$\angle b = \angle a = 33°$

$n \parallel m$ より，錯角は等しいから，$\angle c = 38°$

よって，$\angle x = \angle b + \angle c = 33° + 38° = 71°$

(3) 右図で，



$\angle a = 180° - 139°$

$= 41°$

三角形の内角と外角の関係から，

$\angle b = 76° + \angle a = 76° + 41° = 117°$

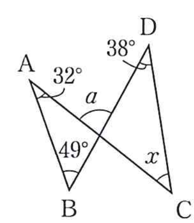
$\ell \parallel m$ より，錯角は等しいから，

$\angle x = \angle b = 117°$

2 (1) 三角形の内角と外角の関係から，

$\angle x = 73° + 66° = 139°$

(2) 右図で，三角形の内角と外角の関係から，



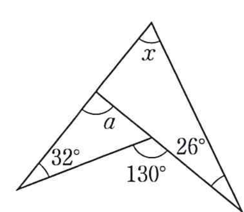
$\angle a = 32° + 49°$

$\angle a = 38° + \angle x$

よって，$32° + 49° = 38° + \angle x$

$\angle x = 43°$

(3) 右図で，三角形の内角と外角の関係から，



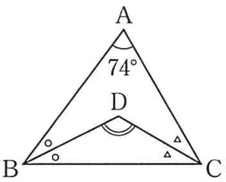
$\angle a = 130° - 32° = 98°$

$\angle x = \angle a - 26°$

$= 98° - 26° = 72°$

3 $\triangle$ABC の内角の和は $180°$ だから，$\angle ABC + \angle ACB$

$= 180° - 74° = 106°$



したがって，

$2○ + 2\triangle = 106°$

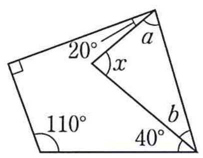
両辺を 2 でわって，$○ + \triangle = 53°$

$\triangle$DBC の内角の和は $180°$ だから，

$\angle BDC = 180° - (○ + \triangle) = 180° - 53° = 127°$

4 (1) $180° \times (7-2) = 900°$

(2) 右図のような補助線をひく。



四角形の内角の和は $360°$ だから，

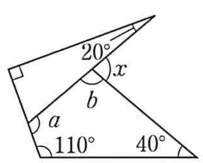
$\angle a + \angle b + 20° + 90° + 110° + 40° = 360°$

よって，$\angle a + \angle b = 100°$

三角形の内角の和より，$\angle x = 180° - (\angle a + \angle b)$

$= 180° - 100° = 80°$

別解 右図のような補助線をひく。



三角形の内角と外角の関係から，

$\angle a = 90° + 20° = 110°$

四角形の内角の和より，$\angle b$ は，

$360° - (110° + 40° + 110°) = 100°$

よって，$\angle x = 180° - 100° = 80°$

(3) $\angle x$ の外角を $\angle a$ とする。

多角形の外角の和は $360°$ だから，

$70° + 45° + 80° + 105° + \angle a = 360°$

$\angle a = 60°$

よって，$\angle x = 180° - \angle a = 180° - 60° = 120°$

5 (1) 正五角形の 1 つの内角の大きさは，

$\dfrac{180° \times (5-2)}{5} = 108°$

$\triangle$ADE は AE $=$ DE の二等辺三角形で，

$\angle AED = 108°$ だから，

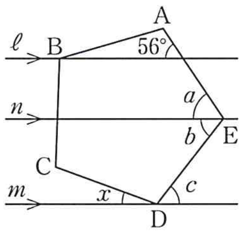
$\angle ADE = (180° - 108°) \div 2 = 36°$

同様に，$\angle CED = 36°$

よって，三角形の内角と外角の関係から，

$\angle x = \angle ADE + \angle CED = 36° + 36° = 72°$

(2) 右図で，正五角形の内角だから，



$\angle AED = \angle EDC$

$= 108°$

$\ell \,/\!/\, n$より，同位角は等しいから，$\angle a = 56°$

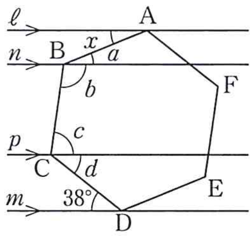
$\angle b = 108° - 56° = 52°$

$n \,/\!/\, m$ より，錯角は等しいから，$\angle c = \angle b = 52°$

$\angle x = 180° - (\angle EDC + \angle c)$

$= 180° - (108° + 52°) = 20°$

(3) 右図で，正六角形の内角だから，



$\angle ABC = \angle BCD$

$= \dfrac{180° \times (6-2)}{6}$

$= 120°$

$p \,/\!/\, m$ より，錯角は等しいから，$\angle d = 38°$

$\angle c = 120° - 38° = 82°$，$\angle b = 180° - 82° = 98°$

$\angle a = 120° - 98° = 22°$

$\ell \,/\!/\, n$ より，錯角は等しいから，$\angle x = \angle a = 22°$

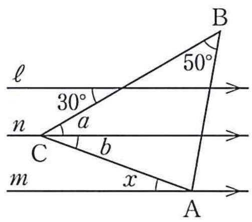
6 (1) $\angle ACB = 180° - 114° = 66°$

$\triangle$ABC は BA $=$ BC の二等辺三角形だから，

$\angle x = 180° - 66° \times 2 = 48°$

(2) $\triangle$ABC は AB $=$ AC の二等辺三角形だから，

$\angle ACB = \angle ABC = 50°$



$\ell \,/\!/\, n$ より，錯角は等しいから，$\angle a = 30°$

$\angle b = 50° - 30° = 20°$

$n \,/\!/\, m$ より，錯角は等しいから，$\angle x = \angle b = 20°$

(3) 平行四辺形の対角は等しいから，

$\angle B = \angle D = 70°$

$\angle x$ は三角形の外角だから，$\angle x = 42° + 70° = 112°$

(4) $\triangle$DOC は DO $=$ DC の二等辺三角形だから，

$\angle ODC = 180° - 70° \times 2 = 40°$

AB $/\!/$ DC より，錯角は等しいから，

$\angle x = \angle ODC = 40°$

(5) $\triangle$ABE は BA $=$ BE の二等辺三角形だから，

$\angle AEB = (180° - 70°) \div 2 = 55°$

AD $/\!/$ BC より，錯角は等しいから，

$\angle DAE = \angle AEB = 55°$

よって，$\angle x = 55° - 20° = 35°$

(6) $\triangle$ABC は CA $=$ CB の二等辺三角形だから，

$\angle BAC = \angle ABC = 72°$

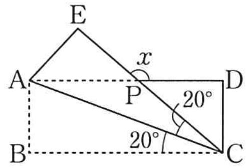
AB $/\!/$ DC より，錯角は等しいから，

$\angle ACD = \angle BAC = 72°$

$\triangle$DEC の内角と外角の関係から，

$\angle x = 104° - 72° = 32°$

7 折り返した角は等しいから，$\angle ACB = \angle ACE = 20°$



$\angle DCP = 90° - 20° \times 2 = 50°$

長方形だから，$\angle CDP = 90°$

$\angle x$ は $\triangle$CDP の外角だから，

$\angle x = 50° + 90° = 140°$

12 図形の証明／平行線と面積

❖確認問題❖

➡p.70〜p.72

1 (1) 仮定…AB＝AC，∠BAD＝∠CAE
結論…△ABD≡△ACE
(2) ㋐ ACE　㋑ CAE　㋒ 底角
㋓ ACE　㋔ 1組の辺とその両端の角

2 ㋐ DBE　㋑ 90
㋒ 共通　㋓ BE
㋔ 斜辺と他の1辺　㋕ ABE

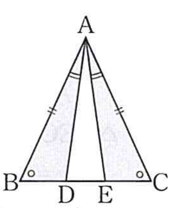
3 ㋐ ∠AOP＝∠COP　㋑ CO
㋒ 共通　㋓ OP＝OP
㋔ 2組の辺とその間の角
㋕ AP＝CP

4 ㋐ CEB　(i) b
㋑ AD＝CB　(ii) a
㋒ ∠ADF＝∠CBE
㋓ 2組の辺とその間の角
㋔ CE　㋕ CF
(iii) f
(iv) d　㋖ OA＝OC
㋗ BE　㋘ DF
㋙ OE＝OF　(v) h

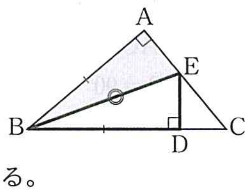
5 (1) △EBC，△ABD　(2) △EBD，△FBD

解説

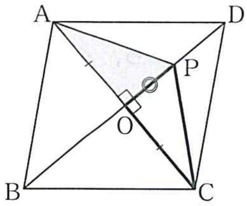
1 (1) △ABCが二等辺三角形であることも仮定なので，AB＝ACを忘れないように。
「○○ならば□□」の形になおして考えると，
「△ABCの辺BC上に点D，Eがあり，
AB＝AC，∠BAD＝∠CAEならば，
△ABD≡△ACEである。」のように表すことができる。



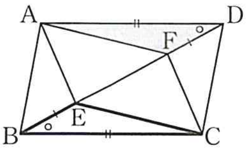
(2) 三角形の合同条件のうちのどれを使えばよいか，等しい辺や角に同じ印をつけるなどして，図を見ながら考える。

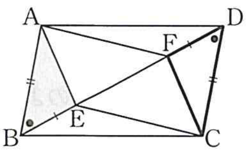


2 仮定を図にかき入れ，他に等しい辺や角を見つけ，あてはまる合同条件を考える。辺BEは2つの直角三角形の共通の斜辺になっている。

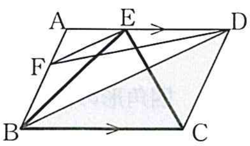


3 ひし形の対角線が垂直に交わることから①がいえ，それらがおたがいの中点で交わることから②がいえる。
なお，直角三角形の合同条件を使って合同を証明する場合は，①について，
∠AOP＝∠COP＝90°
のように示す必要があるが，今回はそうではないので，「＝90°」は書いても書かなくてもよい。

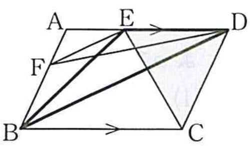


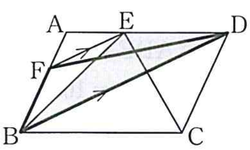


4 ［証明1］では，右図のように，△AFD≡△CEBを導くとき，対辺AD, BCの関係に着目する。右下図のように，△ABE≡△CDFを導くときは，対辺AB, DCの関係に着目する。
また，［証明2］では，対角線の関係に着目する。



5 (1) 右図で，底辺BCが共通で，AD∥BCより，高さが等しい。
よって，
△DBC＝△EBC
また，平行四辺形は対角線によって合同な2つの三角形にわけられるから，
△DBC＝△ABD





(2) 右図で，底辺EDが共通で，ED∥BCより，高さが等しい。
よって，
△ECD＝△EBD
また，右図で，底辺BDが共通で，BD∥FEより，高さが等しい。
よって，
△EBD＝△FBD

❖演習問題❖

➡p.73

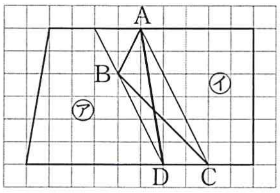
1 ㋐ GC＝EC　㋑ GCD
㋒ ∠BCG＝∠DCE
㋓ 2組の辺とその間の角がそれぞれ等しい

2 △ABOと△CBOにおいて，
円Oの半径だから，OA＝OC …①
BA，BCは円Oの接線で，接線は接点を通る半径に垂直だから，
∠OAB＝∠OCB＝90° …②
共通な辺だから，BO＝BO …③
①，②，③より，直角三角形の斜辺と他の1辺がそれぞれ等しいから，
△ABO≡△CBO
よって，∠ABO＝∠CBO
したがって，線分BOは∠ABCの二等分線である。

3 AD∥BCで，平行線の錯角は等しいから，
∠FAC＝∠BCA …①
折り返した角だから，
∠FCA＝∠BCA …②
①，②より，∠FAC＝∠FCA
よって，2つの角が等しいから，△ACFは二等辺三角形である。

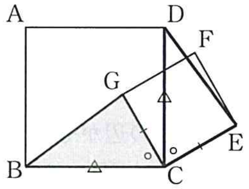
4 (1) イ，ウ，オ　(2) ア，エ

5

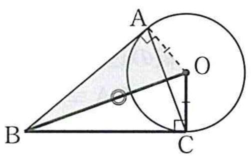


解説

1 ∠BCD，∠GCEは正方形の1つの内角だから，90°で等しい。そこから重なった部分の∠GCDを除いた角(∠BCG，∠DCE)も等しくなる。



2 ∠ABCが線分BOによってわけられる2つの角(∠ABOと∠CBO)をそれぞれ角にもつ△ABOと△CBOに着目する。
なお，円の半径が等しいこと，接線が接点を通る半径に垂直であることは，証明においてよく使われる。

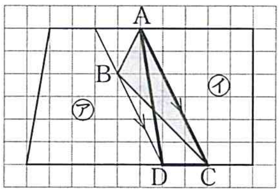


> **円の性質**
> ・1つの円の半径は等しい。
> ・円の接線は，接点を通る半径に垂直である。

3 別解 △AFEと△CFDにおいて，
仮定より，AE＝CD …①
∠AEF＝∠CDF …②
対頂角は等しいから，∠AFE＝∠CFD …③
三角形の内角の和は180°だから，②，③より，
∠EAF＝∠DCF …④
①，②，④より，1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいから，△AFE≡△CFD
よって，AF＝CFより，△ACFは二等辺三角形である。

4 ア となりあう辺が等しい。
→4つの辺が等しい。
→ひし形
イ 対角線の長さが等しい。
→長方形
ウ となりあう角が等しい。
→4つの角が等しく90°
→長方形
エ 対角線が垂直に交わる。
→ひし形
オ 1つの角が90°
→4つの角が等しく90°
→長方形

5 右図のように，点Bを通り線分ACに平行な直線をひき，下の辺との交点をDとして，AとDを結ぶ。



AC∥BDより，
△ABC＝△ADCが成り立つから，もとの㋐，㋑と面積を変えずに境界をひきなおすことができる。

❖実戦問題❖

➡p.74〜p.75

1 ㋐ $AB = BC$　　㋑ 2組の辺とその間の角

2 $\triangle ABH$ と $\triangle AGH$ において,
　AH は共通　…①
四角形 ABCD と四角形 AEFG はともに合同な正方形だから,
　$\angle ABH = \angle AGH = 90°$　…②
　$AB = AG$　…③
①, ②, ③より, 直角三角形の斜辺と他の1辺がそれぞれ等しいから,
　$\triangle ABH \equiv \triangle AGH$

3 $\triangle AFB$ と $\triangle CDA$ において,
仮定より, $AB = CA$　…①
　　　　　$BE = CD$　…②
四角形 AFBE は平行四辺形だから,
　$AF = BE$　…③
②, ③より, $AF = CD$　…④
$\triangle ABC$ は二等辺三角形だから,
　$\angle ABC = \angle ACB$　…⑤
四角形 AFBE は平行四辺形だから,
　$AF \parallel BE$　…⑥
⑥より, 錯角は等しいから,
　$\angle BAF = \angle ABC$　…⑦
⑤, ⑦より, $\angle BAF = \angle ACB$
よって, $\angle BAF = \angle ACD$　…⑧
①, ④, ⑧より, 2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから,
　$\triangle AFB \equiv \triangle CDA$

4 $\triangle ABQ$ と $\triangle AEP$ において,
平行四辺形の対辺は等しく, 折り返しているので,
　$AB = AE$　…①
平行四辺形の対角は等しく, 折り返しているので,
　$\angle ABQ = \angle AEP$　…②
　$\angle BAP = \angle EAQ$　…③
ここで, $\angle BAQ = \angle BAP - \angle QAP$　…④
　　　　$\angle EAP = \angle EAQ - \angle QAP$　…⑤
③, ④, ⑤より, $\angle BAQ = \angle EAP$　…⑥
①, ②, ⑥より, 1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいから,
　$\triangle ABQ \equiv \triangle AEP$

5 $\triangle DBP$ と $\triangle EBP$ において,
手順Ⅰより, $DB = EB$　…①
手順Ⅱより, $DP = EP$　…②
共通な辺だから, $BP = BP$　…③
①, ②, ③より, 3組の辺がそれぞれ等しいから,
　$\triangle DBP \equiv \triangle EBP$
よって, $\angle DBP = \angle EBP$
したがって, 直線 BP は $\angle B$ の二等分線である。

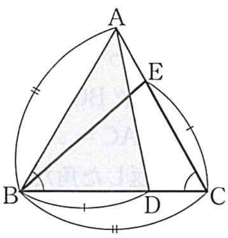
6 Ⅰ…ウ　　Ⅱ…オ　　Ⅲ…イ

7 (1) $20°$
(2) $AP \parallel BQ$ より, 平行線の錯角は等しいから,
　$\angle PAQ = \angle BQA$　…①
線分 AQ は, $\angle PAB$ の二等分線なので,
　$\angle PAQ = \angle BAQ$　…②
①, ②より, $\angle BQA = \angle BAQ$
したがって, $\triangle BQA$ は $\angle BQA$ と $\angle BAQ$ を底角とする二等辺三角形だから,
　$AB = BQ$

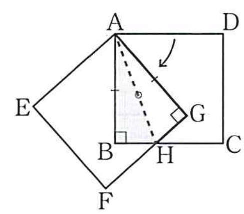
8 (1) $\triangle ADE$, $\triangle ACF$, $\triangle CDF$　(2) $\triangle EBC$

解説

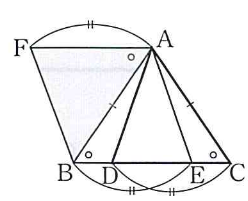
1 仮定や正三角形の性質を利用して, 等しい辺や角を図にかき入れ, あてはまる合同条件を考える。
$BD = CE$, $AB = BC$ で2組の辺が等しいことを示し, $\angle ABD = \angle BCE$ でその間の角が等しいことを示している。



2 仮定や正方形の性質を利用して, 等しい辺や角を図にかき入れ, あてはまる合同条件を考える。
AH は2つの直角三角形の共通の斜辺である。

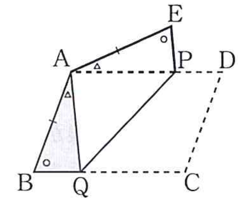


3 仮定や二等辺三角形, 平行四辺形の性質を利用して, 等しい辺や角を図にかき入れ, あてはまる合同条件を考える。

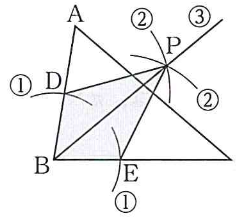


別解 $AB = BA$, $FB = EA$, $AF = BE$ より,
3組の辺がそれぞれ等しいから,
　$\triangle AFB \equiv \triangle BEA$　…①
$AB = AC$, $\angle ABE = \angle ACD$,
$BE = CD$ より,
2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから,
　$\triangle BEA \equiv \triangle CDA$　…②
①, ②より, $\triangle AFB \equiv \triangle CDA$

4 折り返した図形や, 平行四辺形の性質を利用して, 等しい辺や角を図にかき入れ, あてはまる合同条件を考える。



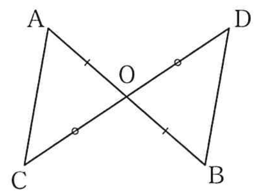
5 作図の手順Ⅰ〜Ⅲは，それぞれ右図の①〜③のようになる。



① Bを中心とする円の半径だから，DB＝EB

② D，Eを中心とする等しい半径の円だから，
DP＝EP

6 右図のようになる。

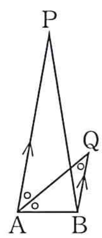


Ⅰ ∠AOCと∠BODは対頂角。

Ⅱ AO＝BOとCO＝DOで2組の辺が等しいことを表し，∠AOC＝∠BODでその間の角が等しいことを表している。

Ⅲ ∠ACOと∠BDOは錯角。

7 (1) △PABはPA＝PBの二等辺三角形だから，



∠PBA＝∠PAB＝80°

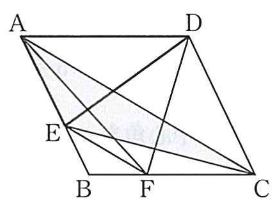
∠APB＝180°−80°×2＝20°

PA∥QBで，平行線の錯角は等しいから，

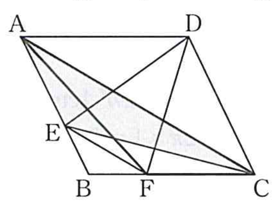
∠PBQ＝∠APB＝20°

(2) 仮定や平行線と角の性質を利用し，△BQAが二等辺三角形になることを導く。

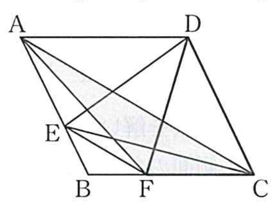
8 (1) 右上図で，
AB∥DCより，
△ACE＝△ADE



右中図で，
AC∥EFより，
△ACE＝△ACF



右下図で，
AD∥BCより，
△ACF＝△CDF



(2) △ABF＝△AEF＋△EBF，
△EBC＝△CEF＋△EBF
また，AC∥EFより，△AEF＝△CEF
よって，△ABF＝△EBC

13 直線や平面の位置関係／おうぎ形

❖確認問題❖

➡p.76〜p.78

1 (1) 辺BF，CG，DH
(2) 辺AE，DH，EF，HG
(3) 面DCGH，EFGH
(4) 面ABCD，EFGH
(5) 面AEHD
(6) 辺BF，DH

2 $\ell \parallel m$

3 (1) 円錐　(2) 四角錐　(3) 円柱

4 (1) **アと垂直な面…面イ，ウ，エ，カ**
点Aと重なる点…点I，M
(2) **アと垂直な面…面イ，ウ，オ，カ**
点Aと重なる点…点G

5 (1) 正四面体　(2) 点E　(3) 辺CE

6 (1) 円柱　(2) 円錐　(3) 球

7 (1) 弧の長さ…2πcm　面積…6πcm^2
(2) 弧の長さ…8πcm　面積…40πcm^2

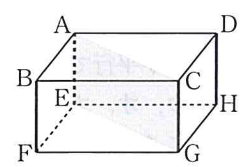
8 (1) 中心角…120°　面積…3πcm^2
(2) 中心角…200°　弧の長さ…10πcm

9 (1) 2πcm　(2) 2πcm　(3) 90°

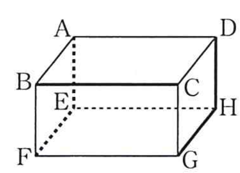
10 150°

解説

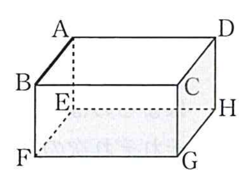
1 (1) AEと同じ平面上にあって交わらない直線が平行だから，辺BF，CG，DHの3本。辺AEとCGは右図のように平面AEGC上にある。



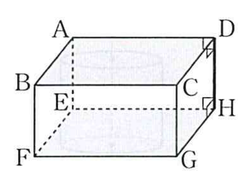
(2) BCと交わらず，平行でもない辺が，BCとねじれの位置にある辺である。右図のように，辺AE，DH，EF，HGの4本ある。



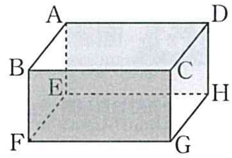
(3) ABをふくまず，ABと交わらない平面が，ABと平行な面である。右図のように面DCGHとEFGHの2つある。



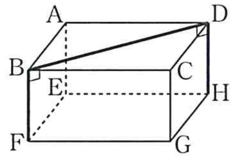
(4) DH⊥AD，DH⊥CDより，DH⊥面ABCD
また，DH⊥EH，DH⊥GHより，DH⊥面EFGH



(5) どこまで広げても交わらない平面が平行な平面である。直方体の場合は，向かいあう面どうしが平行になっている。



(6) (4)より，DH ⊥ 面 ABCD だから，平面 ABCD 上にあって点 D を通るすべての直線と DH は垂直になる。



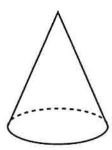
よって，BD ⊥ DH

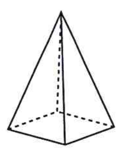
同様に，BD ⊥ BF

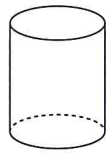
2 ℓ と m は，同じ平面 R 上にあって交わらないから，平行である。

3 それぞれ見取図は次のようになる。

(1) 円錐　(2) 四角錐　(3) 円柱

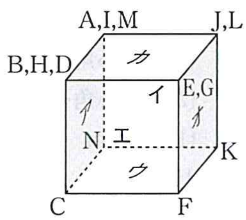




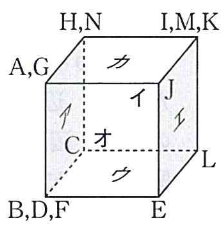


4 見取図に面や頂点の記号をかき入れる。

(1) 右図のように，**ア**と**オ**の面が平行で，それ以外の**イ**，**ウ**，**エ**，**カ**の面が**ア**と垂直になる。また，(A, I, M)，(B, H, D)，(E, G)，(J, L) の点がそれぞれ重なる。



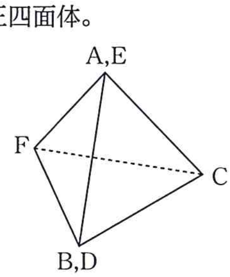
(2) 右図のように，**ア**と**エ**の面が平行で，それ以外の**イ**，**ウ**，**オ**，**カ**の面が**ア**と垂直になる。また，(A, G)，(B, D, F)，(H, N)，(I, M, K) の点がそれぞれ重なる。



5 (1) 面が 4 つの正多面体は正四面体。

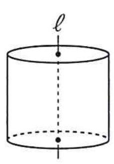
(2) 見取図は右図のようになり，点 A と点 E，点 B と点 D がそれぞれ重なる。

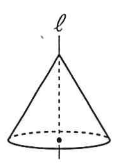
(3) BF と交わらず，同じ平面上にない辺だから，あてはまるのは CE

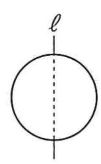


6 それぞれ次のような立体ができる。

(1) 円柱　(2) 円錐　(3) 球







7 (1) 弧の長さは，$2\pi\times6\times\dfrac{60}{360}=2\pi$(cm)

面積は，$\pi\times6^2\times\dfrac{60}{360}=6\pi$(cm^2)

(2) 弧の長さは，$2\pi\times10\times\dfrac{144}{360}=8\pi$(cm)

面積は，$\pi\times10^2\times\dfrac{144}{360}=40\pi$(cm^2)

8 (1) 中心角を $x°$ とすると，$2\pi\times3\times\dfrac{x}{360}=2\pi$

これを解いて，$x=120$

よって，面積は，$\pi\times3^2\times\dfrac{120}{360}=3\pi$(cm^2)

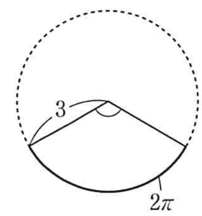
別解　中心角について

半径 3cm の円の周の長さは，

$2\pi\times3=6\pi$(cm)

よって，弧の長さ 2πcm は，この円の周の長さに対して，

$\dfrac{2\pi}{6\pi}=\dfrac{1}{3}$



おうぎ形の弧の長さは中心角に比例するから，

求める中心角は，$360°\times\dfrac{1}{3}=120°$

別解　面積について

半径と弧の長さからおうぎ形の面積を求める公式を利用して，

> 半径 r，弧の長さ ℓ のおうぎ形の面積 S
>
> $S=\dfrac{1}{2}\ell r$

$\dfrac{1}{2}\times2\pi\times3=3\pi$(cm^2)

(2) 中心角を $x°$ とすると，$\pi\times9^2\times\dfrac{x}{360}=45\pi$

これを解いて，$x=200$

よって，弧の長さは，$2\pi\times9\times\dfrac{200}{360}=10\pi$(cm)

9 (1) 半径が 1cm だから，周の長さは，

$2\pi\times1=2\pi$(cm)

(2) 側面のおうぎ形の弧の長さは，底面の円の周の長さと等しいから，2πcm

(3) 中心角を $x°$ とすると，$2\pi\times4\times\dfrac{x}{360}=2\pi$

これを解いて，$x=90$

10 側面のおうぎ形の弧の長さは，底面の円の周の長さと等しいから，中心角を $x°$ とすると，

$2\pi\times12\times\dfrac{x}{360}=2\pi\times5$

これを解いて，$x=150$

❖演習問題❖

➡p.79

1 (1) 面 ABFE，AEHD，BFGC
(2) 辺 CD，GH
(3) 辺 AB，AD，AE，EF，EH
(4) 辺 CB，CG，DA，DH

2 (1) × (2) ○

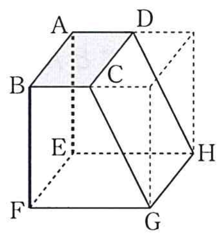
3 イ，ウ，エ

4 (1) $24\pi\mathrm{cm}^2$ (2) $(36-9\pi)\mathrm{cm}^2$

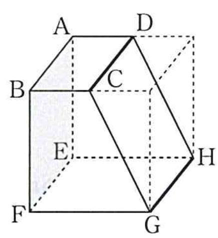
5 (1) $12\pi\mathrm{cm}$ (2) 6cm

解説

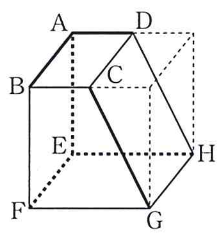
1 (1) 面 ABCD と垂直な辺（AE，BF）をふくむ面が，面 ABCD と垂直な面である。あてはまるのは，面 ABFE，AEHD，BFGC の 3 つ。



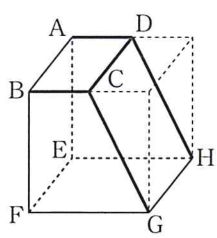
(2) 面 ABFE と交わらない辺をさがすと，あてはまるのは，辺 CD，GH の 2 つ。なお，辺 CG，DH は交わっていないように見えるが，延長した直線 CG，DH を考えると，面 ABFE をふくむ平面と交わるので，平行ではない。



(3) CG と交わらず，平行でもない辺をさがす。あてはまるのは，辺 AB，AD，AE，EF，EH の 5 本。なお，BF と CG は交わっていないように見えるが，延長した直線 BF，CG を考えると交わるので，ねじれの位置ではない。

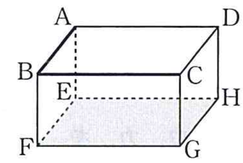


(4) 面 ABCD，DCGH はどちらも長方形だから，辺 CD と交わっている辺 CB，CG，DA，DH はすべて CD と垂直である。

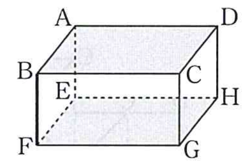


別解 辺 CD ⊥ 面 BFGC より，点 C を通る面 BFGC 上の直線はすべて辺 CD と垂直に交わる。
同様に，辺 CD ⊥ 面 AEHD を考えればよい。

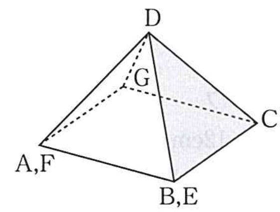
2 (1) たとえば，右図の直方体で，直線 AB，BC はどちらも平面 EFGH に平行であるが，AB // BC ではない。
よって，正しくない。



(2) たとえば，右図の直方体で，平面 ABCD，EFGH はどちらも直線 BF に垂直であり，また，たがいに交わらないから平行である。



3 展開図を組み立てると，点 A と点 F，点 B と点 E がそれぞれ重なり，たりない 1 つの側面は，右図の影をつけた面になる。



4 (1) $\pi\times8^2\times\dfrac{135}{360}=24\pi(\mathrm{cm}^2)$

(2) 1 辺が 6cm の正方形から，半径 6cm で中心角 90° のおうぎ形を取り除いた形とみる。面積は，

$$6\times6-\pi\times6^2\times\frac{90}{360}=36-9\pi(\mathrm{cm}^2)$$

5 (1) $2\pi\times9\times\dfrac{240}{360}=12\pi(\mathrm{cm})$

(2) 底面の円の半径を $x$cm とすると，周の長さは $2\pi x$cm
これが，側面のおうぎ形の弧の長さと等しいから，
$2\pi x=12\pi$
これを解いて，$x=6$

❖実戦問題❖

➡p.80～p.81

1 ウ，カ，キ

2 辺 FG，辺 GH

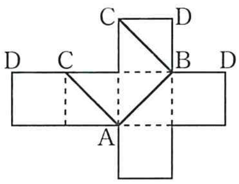
3 ア，ウ

4 イ

5 ウ

6 ア

7



8 72°

9 ウ

10 12cm

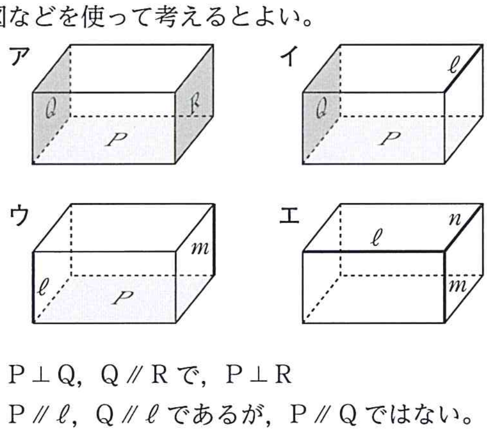
11 (1)　20πcm　　(2)　6cm

解説

1 直線 BC と交わる直線…AB，AC，BE，CF
直線 BC と平行な直線…EF
直線 BC とねじれの位置にある直線…BC と平行でなく，交わらない直線だから，上記の直線を除いた直線で，AD，DE，DF

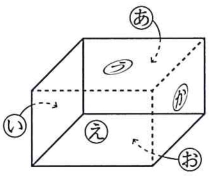
2 面 ABCD と平行である辺は，辺 EF，FG，GH，HE の 4 本である。このうち，辺 AE とねじれの位置にある辺は，辺 FG，GH の 2 本である。

3 つねに正しいかどうかを確かめるには，成り立たない例(反例)をさがす。下図のように，直方体の見取図などを使って考えるとよい。



ア　P⊥Q，Q∥R で，P⊥R
イ　P∥ℓ，Q∥ℓ であるが，P∥Q ではない。
ウ　P⊥ℓ，P⊥m で，ℓ∥m
エ　$\ell \perp m$，$m \perp n$ であるが，ℓ∥n ではない。
よって，イとエには反例があるので，つねに正しいとはいえない。

4 展開図を組み立てると，右の図のような直方体ができる。面㋕と向かい合う面が面㋕と平行になるので，求める面は，面㋑である。



5 四角錐は，底面が四角形で，4 つの側面は三角形だから，底面が地面と平行になるように置いて投影図をかくと，平面図は四角形，立面図は三角形で，ウのようになる。
なお，ア，イ，エについては，それぞれ次の立体を表していると考えられる。
ア…立方体(円柱)　　イ…三角柱　　エ…三角錐

6 正面から見た図が立面図なので，三角柱なのはアかイである。平面図がイのようになっている場合，立面図の長方形の真ん中の縦線は見えず，見えない辺は破線で示さなければならないので，イの投影図は適切ではない。したがって，最も適当なものは，アである。

7 まず，頂点 C の位置をかいてから，A と B，B と C，C と A を結ぶ線分をそれぞれかき入れる。

8 中心角を x° とする。側面のおうぎ形の弧の長さは，底面の円の周の長さと等しいから，

$$2\pi \times 30 \times \frac{x}{360} = 2\pi \times 6$$
$$x = 360 \times \frac{2\pi \times 6}{2\pi \times 30}$$
$$x = 360 \times \frac{1}{5}$$
$$x = 72$$

9 おうぎ形の中心角を x° とすると，側面のおうぎ形の弧の長さは，底面の円の周の長さと等しいから，

$$2\pi \times 10 \times \frac{x}{360} = 2\pi \times 5$$
$$x = 360 \times \frac{2\pi \times 5}{2\pi \times 10} = 180$$

よって，側面の展開図は，半円の形のウである。

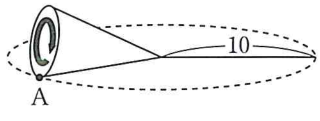
10 側面のおうぎ形の半径を $x$cm とする。側面のおうぎ形の弧の長さは，底面の円の周の長さと等しいから，

$$2\pi x \times \frac{120}{360} = 2\pi \times 4$$

これを解いて，$x = 12$

11 (1)　$2\pi \times 10 = 20\pi$(cm)

(2)　おもりを倒したとき，底面の円周と地面の接点を A とする。おもりを転がすと，点 A は半径 10cm の円の周上を移動する。おもりが 5 回転するとき，点 A の移動する長さは，底面の円の周の長さの 5 倍で，これが，半径 10cm の円の周を 3 周する長さと等しい。
底面の半径を $x$cm とすると，
$$2\pi x \times 5 = 20\pi \times 3$$
これを解いて，$x = 6$



14 立体の体積と表面積

❖確認問題❖

➡p.82〜p.84

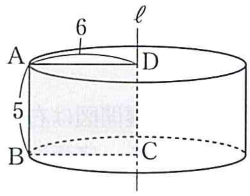
1 (1) 45cm^3　(2) 32cm^3　(3) $20\pi\text{cm}^3$
2 (1) 98cm^3　(2) 40cm^3　(3) $75\pi\text{cm}^3$
3 (1) $180\pi\text{cm}^3$　(2) $700\pi\text{cm}^3$
4 (1) 84cm^2　(2) 264cm^2　(3) 448cm^2
5 (1) $4\pi\text{cm}^2$　(2) $24\pi\text{cm}^2$　(3) $32\pi\text{cm}^2$
6 (1) 300cm^2　(2) 132cm^2　(3) 128cm^2
7 (1) $36\pi\text{cm}^2$　(2) $52\pi\text{cm}^2$
8 (1) 体積…$36\pi\text{cm}^3$　表面積…$36\pi\text{cm}^2$
(2) 体積…$\dfrac{4000}{3}\pi\text{cm}^3$　表面積…$400\pi\text{cm}^2$
9 体積…$144\pi\text{cm}^3$　表面積…$108\pi\text{cm}^2$

解説

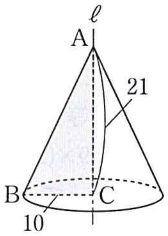
1 (1) 底面積は，$\dfrac{1}{2}\times6\times3=9(\text{cm}^2)$
よって，体積は，$9\times5=45(\text{cm}^3)$
(2) 底面は台形で，底面積は，
$\dfrac{1}{2}\times(5+3)\times4=16(\text{cm}^2)$
よって，体積は，$16\times2=32(\text{cm}^3)$
(3) 底面積は，$\pi\times2^2=4\pi(\text{cm}^2)$
よって，体積は，$4\pi\times5=20\pi(\text{cm}^3)$

2 (1) 底面積は，$7\times7=49(\text{cm}^2)$
よって，体積は，$\dfrac{1}{3}\times49\times6=98(\text{cm}^3)$
(2) 底面積は，$\dfrac{1}{2}\times6\times5=15(\text{cm}^2)$
よって，体積は，$\dfrac{1}{3}\times15\times8=40(\text{cm}^3)$
(3) 底面積は，$\pi\times5^2=25\pi(\text{cm}^2)$
よって，体積は，$\dfrac{1}{3}\times25\pi\times9=75\pi(\text{cm}^3)$

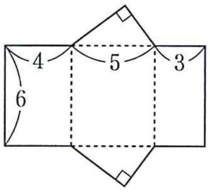
3 (1) 右図のように，底面の半径が 6cm，高さが 5cm の円柱ができるから，体積は，
$\pi\times6^2\times5=180\pi(\text{cm}^3)$



(2) 右図のように，底面の半径が 10cm，高さが 21cm の円錐ができるから，体積は，
$\dfrac{1}{3}\pi\times10^2\times21=700\pi(\text{cm}^3)$



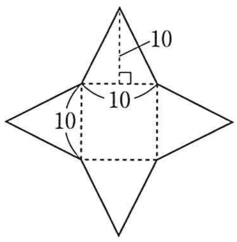
4 (1) 底面積は，$\dfrac{1}{2}\times4\times3=6(\text{cm}^2)$
右の展開図で，側面は長方形になるから，側面積は，
$6\times(4+5+3)=72(\text{cm}^2)$
よって，表面積は，
$6\times2+72=84(\text{cm}^2)$



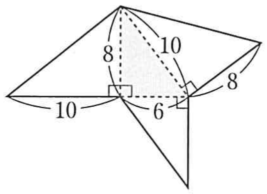
(2) 底面積は，$\dfrac{1}{2}\times10\times12=60(\text{cm}^2)$
側面積は，$4\times(10+13+13)=144(\text{cm}^2)$
よって，表面積は，$60\times2+144=264(\text{cm}^2)$
(3) 底面積は，$8\times8=64(\text{cm}^2)$
側面積は，$10\times(8\times4)=320(\text{cm}^2)$
よって，表面積は，$64\times2+320=448(\text{cm}^2)$

5 (1) $\pi\times2^2=4\pi(\text{cm}^2)$
(2) 側面の長方形の横の長さは，底面の円の周の長さに等しいから，$2\pi\times2=4\pi(\text{cm})$
よって，側面積は，$6\times4\pi=24\pi(\text{cm}^2)$
(3) $4\pi\times2+24\pi=32\pi(\text{cm}^2)$

6 (1) 展開図は右図のようになる。底面積は，
$10\times10=100(\text{cm}^2)$
また，側面は 4 つの合同な二等辺三角形になるから，側面積は，
$\left(\dfrac{1}{2}\times10\times10\right)\times4=200(\text{cm}^2)$



よって，表面積は，$100+200=300(\text{cm}^2)$
(2) 底面積は，$6\times6=36(\text{cm}^2)$
側面積は，$\left(\dfrac{1}{2}\times6\times8\right)\times4=96(\text{cm}^2)$
よって，表面積は，$36+96=132(\text{cm}^2)$
(3) 展開図は右図のようになる。影をつけた三角形を底面とみると，
底面積は，
$\dfrac{1}{2}\times6\times8=24(\text{cm}^2)$



また，側面のうち 1 つは底面と合同な直角三角形で，残りの 2 つもたがいに合同な直角三角形だから，
側面積は，$24+\left(\dfrac{1}{2}\times10\times8\right)\times2=104(\text{cm}^2)$
よって，表面積は，$24+104=128(\text{cm}^2)$

7 (1) 側面のおうぎ形の中心角を $x°$ とする。側面のおうぎ形の弧の長さは，底面の円の周の長さに等しいから，方程式をつくると，
$2\pi\times9\times\dfrac{x}{360}=2\pi\times4$

整理して，$\dfrac{x}{360}=\dfrac{2\pi\times4}{2\pi\times9}$　　$\dfrac{x}{360}=\dfrac{4}{9}$

よって，側面積は，

$$\pi\times9^2\times\frac{x}{360}=\pi\times9^2\times\frac{4}{9}=36\pi(\text{cm}^2)$$

参考　上で計算したようにすると，中心角 $x°$ は求めなくてよい。

$\dfrac{x}{360}=\dfrac{\text{底面の半径}}{\text{母線の長さ}}$ を求めてから，面積を求める。

別解　おうぎ形の面積を半径と弧の長さから求める公式を利用して，

$$\frac{1}{2}\times(2\pi\times4)\times9=36\pi(\text{cm}^2)$$

(2)　底面積は，$\pi\times4^2=16\pi(\text{cm}^2)$

よって，表面積は，$16\pi+36\pi=52\pi(\text{cm}^2)$

8　球の体積，表面積を求める公式に半径の値を代入して計算する。

(1)　体積は，$\dfrac{4}{3}\pi\times3^3=36\pi(\text{cm}^3)$

表面積は，$4\pi\times3^2=36\pi(\text{cm}^2)$

(2)　半径は，$20\div2=10(\text{cm})$

体積は，$\dfrac{4}{3}\pi\times10^3=\dfrac{4000}{3}\pi(\text{cm}^3)$

表面積は，$4\pi\times10^2=400\pi(\text{cm}^2)$

9　体積は，$\dfrac{4}{3}\pi\times6^3\div2=144\pi(\text{cm}^3)$

また，表面積は，球の表面積の $\dfrac{1}{2}$ と，切断面の円の面積の和になるから，

$4\pi\times6^2\div2+\pi\times6^2=72\pi+36\pi=108\pi(\text{cm}^2)$

❖演習問題❖

➡p.85

1　(1)　$90\pi\text{cm}^3$　　(2)　24cm^3

(3)　150cm^3　　(4)　80cm^3

(5)　$50\pi\text{cm}^3$

2　(1)　$180\pi\text{cm}^2$　　(2)　$33\pi\text{cm}^2$

(3)　$250\pi\text{cm}^2$

3　7cm

4　$\dfrac{2}{3}$ 倍

解説

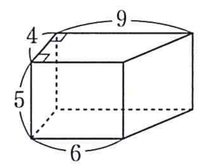
1　(1)　底面積は，$\pi\times3^2=9\pi(\text{cm}^2)$

よって，体積は，$9\pi\times10=90\pi(\text{cm}^3)$

(2)　底面積は，$3\times3=9(\text{cm}^2)$

よって，体積は，$\dfrac{1}{3}\times9\times8=24(\text{cm}^3)$

(3)　見取図は，右図のようになる。底面は台形だから，底面積は，



$$\frac{1}{2}\times(9+6)\times4=30(\text{cm}^2)$$

よって，体積は，

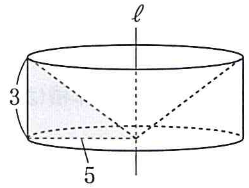
$30\times5=150(\text{cm}^3)$

(4)　残った立体は，長方形 ABED を底面とし，辺 DF を高さとする四角錐とみることができる。

底面積は，$5\times6=30(\text{cm}^2)$

よって，体積は，$\dfrac{1}{3}\times30\times8=80(\text{cm}^3)$

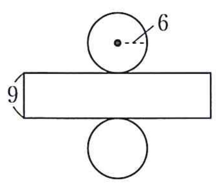
(5)　右図のように，底面の半径が 5cm，高さが 3cm の円柱から，円錐を取り除いた形の立体ができる。



よって，体積は，

$$\pi\times5^2\times3-\frac{1}{3}\pi\times5^2\times3=75\pi-25\pi$$
$$=50\pi(\text{cm}^3)$$

2　(1)　展開図は右図のようになる。底面積は，



$\pi\times6^2=36\pi(\text{cm}^2)$

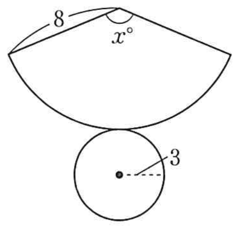
側面の長方形の横の長さは，底面の円の周の長さに等しいから，側面積は，

$9\times(2\pi\times6)=108\pi(\text{cm}^2)$

よって，表面積は，

$36\pi\times2+108\pi=180\pi(\text{cm}^2)$

(2) 展開図は右図のようになる。側面のおうぎ形の中心角を $x°$ とする。弧の長さは，底面の円の周の長さに等しいから，方程式をつくると，



$$2\pi\times8\times\frac{x}{360}=2\pi\times3$$

整理して，$\frac{x}{360}=\frac{2\pi\times3}{2\pi\times8}$　　$\frac{x}{360}=\frac{3}{8}$

よって，側面積は，

$$\pi\times8^2\times\frac{x}{360}=\pi\times8^2\times\frac{3}{8}=24\pi\,(\mathrm{cm}^2)$$

また，底面積は，$\pi\times3^2=9\pi\,(\mathrm{cm}^2)$

よって，表面積は，$9\pi+24\pi=33\pi\,(\mathrm{cm}^2)$

別解　側面積は，おうぎ形の面積を半径と弧の長さから求める公式を利用して，

$$\frac{1}{2}\times(2\pi\times3)\times8=24\pi\,(\mathrm{cm}^2)$$

と計算してもよい。

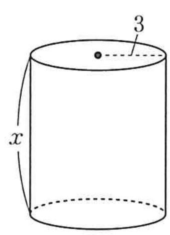
(3) 底面積は，$\pi\times10^2=100\pi\,(\mathrm{cm}^2)$

また，底面の円の半径が 10cm，母線の長さが 15cm だから，側面積は，

$$\pi\times15^2\times\frac{2\pi\times10}{2\pi\times15}=150\pi\,(\mathrm{cm}^2)$$

よって，表面積は，$100\pi+150\pi=250\pi\,(\mathrm{cm}^2)$

3 円柱の高さを $x$cm とする。



底面積は，$\pi\times3^2=9\pi\,(\mathrm{cm}^2)$

側面積は，

$x\times(2\pi\times3)=6\pi x\,(\mathrm{cm}^2)$

よって，表面積について方程式をつくると，

$9\pi\times2+6\pi x=60\pi$

これを解いて，$x=7$

4 球の半径を $r$cm とすると，体積は $\frac{4}{3}\pi r^3\,\mathrm{cm}^3$

また，球は円柱にぴったり入っているから，円柱の底面の半径は $r$cm，高さは $2r$cm となる。

よって，円柱の体積は，

$\pi r^2\times2r=2\pi r^3\,(\mathrm{cm}^3)$

球の体積と円柱の体積の比は，

$$\frac{4}{3}\pi r^3\div2\pi r^3=\frac{2}{3}$$

❖実戦問題❖

➡p.86〜p.87

1 (1) $\frac{100}{3}\mathrm{cm}^3$　(2) $8\mathrm{cm}^3$　(3) $40\mathrm{cm}^3$

2 (1) $63\pi\mathrm{cm}^3$　(2) 6cm　(3) 12 倍

3 $32\pi\mathrm{cm}^3$

4 (1) $64\mathrm{cm}^3$　(2) 6cm

5 (1) $48\pi\mathrm{cm}^2$　(2) $4\pi\mathrm{cm}^2$

6 $27\mathrm{cm}^2$

7 $68\pi\mathrm{cm}^2$

8 ウ

9 18cm

10 $9\pi\mathrm{cm}^3$

解説

1 (1) 底面積は，$5\times5=25\,(\mathrm{cm}^2)$

よって，体積は，$\frac{1}{3}\times25\times4=\frac{100}{3}\,(\mathrm{cm}^3)$

(2) 底面は，対角線の長さが 2 本とも 4cm の正方形だから，底面積は，$\frac{1}{2}\times4\times4=8\,(\mathrm{cm}^2)$

よって，体積は，$\frac{1}{3}\times8\times3=8\,(\mathrm{cm}^3)$

(3) 底辺が 6cm，高さが 5cm の直角三角形を底面とみると，底面積は，$\frac{1}{2}\times6\times5=15\,(\mathrm{cm}^2)$

よって，体積は，$\frac{1}{3}\times15\times8=40\,(\mathrm{cm}^3)$

2 (1) 底面の円の半径は，$6\div2=3\,(\mathrm{cm})$ だから，

底面積は，$\pi\times3^2=9\pi\,(\mathrm{cm}^2)$

よって，体積は，$9\pi\times7=63\pi\,(\mathrm{cm}^3)$

(2) 高さを $h$cm とすると，$\pi\times2^2\times h=24\pi$

$$h=\frac{24\pi}{4\pi}=6\,(\mathrm{cm})$$

(3) 円錐 B の底面の円の半径を r とすると，円柱 A の底面の円の半径は $2r$ と表される。A と B の高さを h とすると，A，B の体積は，それぞれ，

A…$\pi\times(2r)^2\times h=4\pi r^2h$

B…$\frac{1}{3}\times\pi\times r^2\times h=\frac{1}{3}\pi r^2h$

したがって，$4\pi r^2h\div\frac{1}{3}\pi r^2h=4\times3=12$(倍)

別解　底面の円の半径が 2 倍だから，A の底面積は B の底面積の，$2\times2=4$(倍)

円柱の体積は，底面の円の半径と高さが等しい円錐の体積の 3 倍だから，A は B の，

$4\times3=12$(倍)

3 点Bから辺ACにひいた垂線とACとの交点をHとする。二等辺三角形の頂角から底辺にひいた垂線は底辺を2等分するから，AH＝CH＝3cmとなる。
また，△ABCを1回転させてできる立体は，△ABHを1回転させてできる円錐と，△CBHを1回転させてできる円錐をあわせた立体になる。
2つの円錐は合同だから，求める立体の体積は，
$\left(\frac{1}{3}\pi\times4^2\times3\right)\times2=32\pi(\text{cm}^3)$

4 (1) $\left(\frac{1}{2}\times4\times4\right)\times8=64(\text{cm}^3)$

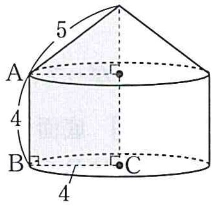
(2) BPの長さを$x$cmとすると，三角錐ABCPの体積は，$\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{2}\times4\times4\right)\times x=\frac{8}{3}x$
よって，$\frac{8}{3}x=\frac{1}{4}\times64$　　$\frac{8}{3}x=16$
$x=16\times\frac{3}{8}=6(\text{cm})$

5 (1) 底面積は，$\pi\times3^2=9\pi(\text{cm}^2)$
側面積は，$5\times(2\pi\times3)=30\pi(\text{cm}^2)$
よって，表面積は，$9\pi\times2+30\pi=48\pi(\text{cm}^2)$

(2) 底面積は，$\pi\times1^2=\pi(\text{cm}^2)$
側面積は，$\pi\times3^2\times\frac{2\pi\times1}{2\pi\times3}=3\pi(\text{cm}^2)$
よって，表面積は，$\pi+3\pi=4\pi(\text{cm}^2)$
別解　側面積は，おうぎ形の面積を半径と弧の長さから求める公式を利用してもよい。
$\frac{1}{2}\times(2\pi\times1)\times3=3\pi(\text{cm}^2)$

6 それぞれの表面積は，次の図形の面積の和になる。
三角錐ABDE…△ABD，△ADE，△AEB，△BDE
立体BCD－EFGH…△BCD，△DHE，△EFB，△BDE，正方形BFGC，正方形CGHD，正方形EFGH
このうち，下線をつけた三角形はすべて合同で，また，△BDEはどちらにもふくまれるから，表面積の差は1辺が3cmの正方形3つ分の面積に等しい。
よって，$(3\times3)\times3=27(\text{cm}^2)$

7 できる立体は，右図のように，円錐と円柱を組み合わせた形になる。

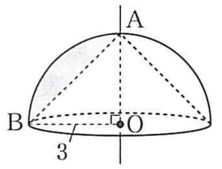


円錐は，底面の円の半径が4cmで母線の長さが5cmだから，その側面積は，
$\pi\times5^2\times\frac{2\pi\times4}{2\pi\times5}=20\pi(\text{cm}^2)$
また，円柱は，底面の円の半径が4cmで高さが4cmだから，その側面積は，
$4\times(2\pi\times4)=32\pi(\text{cm}^2)$
また，底面の円の面積は，
$\pi\times4^2=16\pi(\text{cm}^2)$
よって，求める立体の表面積は，
$20\pi+32\pi+16\pi=68\pi(\text{cm}^2)$

8 半径2cmの球の体積は，$\frac{4}{3}\pi\times2^3=\frac{32}{3}\pi(\text{cm}^3)$
表面積は，$4\pi\times2^2=16\pi(\text{cm}^2)$

9 求める円錐の高さを$x$cmとして，体積について方程式をつくると，
$\frac{1}{3}\pi\times9^2\times x=\frac{4}{3}\pi\times9^3\div2$
これを解いて，$x=18$

10 できる立体は，右図のように，半球から円錐を取り除いた形になる。



半球は，半径が3cmだから，その体積は，
$\frac{4}{3}\pi\times3^3\div2=18\pi(\text{cm}^3)$
円錐は，底面の半径が3cm，高さが3cmだから，その体積は，
$\frac{1}{3}\pi\times3^2\times3=9\pi(\text{cm}^3)$
よって，求める立体の体積は，
$18\pi-9\pi=9\pi(\text{cm}^3)$

15 データの活用(1)

❖確認問題❖

➡p.88〜p.90

1 (1) 10 点　(2) 25 人
(3) 55 点　(4) 0.12

2 (1) ア…0.200，イ…17，ウ…0.725，エ…36
(2) 42.5%

3 (1) 9g　(2) 62g　(3) 61.5g
(4) 63g　(5) 61g

4 (1) 30 点以上 40 点未満の階級
(2) 45 点
(3) $a=210$，$b=965$，平均値…38.6 点

5 (1) 平均値…3.2 冊，中央値…2 冊，最頻値…1 冊
(2) 借りた冊数が中央値の 2 冊より多いから，上位 15 番目以内に入っているといえる。

解説

1 (1) 10 点ずつの区間に分かれているから，10 点
(2) $2+6+8+5+3+1=25$(人)
(3) 度数が最も多い階級は，度数が 8 人の 50 点以上 60 点未満の階級で，その階級の真ん中の値を求めると，$\dfrac{50+60}{2}=55$(点)
(4) $\dfrac{3}{25}=0.12$

2 (1) ア　$0.050+0.150=0.200$
イ　$8+9=17$(人)
ウ　$0.425+0.300=0.725$
エ　$29+7=36$(人)
(2) 10 回以上 15 回未満の階級の累積相対度数は 0.425 で，これが 15 回未満の生徒の割合だから，
0.425 → 42.5(%)

3 (1) (範囲)＝(最大の値)−(最小の値) より，
$67-58=9$(g)
(2) $(58+58+59+59+59+60+60+60+61+61+62+63+63+63+63+64+66+67+67+67)\div 20=62$(g)
(3) データを大きさの順に並べたときの 10 番目と 11 番目の値の平均値を求める。$\dfrac{61+62}{2}=61.5$(g)
(4) 最も多く出てくる重さは 63g だから，最頻値は，63g
(5) データの総数が 21 個になったので，中央値は大きさの順に並べたときの，11 番目の値となる。60g が 1 つ増えたので，11 番目は 61g である。

4 (1) 中央値は，データを大きさの順に並べたときの 13 番目の値だから，$2+5+6=13$(人)より，中央値がふくまれるのは，30 点以上 40 点未満の階級。
(2) 最も度数が多いのは，7 人の 40 点以上 50 点未満の階級だから，最頻値は，$\dfrac{40+50}{2}=45$(点)
(3) $a=35\times 6=210$
$b=30+125+210+315+220+65=965$
平均値…$\dfrac{965}{25}=38.6$(点)

5 (1) 平均値…$(0\times 4+1\times 8+2\times 5+3\times 4+4\times 2+5\times 1+6\times 0+7\times 0+8\times 3+9\times 1+10\times 2)\div 30=3.2$(冊)
中央値…データを大きさの順に並べたときの 15 番目と 16 番目の値の平均値を求める。
$\dfrac{2+2}{2}=2$(冊)
最頻値…最も人数が多いのは 8 人の 1 冊。
(2) 30 人中で上位 15 番目以内かどうかであるから，中央値に着目する。

❖演習問題❖

➡p.91

1 (1) 0.05　(2) 35 分
(3) 33 人

2 7 点

3 (1) ア…7，イ…6
(2) 花子さんのボールの入った回数が 6 回で，2 組の中央値の 5 回より大きいので，2 組で花子さんよりボールの入った回数が多い人は 20 人以上いないから。

解説

1 (1) $\frac{2}{40}=0.05$

(2) $\frac{30+40}{2}=35$(分)

(3) $3+6+10+14=33$(人)

2 資料を大きさの順に並べると，1，2，6，8，8，9 だから，$\frac{6+8}{2}=7$(点)

3 (1) ア…資料を大きさの順に並べたときの 20 番目と 21 番目の値だから，$1+2+2+4+10=19$(人)，$1+2+2+4+10+9=28$(人)より，中央値は，7 回
イ…最も人数が多いのは，6 回
(2) 2 組の 40 人の中で，その半数の上位 20 人より花子さんが下位であるかどうかが問題であるから，中央値に注目する。

❖実戦問題❖

➡p.92〜p.93

1 (1) ア…4，イ…8　(2) 22.5m
(3) 0.27

2 (1) 範囲…16 点，平均値…75 点
(2) 誤っていた得点…72 点，
訂正後の正しい得点…67 点

3 ウ，エ

4 (1) 22.5 分　(2) 0.3　(3) イ，エ

5 (1) ウ　(2) 42 分

6 (1) 0.25
(2) (例) 15 冊以上の本を借りた生徒が 19 人であるため，借りた本の冊数が 16 冊だったはなこさんは多い方の上位 20 人に入っている。

解説

1 (1) ア…記録が 11m，13m，14m，14m の 4 人。
イ…記録が 15m，15m，16m，17m，18m，18m，19m，19m の 8 人。
(2) 人数が最も多いのは 9 人の 20m 以上 25m 未満の階級だから，$\frac{20+25}{2}=22.5$(m)
(3) $\frac{6+2}{30}=0.266\cdots$ より，0.27

2 (1) 範囲…$84-68=16$(点)
平均値…$(72+84+81+70+68)\div5=75$(点)
(2) もとのデータを大きさの順に並べると，68 点，70 点，72 点，81 点，84 点だから，中央値が 70 点になったことより，72 点，81 点，84 点のどれかが誤っており，70 点以下になることがわかる。また，平均値が，$75-74=1$(点)低くなっていることから，72 点，81 点，84 点のどれかが $1\times5=5$(点)低くなることがわかる。$72-5=67$(点)，$81-5=76$(点)より，誤っていた得点は 72 点，訂正後の正しい得点は 67 点。

3 ア…$13+5=18$(人)だから，正しくない。
イ…3 年 A 組の相対度数は，$\frac{11}{35}=0.314\cdots$，3 年 B 組の相対度数は，$\frac{11}{37}=0.297\cdots$ だから，正しくない。
ウ…3 年 A 組も 3 年 B 組も最頻値は 3.5 時間だから，正しい。
エ…データを大きさの順に並べたときの 18 番目の値は，$2+4+11=17$(人)，$2+4+11+13=30$(人)より，「3 時間以上 4 時間未満」の階級にふくまれるから，正しい。

4 (1) A 中学校で人数が最も多い階級は 20 分以上 25 分未満の階級だから，$\dfrac{20+25}{2}=22.5$(分)

(2) $\dfrac{4+10+16}{100}=0.3$

(3) ア…B 中学校の最頻値は $\dfrac{15+20}{2}=17.5$(分)で，A 中学校の最頻値は，(1)より，22.5 分だから，正しくない。

イ…A 中学校の中央値は小さい方から 20 番目の値で，15 分以上 20 分未満の階級にあり，B 中学校の中央値は小さい方から 50 番目と 51 番目の値の平均値で，15 分以上 20 分未満の階級にあるから，正しい。

ウ…A 中学校の 15 分未満の生徒の相対度数は $\dfrac{6+7}{39}=0.33\cdots$で，B 中学校の相対度数は，(2)より，0.3 である。相対度数は A 中学校の方が大きいので，正しくない。

エ…B 中学校には，0 分以上 5 分未満，35 分以上 40 分未満の階級に生徒がいるので，A 中学校より範囲は大きく，正しい。

5 (1) ア…階級の幅は 20 分だから，正しくない。

イ…最頻値は，度数が 10 人の 20 分以上 40 分未満の階級の階級値 $\dfrac{20+40}{2}=30$(分)だから，正しくない。

ウ…40 分以上 120 分未満の生徒は，
$8+4+0+2=14$(人)
全体 30 人の半数以下だから，正しい。

エ…度数が 2 人以下の階級は，80 分以上 100 分未満と 100 分以上 120 分未満の 2 つの階級だけだから，正しくない。

(2) $(10\times6+30\times10+50\times8+70\times4+90\times0+110\times2)\div30=1260\div30=42$(分)

6 (1) 12 冊以上 15 冊未満の階級の度数は 10 人だから，相対度数は，$\dfrac{10}{40}=0.25$

(2) ヒストグラムから，15 冊以上の本を借りた生徒の人数は，$3+2+4+6+4=19$(人)
よって，はなこさんは，この 19 人の中に入っている。

16 データの活用(2)

❖確認問題❖

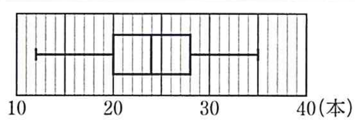
➡p.94～p.96

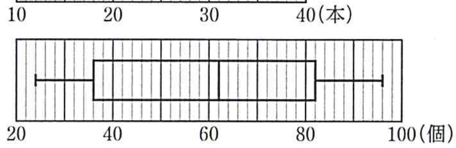
1 (1) 12　14　20　22　23　25　25　28　31　35
(2) 24　33　35　37　44　53　62　69　72　81　83　91　96
(3) 28　31　34　36　37　41　43　43　44　45　48
(4) 11　14　15　15　17　19　21　21　24　25　26　29

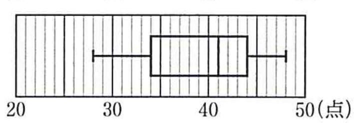
	最小値	第 1 四分位数	第 2 四分位数	第 3 四分位数	最大値
(1)	12 本	20 本	24 本	28 本	35 本
(2)	24 個	36 個	62 個	82 個	96 個
(3)	28 点	34 点	41 点	44 点	48 点
(4)	11cm	15cm	20cm	24.5cm	29cm

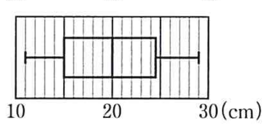
2

	(1)	(2)	(3)	(4)
範囲	23 本	72 個	20 点	18cm
四分位範囲	8 本	46 個	10 点	9.5cm

3 (1)


(2)


(3)


(4)


4 (1) C　　(2) A　　(3) B

5 イ，エ

解説

1 (1) データの個数が 10 個だから，下の図より，第 2 四分位数は 5 番目と 6 番目の値の平均値で，
$(23+25)\div2=24$(本)
第 1 四分位数は 3 番目の値で 20 本，第 3 四分位数は 8 番目の値で 28 本である。

第 2 四分位数
第 1 四分位数　　　第 3 四分位数

①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	⑩
12	14	20	22	23	25	25	28	31	35

(2) データの個数が 13 個だから，次の図より，

第 2 四分位数は 7 番目の値で 62 個である。第 1 四分位数は 3 番目と 4 番目の値の平均値で，

$(35+37)\div 2=36$(個)

第 3 四分位数は 10 番目と 11 番目の値の平均値で，

$(81+83)\div 2=82$(個)

第 2 四分位数
第 1 四分位数　第 3 四分位数

①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	⑩	⑪	⑫	⑬
24	33	35	37	44	53	62	69	72	81	83	91	96

(3)　データの個数が 11 個だから，下の図より，第 2 四分位数は 6 番目の値で 41 点，第 1 四分位数は 3 番目の値で 34 点，第 3 四分位数は 9 番目の値で 44 点である。

第 2 四分位数
第 1 四分位数　第 3 四分位数

①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	⑩	⑪
28	31	34	36	37	41	43	43	44	45	48

(4)　データの個数が 12 個だから，下の図より，第 2 四分位数は 6 番目と 7 番目の値の平均値で，

$(19+21)\div 2=20$(cm)

第 1 四分位数は 3 番目と 4 番目の値の平均値で，

$(15+15)\div 2=15$(cm)

第 3 四分位数は 9 番目と 10 番目の値の平均値で，

$(24+25)\div 2=24.5$(cm)

第 2 四分位数
第 1 四分位数　第 3 四分位数

①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	⑩	⑪	⑫
11	14	15	15	17	19	21	21	24	25	26	29

2　(1)　範囲 $=35-12=23$(本)，
四分位範囲 $=28-20=8$(本)

(2)　範囲 $=96-24=72$(個)，
四分位範囲 $=82-36=46$(個)

(3)　範囲 $=48-28=20$(点)，
四分位範囲 $=44-34=10$(点)

(4)　範囲 $=29-11=18$(cm)，
四分位範囲 $=24.5-15=9.5$(cm)

3　箱の左端は第 1 四分位数，右端は第 3 四分位数で，第 2 四分位数の位置に縦線をひく。左右のひげの左端は最小値，右端は最大値である。

(1)　箱の左端…20 本，縦線…24 本，箱の右端…28 本，ひげの左端…12 本，ひげの右端…35 本

(2)　箱の左端…36 個，縦線…62 個，箱の右端…82 個，ひげの左端…24 個，ひげの右端…96 個

(3)　箱の左端…34 点，縦線…41 点，箱の右端…44 点，ひげの左端…28 点，ひげの右端…48 点

(4)　箱の左端…15cm，縦線…20cm，箱の右端…24.5cm，ひげの左端…11cm，ひげの右端…29cm

4　(1)　データの個数は 30 個だから，第 1 四分位数は 0 日～10 日の階級，第 2 四分位数は 10 日～20 日の階級，第 3 四分位数は 20 日～30 日の階級にある。また，データの分布は中央から左にかたよっているから，対応する箱ひげ図は C である。

(2)　データの個数は 30 個だから，第 1 四分位数は 10 日～20 日の階級，第 2 四分位数は 20 日～30 日の階級，第 3 四分位数は 30 日～40 日の階級にある。また，データの分布は中央付近に集まっているから，対応する箱ひげ図は A である。

(3)　データの個数は 30 個だから，第 1 四分位数は 10 日～20 日の階級，第 2 四分位数は 20 日～30 日の階級，第 3 四分位数は 30 日～40 日の階級にある。また，データの分布は全体的に広がっているから，対応する箱ひげ図は B である。

5　ア…B 組のひげの右端は 3.5km で，最大値 3.5km の生徒がいるが，A 組ではひげの途中が 3.5km で，3.5km の生徒がいるかどうかはわからない。

イ…箱ひげ図から，範囲，四分位範囲ともに，A 組の方が B 組より大きい。

ウ…人数が 19 人だから，B 組の第 3 四分位数の 2.3km は，距離の長い方から 5 人目の値である。したがって，2.3km 以上の生徒は，5 人以上いる。

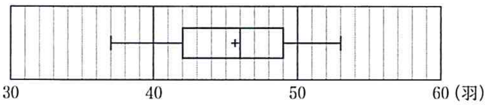
エ…1.2km 以上の生徒は，A 組では全体の約 50%，B 組では約 75% いるから，A 組より B 組の方が多い。

❖演習問題❖

➡p.97

1 (1) 第 1 四分位数…42 羽,
第 2 四分位数…46 羽,
第 3 四分位数…49 羽,
四分位範囲…7 羽

(2)



(3) 45.8 羽　上の図参照

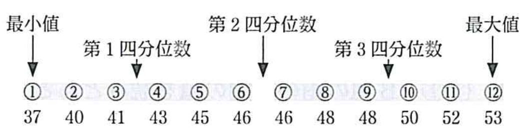
2 (1) イ　　(2) ウ　　(3) ア

3 (1) 44kg
(2) 範囲…42kg, 四分位範囲…20kg
(3) イ, ウ

解説

1 (1) 第 2 四分位数は 6 番目と 7 番目の数の平均値だから 46 羽, 第 1 四分位数は 3 番目と 4 番目の数の平均値だから 42 羽, 第 3 四分位数は 9 番目と 10 番目の数の平均値だから 49 羽となる。

よって, 四分位範囲は, 49－42＝7(羽)



(2) 箱の左端は第 1 四分位数の 42 羽, 右端は第 3 四分位数の 49 羽で, 第 2 四分位数の 46 羽の位置に縦線をひく。左右のひげの左端は最小値 37 羽, 右端は最大値 53 羽である。

(3) データの総和は 549 羽になるので, 平均値は, 549÷12＝45.75 より, 45.8 羽

2 ともにデータの個数が 17 個だから, 第 2 四分位数は 9 番目の数, 第 1 四分位数は 4 番目と 5 番目の数の平均値, 第 3 四分位数は 13 番目と 14 番目の数の平均値となる。

(1) 第 2 四分位数は 3 台だから, イ

(2) 第 2 四分位数は 4 台, 第 1 四分位数は 2.5 台だから, ウ

(3) 第 2 四分位数は 4 台, 第 1 四分位数は 2 台だから, ア

3 (1) A 組の箱の左端の値を読みとると, 44kg

(2) 範囲…72－30＝42(kg)
四分位範囲…60－40＝20(kg)

(3) ア…A 組の右のひげは, 第 3 四分位数 64kg と最大値 74kg を結んでいるだけなので, 72kg の生徒がいるかどうかはわからない。

イ…B 組のひげの右端が 72kg なので, 最大値 72kg の生徒はいる。

ウ…A 組の第 2 四分位数は 56kg で, A 組は 34 人だから, この値は 17 番目と 18 番目の値の平均値である。したがって, 18 番目の値は 56kg 以上であり, 56kg 以上の生徒は 17 人以上いる。

エ…A 組の四分位範囲は 64－44＝20(kg)で, これは(2)で求めた B 組の四分位範囲 20kg と等しいから, A 組の四分位範囲の方が大きくはない。

オ…A 組の第 1 四分位数 44kg は 9 番目の値だから, 8 番目の値が 40kg 未満, つまり 40kg 未満の生徒が 8 人という場合が考えられる。

B 組の第 1 四分位数 40kg は 8 番目と 9 番目の値の平均値だから, 8 番目の値が 40kg, つまり 40kg 未満の生徒が 7 人以下という場合が考えられる。

したがって, B 組の方が 40kg 未満の生徒が多いかどうかはわからない。

❖実戦問題❖

➡p.98〜p.99

1 エ

2 (1) (Ⅰ)…イ，(Ⅱ)…ア，(Ⅲ)…ウ

(2) ウ

3 イ，エ

4 (1)① 8.6 秒　② イ

(2) ア…8，イ…7，ウ…B 組

解説

1 ア…6 月の 50 人の位置の縦線は第 2 四分位数を表していて，平均値は箱ひげ図からは読みとれない。

イ…箱ひげ図から読みとれるのは，最小値，四分位数，最大値で，個々の日の利用者数はわからないから，かならずそういえるとは限らない。

ウ…11 月の方が箱の左右が長いので，四分位範囲も 11 月の方が 6 月より大きい。

エ…データの個数は 20 個で，第 2 四分位数は 10 番目と 11 番目の値の平均値である。箱ひげ図から，11 月の第 2 四分位数は 40 人より大きいので，11 番目の値はかならず 40 人より大きい。したがって，利用者数が 40 人を超えた日は，少なくとも 10 日はあるから，10 日以上あるといえる。

2 (1) (Ⅰ)…箱の左右の長さが最も長いのは C 組だから，四分位範囲が最も大きいのも C 組であり，正しくない。(イ)

(Ⅱ)…A 組と C 組の第 2 四分位数はどちらも 20 冊より大きいから，20 冊以下の人数はどちらも 17 人以下となる。
B 組の第 2 四分位数は 20 冊より小さいから，20 冊以下の人数は 18 人以上である。
よって，20 冊以下の人数が最も多いのは B 組であり，正しい。(ア)

(Ⅲ)…A 組では最大値の生徒，C 組では第 3 四分位数の 26 番目の生徒が 30 冊以上 35 冊以下に入っているが，B 組では 30 冊以上 35 冊以下の部分がひげだけなので，そこに生徒がいるかどうかはわからない。
よって，どの組にも 30 冊以上 35 冊以下の生徒がかならずいるかどうかはわからない。
(ウ)

(2) C 組では 0 冊〜5 冊，45 冊〜50 冊の階級に生徒はいないから，エは適切ではない。
C 組の第 2 四分位数は 17 番目と 18 番目の値の平均値で，20 冊〜25 冊の部分にある。一方，アでは，17 番目と 18 番目の値が 15 冊〜20 冊の階級にあり，平均値が 20 冊〜25 冊の部分にないので，アは適切ではない。
C 組の第 1 四分位数は 9 番目の値で，10 冊〜15 冊の部分にある。一方，イでは，9 番目の値が 15 冊〜 20 冊の階級にあるので，イは適切ではない。
したがって，適切なものは，ウである。(第 3 四分位数は 26 番目の値で，30 冊〜35 冊の階級にある。)

3 ア…60 点の位置の縦線は，ともに第 2 四分位数を表していて，平均値は箱ひげ図からは読みとれない。

イ…数学の方が箱の左右が長いので，四分位範囲も数学の方が英語より大きい。
㊟ 数学の四分位範囲…80－50＝30(点)
英語の四分位範囲…70－45＝25(点)

ウ…数学の最高点は 90 点，英語の最高点は 80 点で，数学と英語の両方で最高点をとった生徒がいるならば，合計得点が 90＋80＝170(点)となる生徒がいることになるが，そのような生徒がかならずいることを，箱ひげ図から読みとることはできない。

エ…数学の箱ひげ図で，80 点は第 3 四分位数の値である。35 人のデータの第 3 四分位数は，27 番目の値であり，27 番目の生徒の得点が 80 点であることが読みとれる。

4 (1)① B 組の箱の右端の値を読みとると，8.6(秒)

② ア…A 組の範囲は，10.3－6.3＝4(秒)
B 組の範囲は，10.5－6.5＝4(秒)
よって，範囲は等しいから，適当ではない。

イ…A 組の方が箱の左右が長く，四分位範囲も A 組の方が B 組より大きいから，適当である。
㊟ A 組の四分位範囲…8.7－7.3＝1.4(秒)
B 組の四分位範囲…8.6－7.4＝1.2(秒)

ウ…平均値は箱ひげ図からは読みとれないから，適当ではない。

エ…最大値は，A 組が 10.3 秒，B 組が 10.5 秒で，A 組よりも B 組の方が大きいから，適当ではない。

(2) ア…B 組の 15 人の中央値(第 2 四分位数)は 8 番目の値で，その値 7.4 秒は 7.5 秒より速いから，B 組に 7.5 秒より速い人は，少なくても 8 人はいる。

イ…A 組の 15 人の中央値(第 2 四分位数)は 8 番目の値で，その値 7.6 秒は 7.5 秒より遅いから，A 組に 7.5 秒より速い人は，最も多くて 7 人いる。

ウ…7.5 秒より速い人は，B 組で 8 人以上，A 組で 7 人以下だから，B 組の方が多いといえる。

17 確率

❖確認問題❖

➡p.100〜p.102

1 (1) $\frac{1}{2}$　(2) $\frac{2}{3}$

2 (1) 1　(2) 0

3 (1) $\frac{1}{15}$　(2) $\frac{1}{5}$

4 (1) $\frac{1}{4}$　(2) $\frac{1}{4}$

5 (1) $\frac{1}{5}$　(2) $\frac{1}{4}$

6 (1) $\frac{1}{5}$　(2) $\frac{2}{15}$

7 (1) $\frac{1}{5}$　(2) $\frac{3}{10}$　(3) $\frac{3}{10}$

8 (1) $\frac{1}{6}$　(2) $\frac{2}{9}$

9 (1) $\frac{1}{8}$　(2) $\frac{3}{8}$

10 (1) $\frac{9}{25}$　(2) $\frac{2}{25}$

11 $\frac{13}{18}$

12 $\frac{15}{16}$

解説

1 さいころの目の出方は全部で 1，2，3，4，5，6 の 6 通り。

(1) 偶数の目が出るのは，2，4，6 の 3 通りだから，確率は，$\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$

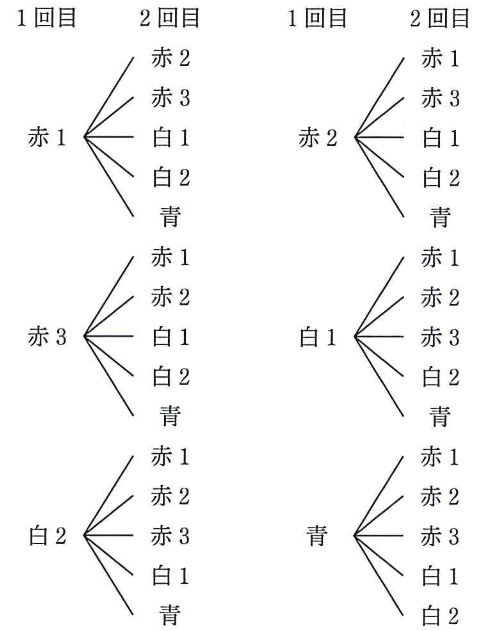
(2) 6 の約数の目が出るのは，1，2，3，6 の 4 通りだから，確率は，$\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$

2 カードのひき方は全部で 4 通り。

(1) 偶数のカードをひくのは，2，4，6，8 の 4 通りだから，確率は，$\frac{4}{4}=1$

(2) 奇数のカードをひくのは，0 通りだから，確率は，$\frac{0}{4}=0$

3 玉の取り出し方を樹形図に表すと，次の図のようになる。

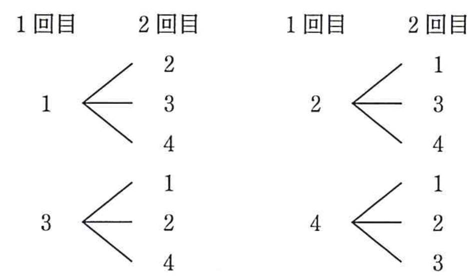


玉の取り出し方は全部で 30 通り。

(1) 2 回とも白玉を取り出すのは 2 通りだから，確率は，$\frac{2}{30}=\frac{1}{15}$

(2) 赤玉と青玉を 1 個ずつ取り出すのは 6 通りだから，確率は，$\frac{6}{30}=\frac{1}{5}$

4 カードのひき方を樹形図に表すと，次の図のようになる。

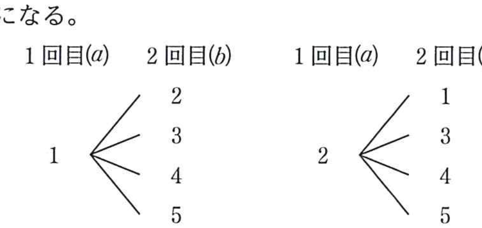


できる 2 けたの整数は，12，13，14，21，23，24，31，32，34，41，42，43 の 12 通り。

(1) 2 けたの整数が 4 の倍数になるのは 12，24，32 の 3 通りだから，確率は，$\frac{3}{12}=\frac{1}{4}$

(2) 2 けたの整数が 7 の倍数になるのは 14，21，42 の 3 通りだから，確率は，$\frac{3}{12}=\frac{1}{4}$

5 カードのひき方を樹形図に表すと，次の図のようになる。



3 ＜ 1, 2, 4, 5　　4 ＜ 1, 2, 3, 5

5 ＜ 1, 2, 3, 4

カードのひき方は全部で 20 通り。

(1) $a+b \geqq 8$ になるのは，$(a,\ b)$…(3, 5), (4, 5), (5, 3), (5, 4) の 4 通りだから，確率は，$\dfrac{4}{20}=\dfrac{1}{5}$

(2) $\dfrac{b}{a}$ が整数になるのは，$(a,\ b)$…(1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (2, 4) の 5 通りだから，確率は，

$\dfrac{5}{20}=\dfrac{1}{4}$

6 玉の取り出し方を樹形図に表すと，次の図のようになる。

赤 1 ＜ 赤 2, 赤 3, 白 1, 白 2, 青　　赤 2 ＜ 赤 3, 白 1, 白 2, 青

赤 3 ＜ 白 1, 白 2, 青　　白 1 ＜ 白 2, 青

白 2 ― 青

玉の取り出し方は全部で 15 通り。

(1) 2 個とも赤玉を取り出すのは 3 通りだから，確率は，$\dfrac{3}{15}=\dfrac{1}{5}$

(2) 白玉と青玉を 1 個ずつ取り出すのは 2 通りだから，確率は，$\dfrac{2}{15}$

7 カードのひき方を樹形図に表すと，次の図のようになる。

1 ＜ ①, 2, ②, 3　　① ＜ 2, ②, 3

2 ＜ ②, 3　　② ― 3

カードのひき方は全部で 10 通り。

(1) 2 枚のカードに書かれた数が同じであるのは 2 通りだから，確率は，$\dfrac{2}{10}=\dfrac{1}{5}$

(2) 2 枚のカードに書かれた数の和が 4 になるのは 3 通りだから，確率は，$\dfrac{3}{10}$

(3) 2 枚のカードに書かれた数がどちらも奇数であるのは 3 通りだから，確率は，$\dfrac{3}{10}$

8 2 つのさいころ A，B の目の出方は全部で 36 通り。

(1) 同じ数の目が出るのは，(A, B)…(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5), (6, 6) の 6 通りだから，確率は，$\dfrac{6}{36}=\dfrac{1}{6}$

(2) 出る目の数の積が 20 以上になるのは，(A, B)…(4, 5), (4, 6), (5, 4), (5, 5), (5, 6), (6, 4), (6, 5), (6, 6) の 8 通りだから，確率は，$\dfrac{8}{36}=\dfrac{2}{9}$

9 3 枚のコインの表裏の出方を樹形図に表すと，次の図のようになる。

A　B　C　　A　B　C

表 ＜ 表 ＜ 表, 裏 ／ 裏 ＜ 表, 裏　　裏 ＜ 表 ＜ 表, 裏 ／ 裏 ＜ 表, 裏

(1) 3 枚とも表が出るのは 1 通りだから，確率は，$\dfrac{1}{8}$

(2) 表が 1 枚，裏が 2 枚出るのは 3 通りだから，確率は，$\dfrac{3}{8}$

10 玉の取り出し方を樹形図に表すと，次の図のようになる。

1 回目　2 回目　　1 回目　2 回目

赤 1 ＜ 赤 1, 赤 2, 赤 3, 白, 青　　赤 2 ＜ 赤 1, 赤 2, 赤 3, 白, 青

赤 3 ＜ 赤 1, 赤 2, 赤 3, 白, 青　　白 ＜ 赤 1, 赤 2, 赤 3, 白, 青

青 ＜ 赤 1, 赤 2, 赤 3, 白, 青

玉の取り出し方は全部で 25 通り。

(1) 2 回とも赤玉を取り出すのは 9 通りだから，確率は，$\dfrac{9}{25}$

(2) 白玉と青玉を 1 個ずつ取り出すのは 2 通りだから，確率は，$\dfrac{2}{25}$

11 (出る目の数の積が6以上になる確率)＝1−(出る目の数の積が6未満になる確率)を利用する。2つのさいころA，Bの目の出方は全部で36通り。そのうち，出る目の数の積が6未満になるのは，(A，B)…(1，1)，(1，2)，(1，3)，(1，4)，(1，5)，(2，1)，(2，2)，(3，1)，(4，1)，(5，1)の10通りだから，確率は，$\frac{10}{36}=\frac{5}{18}$

よって，出る目の数の積が6以上になる確率は，

$1-\frac{5}{18}=\frac{13}{18}$

12 (少なくとも1枚は表が出る確率)＝1−(1枚も表が出ない確率)を利用する。4枚のコインの表裏の出方は全部で，(A，B，C，D)…(表，表，表，表)，
(表，表，表，裏)，(表，表，裏，表)，
(表，表，裏，裏)，(表，裏，表，表)，
(表，裏，表，裏)，(表，裏，裏，表)，
(表，裏，裏，裏)，(裏，表，表，表)，
(裏，表，表，裏)，(裏，表，裏，表)，
(裏，表，裏，裏)，(裏，裏，表，表)，
(裏，裏，表，裏)，(裏，裏，裏，表)，
(裏，裏，裏，裏)の16通り。1枚も表が出ないのは1通りだから，確率は，$\frac{1}{16}$

よって，少なくとも1枚は表が出る確率は，

$1-\frac{1}{16}=\frac{15}{16}$

❖演習問題❖

➡p.103

1 $\frac{4}{7}$

2 $\frac{2}{5}$

3 $\frac{1}{3}$

4 $\frac{5}{36}$

5 $\frac{1}{12}$

6 $\frac{7}{15}$

7 $\frac{25}{36}$

8 $\frac{7}{10}$

解説

1 ボールの取り出し方は全部で1，2，3，4，5，6，7の7通り。ボールに書かれた数が奇数であるのは4通りだから，確率は，$\frac{4}{7}$

2 できる2けたの整数は全部で，12，13，14，15，21，23，24，25，31，32，34，35，41，42，43，45，51，52，53，54の20通り。できる整数が3の倍数となるのは，12，15，21，24，42，45，51，54の8通りだから，確率は，$\frac{8}{20}=\frac{2}{5}$

3 玉の取り出し方は全部で，(赤1，赤2)，(赤1，赤3)，(赤1，白1)，(赤1，白2)，(赤1，青)，(赤2，赤3)，(赤2，白1)，(赤2，白2)，(赤2，青)，(赤3，白1)，(赤3，白2)，(赤3，青)，(白1，白2)，(白1，青)，(白2，青)の15通り。2個の玉のうち1個が青玉であるのは5通りだから，確率は，$\frac{5}{15}=\frac{1}{3}$

4 大小2つのさいころの目の出方は全部で36通り。出た目の数の和が8になるのは，(大，小)…(2，6)，(3，5)，(4，4)，(5，3)，(6，2)の5通りだから，確率は，$\frac{5}{36}$

5 大小2つのさいころの目の出方は全部で36通り。出る目の数の積が4になるのは，(大，小)…(1，4)，(2，2)，(4，1)の3通りだから，確率は，$\frac{3}{36}=\frac{1}{12}$

6 カードの取り出し方を樹形図に表すと，次の図のようになる。

A	B	A	B	A	B
	1		1		1○
	2		2		2○
1	3○	2	3○	3	3○
	4		4		4○
	5		5		5○

カードの取り出し方は，全部で，$3\times5=15$(通り)
2 枚のカードに書いてある数の積が 3 の倍数になるのは，図で ○ のついた 7 通りだから，確率は，$\dfrac{7}{15}$

7 (5 の目がまったく出ない確率)$=1-$(少なくとも 1 つは 5 の目が出る確率) を利用する。2 つのさいころの目の出方は全部で 36 通り。少なくとも 1 つは 5 の目が出るのは，(1, 5)，(2, 5)，(3, 5)，(4, 5)，(5, 1)，(5, 2)，(5, 3)，(5, 4)，(5, 5)，(5, 6)，(6, 5) の 11 通りだから，確率は，$\dfrac{11}{36}$

よって，5 の目がまったく出ない確率は，

$1-\dfrac{11}{36}=\dfrac{25}{36}$

8 (少なくとも 1 個は白玉である確率)$=1-$(白玉が 1 個も出ない確率) を利用する。玉の取り出し方は全部で，(赤 1，赤 2)，(赤 1，赤 3)，(赤 1，白 1)，(赤 1，白 2)，(赤 2，赤 3)，(赤 2，白 1)，(赤 2，白 2)，(赤 3，白 1)，(赤 3，白 2)，(白 1，白 2) の 10 通り。

白玉が 1 個も出ないのは 3 通りだから，確率は，$\dfrac{3}{10}$

よって，少なくとも 1 個は白玉である確率は，

$1-\dfrac{3}{10}=\dfrac{7}{10}$

❖実戦問題❖

➡p.104〜p.105

1 ア，ウ

2 (例) 3 の倍数

3 (1) 12 通り　(2) $\dfrac{5}{12}$

4 $\dfrac{1}{3}$

5 $\dfrac{4}{15}$

6 $\dfrac{1}{3}$

7 (1) 8 通り　(2) $\dfrac{3}{25}$

8 $\dfrac{11}{36}$

9 $\dfrac{3}{5}$

解説

1 イ…10 回とは限らない。
エ…さいころを投げるとき，前にどの目が出ても次に投げるとき 6 の目が出る確率は $\dfrac{1}{6}$ である。

2 別解 「1，6」，「5 以上」，「2 以下」などでもよい。

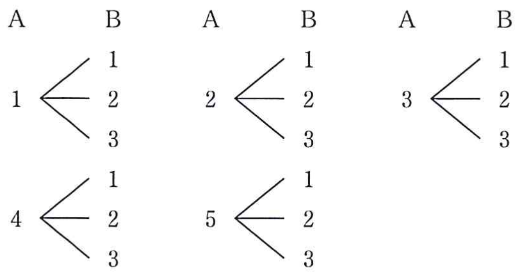
3 (1)(2) カードの取り出し方と式を樹形図で表すと，次の図のようになる。

1 回目	2 回目		式
赤	青	…	$x=1+2=3$
	黄	…	$x=1+3=4$
	白	…	$x=1+4=5$
青	赤	…	$x=2-1=1$
	黄	…	$x=2-3=-1$
	白	…	$x=2-4=-2$
黄	赤	…	$x=3\times1=3$
	青	…	$x=3\times2=6$
	白	…	$x=3\times4=12$
白	赤	…	$x=4\div1=4$
	青	…	$x=4\div2=2$
	黄	…	$x=4\div3=\dfrac{4}{3}$

(2) $x\geqq4$ となるのは 5 通りだから，確率は，$\dfrac{5}{12}$

4 カードの取り出し方は全部で，(1, 2)，(1, 3)，(1, 4)，(2, 3)，(2, 4)，(3, 4) の 6 通り。袋の中に残っているカードに書かれている数の和が，取り出したカードに書かれている数の和より大きくなるのは，4 枚のカードに書かれている数の和が 10 だから，取り出したカードに書かれている数の和が 5 未満になる 2 通り。よって，確率は，$\dfrac{2}{6}=\dfrac{1}{3}$

5 カードの取り出し方を樹形図に表すと，次の図のようになる。



カードの取り出し方は全部で15通り。2枚のカードに書かれた数の和が4の倍数になるのは4通りだから，確率は，$\frac{4}{15}$

6 2つのさいころの目の出方は全部で36通り。$a \geqq b$であるのは，(1, 1)，(1, 2)，(1, 3)，(1, 4)，(1, 5)，(1, 6)，(2, 1)，(2, 2)，(3, 1)，(4, 1)，(5, 1)，(6, 1)の12通りだから，確率は，$\frac{12}{36}=\frac{1}{3}$

7 玉の取り出し方は全部で，$(a,\ b)$…(3, 3)，(3, 4)，(3, 5)，(3, 6)，(3, 7)，(4, 3)，(4, 4)，(4, 5)，(4, 6)，(4, 7)，(5, 3)，(5, 4)，(5, 5)，(5, 6)，(5, 7)，(6, 3)，(6, 4)，(6, 5)，(6, 6)，(6, 7)，(7, 3)，(7, 4)，(7, 5)，(7, 6)，(7, 7)の25通り。

(1) $10a+b$の値が3の倍数となる場合は，(3, 3)，(3, 6)，(4, 5)，(5, 4)，(5, 7)，(6, 3)，(6, 6)，(7, 5)の8通り。

(2) $\frac{10a+b}{6}$の値が整数となるのは，(3, 6)，(5, 4)，(6, 6)の3通りだから，確率は，$\frac{3}{25}$

8 大小2つのさいころの目の出方は全部で36通り。直線CGとねじれの位置にある直線とそのときのさいころの目(大, 小)は，AF…(4, 3)，AH…(4, 1)，(4, 5)，BE…(1, 4)，(5, 4)，BH…(1, 1)，(1, 5)，(5, 1)，(5, 5)，DE…(3, 4)，DF…(3, 3)の11通りだから，確率は，$\frac{11}{36}$

9 (積が4の倍数にならない確率)＝1−(積が4の倍数になる確率)を利用する。カードの取り出し方は全部で，(2, 3)，(2, 4)，(2, 5)，(2, 6)，(2, 7)，(3, 4)，(3, 5)，(3, 6)，(3, 7)，(4, 5)，(4, 6)，(4, 7)，(5, 6)，(5, 7)，(6, 7)の15通り。積が4の倍数になるのは6通りだから，確率は，$\frac{6}{15}=\frac{2}{5}$

よって，積が4の倍数にならない確率は，

$1-\frac{2}{5}=\frac{3}{5}$

18 多項式の計算

❖確認問題❖

➡p.106〜p.108

1 (1) $6xy-10y^2$ (2) $14x^2+63xy$
(3) $-4a^2-12ab$ (4) $3x+y$
(5) $-3x+2y$ (6) $9y-12$

2 (1) $ab-5a+4b-20$ (2) $x^2+11x+30$
(3) $x^2-6x-27$ (4) $x^2+5x-14$
(5) $x^2-10x+24$ (6) $x^2+16x+64$
(7) x^2-4x+4 (8) $x^2-18x+81$
(9) x^2-25 (10) $x^2-xy-20y^2$
(11) $9a^2+12a+4$ (12) $x^2+2xy+y^2-1$

3 (1) $17x+9$ (2) $2x^2-40$
(3) $2x^2+28$ (4) 1
(5) $2x^2+2x-63$ (6) -4

4 (1) $8a(3b+1)$ (2) $5x(x-2y)$
(3) $ab(a+2b-3)$ (4) $(x+1)(x+8)$
(5) $(x-2)(x+6)$ (6) $(x+3)(x-8)$
(7) $(x-3)(x-9)$ (8) $(x+7)^2$
(9) $(x-8)^2$ (10) $(x-9)^2$
(11) $(x+4)(x-4)$ (12) $(x+6)(x-6)$

5 (1) $3(x-1)(x+6)$ (2) $5(x+3)^2$
(3) $2(x+2)(x-2)$ (4) $(2x-1)^2$
(5) $(4x+3)(4x-3)$ (6) $(x-2y)(x-3y)$
(7) $(x+y-3)(x+y+5)$ (8) $(x+5)(x-4)$
(9) $(a+b+2)(a+b-2)$

6 (1) $(x-1)(x+7)$ (2) $(x-4)(x-5)$
(3) $(x+4)(x+6)$

7 (1) 1400 (2) 9801 (3) 4896

8 (1) 1200 (2) 3000 (3) 1600
(4) 900

9 nを整数とすると，大きい方の奇数は$2n+1$，小さい方の奇数は$2n-1$と表される。大きい方の奇数の2乗から小さい方の奇数の2乗をひいた差は，

$(2n+1)^2-(2n-1)^2=4n^2+4n+1-(4n^2-4n+1)$
$=4n^2+4n+1-4n^2+4n-1=8n$

nは整数だから，$8n$は8の倍数である。よって，連続する2つの奇数では，大きい方の奇数の2乗から小さい方の奇数の2乗をひいた差は8の倍数になる。

解説

1 (1) $(3x-5y)\times 2y=3x\times 2y-5y\times 2y=6xy-10y^2$
(2) $7x(2x+9y)=7x\times 2x+7x\times 9y=14x^2+63xy$
(3) $-4a(a+3b)=-4a\times a+(-4a)\times 3b$

$=-4a^2-12ab$

(4) $(9x^2+3xy)\div 3x=\dfrac{9x^2}{3x}+\dfrac{3xy}{3x}=3x+y$

(5) $(15xy-10y^2)\div(-5y)=\dfrac{15xy}{-5y}-\dfrac{10y^2}{-5y}$

$=-3x+2y$

(6) $(6xy-8x)\div\dfrac{2}{3}x=(6xy-8x)\times\dfrac{3}{2x}$

$=6xy\times\dfrac{3}{2x}-8x\times\dfrac{3}{2x}=9y-12$

2 (1) $(a+4)(b-5)=ab-5a+4b-20$

(2) $(x+5)(x+6)=x^2+(5+6)x+5\times 6$

$=x^2+11x+30$

(3) $(x+3)(x-9)=x^2+\{3+(-9)\}x+3\times(-9)$

$=x^2-6x-27$

(4) $(x-2)(x+7)=x^2+\{(-2)+7\}x+(-2)\times 7$

$=x^2+5x-14$

(5) $(x-4)(x-6)=x^2+\{(-4)+(-6)\}x+(-4)\times(-6)$

$=x^2-10x+24$

(6) $(x+8)^2=x^2+2\times 8\times x+8^2=x^2+16x+64$

(7) $(x-2)^2=x^2-2\times 2\times x+2^2=x^2-4x+4$

(8) $(x-9)^2=x^2-2\times 9\times x+9^2=x^2-18x+81$

(9) $(x+5)(x-5)=x^2-5^2=x^2-25$

(10) $(x+4y)(x-5y)=x^2+\{4y+(-5y)\}x+4y\times(-5y)$

$=x^2-xy-20y^2$

(11) $(3a+2)^2=(3a)^2+2\times 2\times 3a+2^2=9a^2+12a+4$

(12) $(x+y+1)(x+y-1)=(x+y)^2-1^2$

$=x^2+2xy+y^2-1$

3 (1) $(x+1)(x+9)-x(x-7)=x^2+10x+9-x^2+7x$

$=17x+9$

(2) $(x-5)(x+8)+x(x-3)=x^2+3x-40+x^2-3x$

$=2x^2-40$

(3) $(x+4)^2+(x-2)(x-6)$

$=x^2+8x+16+x^2-8x+12=2x^2+28$

(4) $(x-3)^2-(x-2)(x-4)=x^2-6x+9-(x^2-6x+8)$

$=x^2-6x+9-x^2+6x-8=1$

(5) $(x+8)(x-8)+(x+1)^2=x^2-64+x^2+2x+1$

$=2x^2+2x-63$

(6) $(x-5)(x-9)-(x-7)^2$

$=x^2-14x+45-(x^2-14x+49)$

$=x^2-14x+45-x^2+14x-49=-4$

4 (1) $24ab+8a=8a\times 3b+8a\times 1=8a(3b+1)$

(2) $5x^2-10xy=5x\times x-5x\times 2y=5x(x-2y)$

(3) $a^2b+2ab^2-3ab=ab\times a+ab\times 2b-ab\times 3$

$=ab(a+2b-3)$

(4) $x^2+9x+8=x^2+(1+8)x+1\times 8=(x+1)(x+8)$

(5) $x^2+4x-12=x^2+\{(-2)+6\}x+(-2)\times 6$

$=(x-2)(x+6)$

(6) $x^2-5x-24=x^2+\{3+(-8)\}x+3\times(-8)$

$=(x+3)(x-8)$

(7) $x^2-12x+27=x^2+\{(-3)+(-9)\}x+(-3)\times(-9)$

$=(x-3)(x-9)$

(8) $x^2+14x+49=x^2+2\times 7\times x+7^2=(x+7)^2$

(9) $x^2-16x+64=x^2-2\times 8\times x+8^2=(x-8)^2$

(10) $x^2-18x+81=x^2-2\times 9\times x+9^2=(x-9)^2$

(11) $x^2-16=x^2-4^2=(x+4)(x-4)$

(12) $x^2-36=x^2-6^2=(x+6)(x-6)$

5 (1) $3x^2+15x-18=3(x^2+5x-6)$

$=3(x-1)(x+6)$

(2) $5x^2+30x+45=5(x^2+6x+9)=5(x+3)^2$

(3) $2x^2-8=2(x^2-4)=2(x+2)(x-2)$

(4) $4x^2-4x+1=(2x)^2-2\times 1\times 2x+1^2=(2x-1)^2$

(5) $16x^2-9=(4x)^2-3^2=(4x+3)(4x-3)$

(6) $x^2-5xy+6y^2$

$=x^2+\{(-2y)+(-3y)\}x+(-2y)\times(-3y)$

$=(x-2y)(x-3y)$

(7) $x+y=M$ とおくと，

$(x+y)^2+2(x+y)-15=M^2+2M-15$

$=(M-3)(M+5)=(x+y-3)(x+y+5)$

(8) $x+2=M$ とおくと，

$(x+2)^2-3(x+2)-18=M^2-3M-18$

$=(M+3)(M-6)=(x+2+3)(x+2-6)$

$=(x+5)(x-4)$

(9) $(a+b)^2-4=(a+b)^2-2^2=(a+b+2)(a+b-2)$

6 (1) $x(x+6)-7=x^2+6x-7=(x-1)(x+7)$

(2) $(x-3)(x-6)+2=x^2-9x+18+2=x^2-9x+20$

$=(x-4)(x-5)$

(3) $(x+3)(x+8)-x=x^2+11x+24-x$

$=x^2+10x+24=(x+4)(x+6)$

7 (1) $57^2-43^2=(57+43)\times(57-43)=100\times 14$

$=1400$

(2) $99^2=(100-1)^2=100^2-2\times 1\times 100+1^2$

$=10000-200+1=9801$

(3) $68\times 72=(70-2)\times(70+2)=70^2-2^2=4900-4$

$=4896$

8 (1) $x^2-6x-16=(x+2)(x-8)=(38+2)\times(38-8)$

$=40\times 30=1200$

(2) $x^2+4x-21=(x-3)(x+7)=(53-3)\times(53+7)$

$=50\times 60=3000$

(3) $x^2-14x+49=(x-7)^2=(47-7)^2=40^2=1600$

(4) $x^2+2xy+y^2=(x+y)^2=(16+14)^2=30^2=900$

9 小さい方の奇数を $2n+1$，大きい方の奇数を $2n+3$ と表してもよい。

❖演習問題❖

➡p.109

1 (1) $-4x^2+8xy$ (2) $7x-y$
(3) $-4a+6b$

2 (1) x^2+6x-7 (2) $x^2-12x+35$
(3) $9x^2+6x+1$

3 (1) $15x+9$ (2) 16
(3) $-11x+8$ (4) $2a^2+7$

4 (1) $x(x+5)$ (2) $3xy(2x+y)$
(3) $(x-3)(x+5)$ (4) $(x+2)(x-5)$
(5) $(x-2)(x+7)$ (6) $(x-7)^2$
(7) $(x+2)(x-2)$ (8) $2(x-4)(x+6)$
(9) $(3x+7)(3x-7)$ (10) $2(2x+3)(2x-3)$
(11) $(a+2)(x+y)$ (12) $(x-4)(x+4)$

5 200

6 m，n を整数 $(m>n)$ とすると，大きい方の奇数は $2m+1$，小さい方の奇数は $2n+1$ と表される。大きい方の奇数の 2 乗から小さい方の奇数の 2 乗をひいた差は，
$(2m+1)^2-(2n+1)^2$
$=4m^2+4m+1-(4n^2+4n+1)$
$=4m^2+4m+1-4n^2-4n-1$
$=4m^2+4m-4n^2-4n=4(m^2+m-n^2-n)$
m^2+m-n^2-n は整数だから，$4(m^2+m-n^2-n)$ は 4 の倍数である。よって，大きい方の奇数の 2 乗から小さい方の奇数の 2 乗をひいた差は，4 でわりきれる。

解説

1 (1) $(x-2y)\times(-4x)=x\times(-4x)-2y\times(-4x)$
$=-4x^2+8xy$

(2) $(7x^2-xy)\div x=\dfrac{7x^2}{x}-\dfrac{xy}{x}=7x-y$

(3) $(-8ab+12b^2)\div 2b=-\dfrac{8ab}{2b}+\dfrac{12b^2}{2b}=-4a+6b$

2 (1) $(x+7)(x-1)=x^2+\{7+(-1)\}x+7\times(-1)$
$=x^2+6x-7$

(2) $(x-5)(x-7)=x^2+\{(-5)+(-7)\}x+(-5)\times(-7)$
$=x^2-12x+35$

(3) $(3x+1)^2=(3x)^2+2\times1\times3x+1^2=9x^2+6x+1$

3 (1) $(x+3)^2-x(x-9)=x^2+6x+9-x^2+9x$
$=15x+9$

(2) $(x-4)^2+x(8-x)=x^2-8x+16+8x-x^2=16$

(3) $(x-4)(x-3)-(x+2)^2=x^2-7x+12-(x^2+4x+4)$
$=x^2-7x+12-x^2-4x-4=-11x+8$

(4) $(a+2)^2+(a-1)(a-3)=a^2+4a+4+a^2-4a+3$
$=2a^2+7$

4 (1) $x^2+5x=x\times x+x\times5=x(x+5)$

(2) $6x^2y+3xy^2=3xy\times2x+3xy\times y=3xy(2x+y)$

(3) $x^2+2x-15=x^2+\{(-3)+5\}x+(-3)\times5$
$=(x-3)(x+5)$

(4) $x^2-3x-10=x^2+\{2+(-5)\}x+2\times(-5)$
$=(x+2)(x-5)$

(5) $x^2+5x-14=x^2+\{(-2)+7\}x+(-2)\times7$
$=(x-2)(x+7)$

(6) $x^2-14x+49=x^2-2\times7\times x+7^2=(x-7)^2$

(7) $x^2-4=x^2-2^2=(x+2)(x-2)$

(8) $2x^2+4x-48=2(x^2+2x-24)=2(x-4)(x+6)$

(9) $9x^2-49=(3x)^2-7^2=(3x+7)(3x-7)$

(10) $8x^2-18=2(4x^2-9)=2\{(2x)^2-3^2\}$
$=2(2x+3)(2x-3)$

(11) $x+y=M$ とおくと，
$a(x+y)+2(x+y)=aM+2M=M(a+2)$
$=(x+y)(a+2)=(a+2)(x+y)$

(12) $x-2=M$ とおくと，
$(x-2)^2+4(x-2)-12=M^2+4M-12$
$=(M-2)(M+6)=(x-2-2)(x-2+6)$
$=(x-4)(x+4)$
別解 $(x-2)^2+4(x-2)-12$
$=x^2-4x+4+4x-8-12=x^2-16=(x+4)(x-4)$

5 $x^2-4x-21=(x+3)(x-7)=(17+3)\times(17-7)$
$=20\times10=200$

6 異なる 2 つの奇数を表すのに，異なる文字を使う。

❖実戦問題❖

➡p.110〜p.111

1 (1) $8a-3b$ (2) $a-3b$

(3) $2x-y$

2 (1) $x^2+2x-15$ (2) x^2-9y^2

(3) $x^2+4xy+4y^2$

3 (1) $4x-8$ (2) $2x^2+x+13$

(3) $8x+17$ (4) $8x-25$

(5) $3x^2+1$ (6) $3x^2-3y^2$

(7) $5x^2+8x-33$ (8) $12x+13$

(9) $5x^2-x-7$ (10) $15x^2+10xy-26y^2$

4 (1) $4a(a-3b)$ (2) $(x+4)^2$

(3) $(x+5)(x-7)$ (4) $(x+12)(x-3)$

(5) $(x+8)(x-8)$ (6) $(x+1)(x-6)$

(7) $(x-3)(x+4)$ (8) $2x(y+3)(y-3)$

(9) $(a-1)(b+8)$ (10) $(a+b+4)(a+b-4)$

(11) $(x+4)(x-4)$ (12) $(x-4)(x+5)$

(13) $(x+3)(x-7)$ (14) $(x-3)(x-8)$

(15) $(3x+7)(3x-7)$

5 (1) 23 (2) 4

6 (1) $d=a+9$

(2) b，c，d を a の式で表すと，$b=a+1$，
$c=a+8$，$d=a+9$ だから，
$bc-ad=(a+1)(a+8)-a(a+9)$
$=a^2+9a+8-a^2-9a=8$
よって，$bc-ad$ の値はいつでも 8 である。

7 正方形の形に並んだ 4 つの整数について，左上の数を整数 n とすると，右上の数は $n+1$，左下の数は $n+5$，右下の数は $n+6$ と表される。このとき，下 2 つの数の積から上 2 つの数の積をひいた差は，
$(n+5)(n+6)-n(n+1)=n^2+11n+30-n^2-n$
$=10n+30=10(n+3)$
$n+3$ は整数だから，$10(n+3)$ は 10 の倍数である。
よって，下 2 つの数の積から上 2 つの数の積をひくと，その差は 10 の倍数になる。

解説

1 (1) $(48a^2-18ab)\div 6a=\dfrac{48a^2}{6a}-\dfrac{18ab}{6a}=8a-3b$

(2) $(a^2b-3ab^2)\div ab=\dfrac{a^2b}{ab}-\dfrac{3ab^2}{ab}=a-3b$

(3) $(10x^2y-5xy^2)\div 5xy=\dfrac{10x^2y}{5xy}-\dfrac{5xy^2}{5xy}=2x-y$

2 (1) $(x+5)(x-3)=x^2+\{5+(-3)\}x+5\times(-3)$
$=x^2+2x-15$

(2) $(x+3y)(x-3y)=x^2-(3y)^2=x^2-9y^2$

(3) $(x+2y)^2=x^2+2\times 2y\times x+(2y)^2=x^2+4xy+4y^2$

3 (1) $(x-2)(x+4)-x(x-2)=x^2+2x-8-x^2+2x$
$=4x-8$

(2) $(x+3)^2+(x-1)(x-4)=x^2+6x+9+x^2-5x+4$
$=2x^2+x+13$

(3) $(x+3)^2-(x+2)(x-4)=x^2+6x+9-(x^2-2x-8)$
$=x^2+6x+9-x^2+2x+8=8x+17$

(4) $(x+3)(x-3)-(x-4)^2=x^2-9-(x^2-8x+16)$
$=x^2-9-x^2+8x-16=8x-25$

(5) $(3x-1)^2+6x(1-x)=9x^2-6x+1+6x-6x^2$
$=3x^2+1$

(6) $(2x+y)^2-(x+2y)^2$
$=4x^2+4xy+y^2-(x^2+4xy+4y^2)$
$=4x^2+4xy+y^2-x^2-4xy-4y^2=3x^2-3y^2$

(7) $(2x-7)(2x+7)+(x+4)^2=4x^2-49+x^2+8x+16$
$=5x^2+8x-33$

(8) $(2x+3)^2-4(x+1)(x-1)$
$=4x^2+12x+9-4(x^2-1)=4x^2+12x+9-4x^2+4$
$=12x+13$

(9) $(2x+1)(2x-1)+(x+2)(x-3)$
$=4x^2-1+x^2-x-6=5x^2-x-7$

(10) $(4x+y)(4x-y)-(x-5y)^2$
$=16x^2-y^2-(x^2-10xy+25y^2)$
$=16x^2-y^2-x^2+10xy-25y^2=15x^2+10xy-26y^2$

4 (1) $4a^2-12ab=4a\times a+4a\times(-3b)=4a(a-3b)$

(2) $x^2+8x+16=x^2+2\times 4\times x+4^2=(x+4)^2$

(3) $x^2-2x-35=x^2+\{5+(-7)\}x+5\times(-7)$
$=(x+5)(x-7)$

(4) $x^2+9x-36=x^2+\{12+(-3)\}x+12\times(-3)$
$=(x+12)(x-3)$

(5) $x^2-64=x^2-8^2=(x+8)(x-8)$

(6) $x^2-5x-6=x^2+\{1+(-6)\}x+1\times(-6)$
$=(x+1)(x-6)$

(7) $x^2+x-12=x^2+\{(-3)+4\}x+(-3)\times 4$
$=(x-3)(x+4)$

(8) $2xy^2-18x=2x(y^2-9)=2x(y+3)(y-3)$

(9) $b+8=M$ とおくと，
$a(b+8)-(b+8)=aM-M=(a-1)M$
$=(a-1)(b+8)$

(10) $(a+b)^2-16=(a+b)^2-4^2=(a+b+4)(a+b-4)$

(11) $x+1=M$ とおくと，
$(x+1)^2-2(x+1)-15=M^2-2M-15$
$=(M+3)(M-5)=(x+1+3)(x+1-5)$
$=(x+4)(x-4)$

(12) $x(x+1)-20=x^2+x-20=(x-4)(x+5)$

(13) $(x+2)(x-6)-9=x^2-4x-12-9=x^2-4x-21$
$=(x+3)(x-7)$

(14) $(x-12)(x-2)+3x=x^2-14x+24+3x$

$=x^2-11x+24=(x-3)(x-8)$

(15) $(3x+1)^2-2(3x+25)=9x^2+6x+1-6x-50$

$=9x^2-49=(3x)^2-7^2=(3x+7)(3x-7)$

5 (1) $(3a+4)^2-9a(a+2)=9a^2+24a+16-9a^2-18a$

$=6a+16=6\times\dfrac{7}{6}+16=7+16=23$

(2) $a^2-6ab+9b^2=(a-3b)^2=\left(5-3\times\dfrac{7}{3}\right)^2=(5-7)^2$

$=(-2)^2=4$

6 (1) $b=a+1$, $c=b+7$, $d=c+1$ より,

$d=b+7+1=a+1+7+1=a+9$

(2) b, c, d をすべて a の式で表し, $bc-ad$ に代入して計算する。

7 正方形の形に並んだ 4 つの数の関係を確認する。

19 平方根

❖確認問題❖

➡p.112〜p.114

1 (1) $0.6<\sqrt{0.6}$ (2) $-7<-\sqrt{48}$

(3) $-\sqrt{26}<-5<-\sqrt{24}$

2 (1) $-12\sqrt{5}$ (2) $-18\sqrt{10}$ (3) $\sqrt{6}$

(4) $-\sqrt{7}$ (5) $\sqrt{7}$ (6) $6\sqrt{7}$

3 (1) $\dfrac{2\sqrt{6}}{3}$ (2) $\sqrt{3}$ (3) $\dfrac{\sqrt{6}}{2}$

4 (1) $5\sqrt{2}$ (2) $7\sqrt{5}$ (3) $-2\sqrt{3}$

(4) $-2\sqrt{6}$ (5) $4\sqrt{3}$ (6) $3\sqrt{2}$

5 (1) $5\sqrt{2}$ (2) $6\sqrt{5}$ (3) 0

(4) $2\sqrt{6}$ (5) $\dfrac{13\sqrt{3}}{3}$ (6) $-\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$

6 (1) $7\sqrt{2}$ (2) $-3\sqrt{3}$ (3) $-\sqrt{6}$

(4) $-2\sqrt{6}$ (5) $5\sqrt{15}$ (6) $5\sqrt{7}$

7 (1) $4\sqrt{5}-5$ (2) $2\sqrt{6}$

(3) $5\sqrt{6}-2\sqrt{35}$ (4) $-3+2\sqrt{5}$

(5) $-15-4\sqrt{6}$ (6) $11+4\sqrt{7}$

(7) $67-16\sqrt{3}$ (8) -2

(9) 14

8 (1) 17.32 (2) 54.77 (3) 0.5477

(4) 0.1732

9 (1) 6 (2) $16\sqrt{6}$ (3) 24

10 (1) $\sqrt{14}-3$ (2) 14 (3) 5

11 $n=21$

12 範囲…$21.25\leqq a<21.35$, 誤差…0.05

13 1.690×10^6km

解説

1 (1) $0.6^2=0.36$, $(\sqrt{0.6})^2=0.6$ で, $0.36<0.6$ だから, $0.6<\sqrt{0.6}$

(2) $7^2=49$, $(\sqrt{48})^2=48$ で, $49>48$ だから, $-7<-\sqrt{48}$

(3) $(\sqrt{24})^2=24$, $5^2=25$, $(\sqrt{26})^2=26$ で, $24<25<26$ だから, $-\sqrt{26}<-5<-\sqrt{24}$

2 (1) $-\sqrt{24}\times\sqrt{30}=-2\sqrt{6}\times\sqrt{5\times6}=-2\times6\times\sqrt{5}$

$=-12\sqrt{5}$

(2) $\sqrt{54}\times(-\sqrt{60})=3\sqrt{6}\times(-2\sqrt{15})$

$=3\sqrt{2\times3}\times(-2\sqrt{3\times5})=-6\times3\times\sqrt{2\times5}$

$=-18\sqrt{10}$

(3) $\sqrt{42}\div\sqrt{7}=\sqrt{\dfrac{42}{7}}=\sqrt{6}$

(4) $-\sqrt{91}\div\sqrt{13}=-\sqrt{\dfrac{91}{13}}=-\sqrt{7}$

(5) $\sqrt{15}\times\sqrt{21}\div\sqrt{45}=\sqrt{15}\times\sqrt{21}\div3\sqrt{5}$

$=\dfrac{\sqrt{15}\times\sqrt{21}}{3\sqrt{5}}=\dfrac{\sqrt{3\times5}\times\sqrt{3\times7}}{3\sqrt{5}}=\dfrac{3\times\sqrt{5\times7}}{3\sqrt{5}}=\sqrt{7}$

(6) $2\sqrt{30}\div\sqrt{20}\times\sqrt{42}=2\sqrt{30}\div2\sqrt{5}\times\sqrt{42}$

$=\dfrac{2\sqrt{30}\times\sqrt{42}}{2\sqrt{5}}=\dfrac{2\sqrt{5\times6}\times\sqrt{6\times7}}{2\sqrt{5}}$

$=\dfrac{2\times6\times\sqrt{5\times7}}{2\sqrt{5}}=6\sqrt{7}$

3 (1) $\dfrac{4}{\sqrt{6}}=\dfrac{4\times\sqrt{6}}{\sqrt{6}\times\sqrt{6}}=\dfrac{4\sqrt{6}}{6}=\dfrac{2\sqrt{6}}{3}$

(2) $\dfrac{6}{\sqrt{12}}=\dfrac{6}{2\sqrt{3}}=\dfrac{3}{\sqrt{3}}=\dfrac{3\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\dfrac{3\sqrt{3}}{3}$

$=\sqrt{3}$

(3) $\dfrac{\sqrt{15}}{\sqrt{10}}=\dfrac{\sqrt{15}\times\sqrt{10}}{\sqrt{10}\times\sqrt{10}}=\dfrac{\sqrt{3\times5}\times\sqrt{2\times5}}{10}$

$=\dfrac{5\times\sqrt{3\times2}}{10}=\dfrac{\sqrt{6}}{2}$

4 (1) $\sqrt{18}+2\sqrt{2}=3\sqrt{2}+2\sqrt{2}=5\sqrt{2}$

(2) $\sqrt{45}+\sqrt{80}=3\sqrt{5}+4\sqrt{5}=7\sqrt{5}$

(3) $3\sqrt{3}-\sqrt{75}=3\sqrt{3}-5\sqrt{3}=-2\sqrt{3}$

(4) $\sqrt{24}-\sqrt{96}=2\sqrt{6}-4\sqrt{6}=-2\sqrt{6}$

(5) $2\sqrt{3}+\sqrt{27}-\sqrt{3}=2\sqrt{3}+3\sqrt{3}-\sqrt{3}=4\sqrt{3}$

(6) $\sqrt{8}-\sqrt{32}+\sqrt{50}=2\sqrt{2}-4\sqrt{2}+5\sqrt{2}=3\sqrt{2}$

5 (1) $\dfrac{6}{\sqrt{2}}+\sqrt{8}=\dfrac{6\sqrt{2}}{2}+2\sqrt{2}=3\sqrt{2}+2\sqrt{2}$

$=5\sqrt{2}$

(2) $2\sqrt{20}+\dfrac{10}{\sqrt{5}}=2\times2\sqrt{5}+\dfrac{10\sqrt{5}}{5}=4\sqrt{5}+2\sqrt{5}$

$=6\sqrt{5}$

(3) $\dfrac{12}{\sqrt{3}}-\sqrt{48}=\dfrac{12\sqrt{3}}{3}-4\sqrt{3}=4\sqrt{3}-4\sqrt{3}=0$

(4) $3\sqrt{24}-\dfrac{24}{\sqrt{6}}=3\times2\sqrt{6}-\dfrac{24\sqrt{6}}{6}=6\sqrt{6}-4\sqrt{6}$

$=2\sqrt{6}$

(5) $\sqrt{27}+\dfrac{4}{\sqrt{3}}=3\sqrt{3}+\dfrac{4\sqrt{3}}{3}=\dfrac{9\sqrt{3}}{3}+\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$

$=\dfrac{13\sqrt{3}}{3}$

(6) $\dfrac{5}{\sqrt{2}}-\sqrt{32}=\dfrac{5\sqrt{2}}{2}-4\sqrt{2}=\dfrac{5\sqrt{2}}{2}-\dfrac{8\sqrt{2}}{2}$

$=-\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$

6 (1) $\sqrt{6}\times\sqrt{3}+\sqrt{32}=3\sqrt{2}+4\sqrt{2}=7\sqrt{2}$

(2) $\sqrt{27}-\sqrt{18}\times\sqrt{6}=3\sqrt{3}-6\sqrt{3}=-3\sqrt{3}$

(3) $2\sqrt{24}-\sqrt{10}\times\sqrt{15}=4\sqrt{6}-5\sqrt{6}=-\sqrt{6}$

(4) $\sqrt{42}\div\sqrt{7}-\sqrt{54}=\sqrt{6}-3\sqrt{6}=-2\sqrt{6}$

(5) $2\sqrt{60}+\sqrt{75}\div\sqrt{5}=4\sqrt{15}+\sqrt{15}=5\sqrt{15}$

(6) $14\div\sqrt{7}+\sqrt{63}=\dfrac{14}{\sqrt{7}}+3\sqrt{7}=\dfrac{14\sqrt{7}}{7}+3\sqrt{7}$

$=2\sqrt{7}+3\sqrt{7}=5\sqrt{7}$

7 (1) $\sqrt{5}(4-\sqrt{5})=\sqrt{5}\times4-\sqrt{5}\times\sqrt{5}=4\sqrt{5}-5$

(2) $\sqrt{3}(\sqrt{32}-\sqrt{8})=\sqrt{3}\times\sqrt{32}-\sqrt{3}\times\sqrt{8}$

$=4\sqrt{6}-2\sqrt{6}=2\sqrt{6}$

別解 $\sqrt{3}(\sqrt{32}-\sqrt{8})=\sqrt{3}(4\sqrt{2}-2\sqrt{2})$

$=\sqrt{3}\times2\sqrt{2}=2\sqrt{6}$

(3) $\sqrt{10}(\sqrt{15}-\sqrt{14})=\sqrt{10}\times\sqrt{15}-\sqrt{10}\times\sqrt{14}$

$=5\sqrt{6}-2\sqrt{35}$

(4) $(\sqrt{5}+4)(\sqrt{5}-2)$

$=(\sqrt{5})^2+(4-2)\sqrt{5}+4\times(-2)=5+2\sqrt{5}-8$

$=-3+2\sqrt{5}$

(5) $(\sqrt{6}-7)(\sqrt{6}+3)$

$=(\sqrt{6})^2+(-7+3)\sqrt{6}+(-7)\times3=6-4\sqrt{6}-21$

$=-15-4\sqrt{6}$

(6) $(2+\sqrt{7})^2=2^2+2\times\sqrt{7}\times2+(\sqrt{7})^2$

$=4+4\sqrt{7}+7=11+4\sqrt{7}$

(7) $(\sqrt{3}-8)^2=(\sqrt{3})^2-2\times8\times\sqrt{3}+8^2$

$=3-16\sqrt{3}+64=67-16\sqrt{3}$

(8) $(\sqrt{7}+3)(\sqrt{7}-3)=(\sqrt{7})^2-3^2=7-9=-2$

(9) $(2\sqrt{5}-\sqrt{6})(2\sqrt{5}+\sqrt{6})=(2\sqrt{5})^2-(\sqrt{6})^2$

$=20-6=14$

8 (1) $\sqrt{300}=\sqrt{3\times100}=10\sqrt{3}$ だから,

$10\times1.732=17.32$

(2) $\sqrt{3000}=\sqrt{30\times100}=10\sqrt{30}$ だから,

$10\times5.477=54.77$

(3) $\sqrt{0.3}=\sqrt{\dfrac{30}{100}}=\dfrac{\sqrt{30}}{10}$ だから,

$\dfrac{1}{10}\times5.477=0.5477$

(4) $\sqrt{0.03}=\sqrt{\dfrac{3}{100}}=\dfrac{\sqrt{3}}{10}$ だから,

$\dfrac{1}{10}\times1.732=0.1732$

9 (1) $x^2-8x+16=(x-4)^2=(4+\sqrt{6}-4)^2$

$=(\sqrt{6})^2=6$

(2) $x^2-y^2=(x+y)(x-y)$

$=\{(4+\sqrt{6})+(4-\sqrt{6})\}\{(4+\sqrt{6})-(4-\sqrt{6})\}$

$=8\times2\sqrt{6}=16\sqrt{6}$

(3) $x^2-2xy+y^2=(x-y)^2=\{(4+\sqrt{6})-(4-\sqrt{6})\}^2$

$=(2\sqrt{6})^2=24$

10 (1) $9<14<16$ で，$3<\sqrt{14}<4$ より，$\sqrt{14}$ の整数部分は 3 だから，$a=\sqrt{14}-3$

(2) $(a+3)^2=(\sqrt{14}-3+3)^2=(\sqrt{14})^2=14$

(3) $a(a+6)=(\sqrt{14}-3)(\sqrt{14}-3+6)$

$=(\sqrt{14}-3)(\sqrt{14}+3)=(\sqrt{14})^2-3^2=14-9=5$

11 $84=2^2\times3\times7$ だから，$n=3\times7$ とすると,

$\sqrt{84n}=\sqrt{(2^2\times3\times7)\times(3\times7)}=\sqrt{2^2\times3^2\times7^2}$

$=\sqrt{(2\times3\times7)^2}=\sqrt{42^2}=42$

よって，$n=21$

12 小数第2位を四捨五入して21.3になるのは，
21.25以上21.35未満の数だから，$21.25 \leqq a < 21.35$
また，誤差の絶対値は最大で，$21.3-21.25=0.05$

13 1，6，9，0の4けたが有効数字だから，
$1690000=1.690\times1000000=1.690\times10^6$(km)

❖演習問題❖

➡p.115

1 (1) ア　(2) 16個

2 $\dfrac{3\sqrt{5}}{5}$

3 (1) $4\sqrt{3}$　(2) $2\sqrt{3}$　(3) $7\sqrt{6}$
(4) $2\sqrt{3}$　(5) $\sqrt{5}$　(6) $-4\sqrt{6}$

4 (1) $5\sqrt{2}$　(2) $2\sqrt{2}$　(3) $2\sqrt{6}$
(4) $17+8\sqrt{2}$　(5) $7+2\sqrt{6}$　(6) 3

5 (1) 7　(2) 2　(3) $n=14$

6 $129.5 \leqq a < 130.5$

解説

1 (1) $\left(\dfrac{2}{\sqrt{3}}\right)^2=\dfrac{4}{3}=\dfrac{12}{9}$，$\left(\dfrac{\sqrt{2}}{3}\right)^2=\dfrac{2}{9}$，

$\left(\sqrt{\dfrac{2}{3}}\right)^2=\dfrac{2}{3}=\dfrac{6}{9}$，$\left(\dfrac{2}{3}\right)^2=\dfrac{4}{9}$ で，

$\dfrac{2}{9}<\dfrac{4}{9}<\dfrac{6}{9}<\dfrac{12}{9}$ だから，最も大きい数は，

$\dfrac{2}{\sqrt{3}}$

(2) $64<a<81$ より，65，66，67，68，69，70，
71，72，73，74，75，76，77，78，79，80の16個。

2 $\dfrac{3}{\sqrt{5}}=\dfrac{3\times\sqrt{5}}{\sqrt{5}\times\sqrt{5}}=\dfrac{3\sqrt{5}}{5}$

3 (1) $4\sqrt{6}\div\sqrt{2}=\dfrac{4\sqrt{6}}{\sqrt{2}}=\dfrac{4\sqrt{2\times3}}{\sqrt{2}}=4\sqrt{3}$

(2) $\sqrt{27}-\sqrt{3}=3\sqrt{3}-\sqrt{3}=2\sqrt{3}$

(3) $\sqrt{24}+5\sqrt{6}=2\sqrt{6}+5\sqrt{6}=7\sqrt{6}$

(4) $\sqrt{27}-\sqrt{12}+\sqrt{3}=3\sqrt{3}-2\sqrt{3}+\sqrt{3}=2\sqrt{3}$

(5) $\sqrt{20}+2\sqrt{5}-\sqrt{45}=2\sqrt{5}+2\sqrt{5}-3\sqrt{5}=\sqrt{5}$

(6) $\sqrt{54}-\dfrac{42}{\sqrt{6}}=3\sqrt{6}-\dfrac{42\sqrt{6}}{6}=3\sqrt{6}-7\sqrt{6}$
$=-4\sqrt{6}$

4 (1) $\sqrt{8}+\sqrt{6}\times\sqrt{3}=2\sqrt{2}+3\sqrt{2}=5\sqrt{2}$

(2) $\sqrt{6}\div\sqrt{3}+\sqrt{2}=\sqrt{2}+\sqrt{2}=2\sqrt{2}$

(3) $\sqrt{3}(\sqrt{18}-\sqrt{2})=\sqrt{3}\times\sqrt{18}-\sqrt{3}\times\sqrt{2}$
$=3\sqrt{6}-\sqrt{6}=2\sqrt{6}$

別解 $\sqrt{3}(\sqrt{18}-\sqrt{2})=\sqrt{3}(3\sqrt{2}-\sqrt{2})$
$=\sqrt{3}\times2\sqrt{2}=2\sqrt{6}$

(4) $(\sqrt{2}+3)(\sqrt{2}+5)=(\sqrt{2})^2+(3+5)\sqrt{2}+3\times5$
$=2+8\sqrt{2}+15=17+8\sqrt{2}$

(5) $(\sqrt{6}+1)^2=(\sqrt{6})^2+2\times1\times\sqrt{6}+1^2$
$=6+2\sqrt{6}+1=7+2\sqrt{6}$

(6) $(\sqrt{7}+2)(\sqrt{7}-2)=(\sqrt{7})^2-2^2=7-4=3$

5 (1) $x^2-6x+9=(x-3)^2=(3-\sqrt{7}-3)^2$
$=(-\sqrt{7})^2=7$

(2) $4<6<9$ で，$2<\sqrt{6}<3$ より，$\sqrt{6}$ の整数部

分は 2 だから，$a=\sqrt{6}-2$

$a(a+4)=(\sqrt{6}-2)(\sqrt{6}-2+4)$

$=(\sqrt{6}-2)(\sqrt{6}+2)=(\sqrt{6})^2-2^2=6-4=2$

(3) $2016=2^5\times3^2\times7$ だから，$n=2\times7$ とすると，

$\sqrt{2016n}=\sqrt{(2^5\times3^2\times7)\times(2\times7)}=\sqrt{2^6\times3^2\times7^2}$

$=\sqrt{(2^3\times3\times7)^2}=\sqrt{168^2}=168$

よって，$n=14$

6 小数第 1 位を四捨五入して 130 になるのは，129.5 以上 130.5 未満の数だから，$129.5\leqq a<130.5$

❖実戦問題❖

➡p.116〜p.117

1 (1) $8<5\sqrt{3}<\sqrt{79}$　(2) 13 個

2 (1) 2　(2) $\dfrac{2\sqrt{6}}{3}$　(3) $5\sqrt{6}$

(4) $8\sqrt{5}$　(5) $7\sqrt{2}$　(6) $-3\sqrt{3}$

(7) $3\sqrt{5}$　(8) $-3\sqrt{3}$　(9) $\sqrt{3}$

(10) $6\sqrt{5}$　(11) $3\sqrt{2}$　(12) $2\sqrt{3}$

(13) $8\sqrt{3}$　(14) $\sqrt{3}$　(15) $3\sqrt{5}$

(16) $7\sqrt{2}$　(17) $-6\sqrt{3}$　(18) $4\sqrt{2}$

3 (1) $6\sqrt{6}$　(2) $-\sqrt{2}$　(3) $2\sqrt{3}$

(4) $7\sqrt{6}$　(5) $5\sqrt{3}$　(6) $4\sqrt{2}$

(7) $-6\sqrt{6}$　(8) $3\sqrt{5}$　(9) $3\sqrt{3}$

4 (1) $4+2\sqrt{15}$　(2) $1+3\sqrt{5}$

(3) $4+2\sqrt{3}$　(4) $5-\sqrt{7}$

(5) $14+6\sqrt{5}$　(6) $-4+3\sqrt{6}$

(7) $7-2\sqrt{10}$　(8) 4

(9) -1　(10) 7

(11) $2+\sqrt{2}$　(12) $3-\sqrt{3}$

(13) $6-7\sqrt{3}$　(14) 3

(15) $7-2\sqrt{3}$　(16) 5

(17) $4+\sqrt{3}$　(18) $7+5\sqrt{3}$

5 (1) 6　(2) $8\sqrt{6}$　(3) 8

(4) $n=98$　(5) $a=5$

6 7.783×10^8km

解説

1 (1) $(5\sqrt{3})^2=75$，$8^2=64$，$(\sqrt{79})^2=79$

$64<75<79$ より，$8<5\sqrt{3}<\sqrt{79}$

(2) $9<\dfrac{n}{2}<16$ より，19，20，21，22，23，24，25，26，27，28，29，30，31 の 13 個。

2 (1) $\sqrt{12}\times\sqrt{2}\div\sqrt{6}=\dfrac{\sqrt{12}\times\sqrt{2}}{\sqrt{6}}=\dfrac{2\sqrt{6}}{\sqrt{6}}=2$

(2) $\dfrac{\sqrt{2}}{3}\div\dfrac{\sqrt{3}}{6}=\dfrac{\sqrt{2}}{3}\times\dfrac{6}{\sqrt{3}}=\dfrac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$

$=\dfrac{2\sqrt{2}\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\dfrac{2\sqrt{6}}{3}$

(3) $3\sqrt{6}+\sqrt{24}=3\sqrt{6}+2\sqrt{6}=5\sqrt{6}$

(4) $\sqrt{45}+5\sqrt{5}=3\sqrt{5}+5\sqrt{5}=8\sqrt{5}$

(5) $\sqrt{50}+\sqrt{8}=5\sqrt{2}+2\sqrt{2}=7\sqrt{2}$

(6) $\sqrt{27}-6\sqrt{3}=3\sqrt{3}-6\sqrt{3}=-3\sqrt{3}$

(7) $6\sqrt{5}-\sqrt{45}=6\sqrt{5}-3\sqrt{5}=3\sqrt{5}$

(8) $\sqrt{12}-\sqrt{75}=2\sqrt{3}-5\sqrt{3}=-3\sqrt{3}$

(9) $\sqrt{75}-\sqrt{48}=5\sqrt{3}-4\sqrt{3}=\sqrt{3}$

(10) $7\sqrt{5}-\sqrt{45}+\sqrt{20}=7\sqrt{5}-3\sqrt{5}+2\sqrt{5}=6\sqrt{5}$

(11) $\sqrt{32}-2\sqrt{18}+5\sqrt{2}=4\sqrt{2}-6\sqrt{2}+5\sqrt{2}=3\sqrt{2}$

(12) $\sqrt{27}-\sqrt{75}+2\sqrt{12}=3\sqrt{3}-5\sqrt{3}+4\sqrt{3}=2\sqrt{3}$

(13) $\sqrt{27}+\dfrac{15}{\sqrt{3}}=3\sqrt{3}+\dfrac{15\sqrt{3}}{3}=3\sqrt{3}+5\sqrt{3}$
$=8\sqrt{3}$

(14) $\sqrt{48}-\dfrac{9}{\sqrt{3}}=4\sqrt{3}-\dfrac{9\sqrt{3}}{3}=4\sqrt{3}-3\sqrt{3}=\sqrt{3}$

(15) $\sqrt{125}-\dfrac{10}{\sqrt{5}}=5\sqrt{5}-\dfrac{10\sqrt{5}}{5}=5\sqrt{5}-2\sqrt{5}$
$=3\sqrt{5}$

(16) $\sqrt{2}-\sqrt{8}+\dfrac{16}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}-2\sqrt{2}+\dfrac{16\sqrt{2}}{2}$
$=\sqrt{2}-2\sqrt{2}+8\sqrt{2}=7\sqrt{2}$

(17) $\sqrt{27}-\dfrac{12}{\sqrt{3}}-\sqrt{75}=3\sqrt{3}-\dfrac{12\sqrt{3}}{3}-5\sqrt{3}$
$=3\sqrt{3}-4\sqrt{3}-5\sqrt{3}=-6\sqrt{3}$

(18) $3\sqrt{8}-\sqrt{50}+\dfrac{6}{\sqrt{2}}=6\sqrt{2}-5\sqrt{2}+\dfrac{6\sqrt{2}}{2}$
$=6\sqrt{2}-5\sqrt{2}+3\sqrt{2}=4\sqrt{2}$

3 (1) $7\sqrt{2}\times\sqrt{3}-\sqrt{6}=7\sqrt{6}-\sqrt{6}=6\sqrt{6}$

(2) $\sqrt{6}\div\sqrt{3}-2\sqrt{2}=\sqrt{2}-2\sqrt{2}=-\sqrt{2}$

(3) $\sqrt{27}-\sqrt{6}\div\sqrt{2}=3\sqrt{3}-\sqrt{3}=2\sqrt{3}$

(4) $\sqrt{3}\times\sqrt{32}+3\sqrt{6}=\sqrt{3}\times4\sqrt{2}+3\sqrt{6}$
$=4\sqrt{6}+3\sqrt{6}=7\sqrt{6}$

(5) $\sqrt{72}\div\sqrt{6}+\sqrt{27}=2\sqrt{3}+3\sqrt{3}=5\sqrt{3}$

(6) $\sqrt{6}\times\sqrt{3}+\sqrt{6}\div\sqrt{3}=3\sqrt{2}+\sqrt{2}=4\sqrt{2}$

(7) $\sqrt{30}\div\sqrt{5}-\sqrt{42}\times\sqrt{7}=\sqrt{6}-7\sqrt{6}=-6\sqrt{6}$

(8) $\sqrt{20}+\sqrt{15}\times\dfrac{1}{\sqrt{3}}=2\sqrt{5}+\sqrt{5}=3\sqrt{5}$

(9) $\sqrt{2}\times\sqrt{6}+\dfrac{3}{\sqrt{3}}=2\sqrt{3}+\dfrac{3\sqrt{3}}{3}$
$=2\sqrt{3}+\sqrt{3}=3\sqrt{3}$

4 (1) $(\sqrt{3}+\sqrt{5})(3\sqrt{3}-\sqrt{5})$
$=\sqrt{3}\times3\sqrt{3}+\sqrt{3}\times(-\sqrt{5})$
$+\sqrt{5}\times3\sqrt{3}+\sqrt{5}\times(-\sqrt{5})$
$=9-\sqrt{15}+3\sqrt{15}-5=4+2\sqrt{15}$

(2) $(\sqrt{5}+4)(\sqrt{5}-1)=(\sqrt{5})^2+(4-1)\sqrt{5}+4\times(-1)$
$=5+3\sqrt{5}-4=1+3\sqrt{5}$

(3) $(\sqrt{3}+1)^2=(\sqrt{3})^2+2\times1\times\sqrt{3}+1^2$
$=3+2\sqrt{3}+1=4+2\sqrt{3}$

(4) $(\sqrt{7}+1)(\sqrt{7}-2)=(\sqrt{7})^2+(1-2)\sqrt{7}+1\times(-2)$
$=7-\sqrt{7}-2=5-\sqrt{7}$

(5) $(\sqrt{5}+3)^2=(\sqrt{5})^2+2\times3\times\sqrt{5}+3^2$
$=5+6\sqrt{5}+9=14+6\sqrt{5}$

(6) $(\sqrt{6}+5)(\sqrt{6}-2)=(\sqrt{6})^2+(5-2)\sqrt{6}+5\times(-2)$
$=6+3\sqrt{6}-10=-4+3\sqrt{6}$

(7) $(\sqrt{2}-\sqrt{5})^2=(\sqrt{2})^2-2\times\sqrt{5}\times\sqrt{2}+(\sqrt{5})^2$
$=2-2\sqrt{10}+5=7-2\sqrt{10}$

(8) $(\sqrt{7}+\sqrt{3})(\sqrt{7}-\sqrt{3})=(\sqrt{7})^2-(\sqrt{3})^2=7-3$
$=4$

(9) $(3+\sqrt{8})(2\sqrt{2}-3)=(\sqrt{8}+3)(\sqrt{8}-3)$
$=(\sqrt{8})^2-3^2=8-9=-1$

(10) $(2\sqrt{3}+\sqrt{5})\left(\dfrac{6}{\sqrt{3}}-\sqrt{5}\right)$
$=(2\sqrt{3}+\sqrt{5})\left(\dfrac{6\sqrt{3}}{3}-\sqrt{5}\right)$
$=(2\sqrt{3}+\sqrt{5})(2\sqrt{3}-\sqrt{5})=(2\sqrt{3})^2-(\sqrt{5})^2$
$=12-5=7$

(11) $\sqrt{2}(\sqrt{2}-1)+\sqrt{8}=2-\sqrt{2}+2\sqrt{2}=2+\sqrt{2}$

(12) $\sqrt{3}(\sqrt{3}-5)+\sqrt{48}=3-5\sqrt{3}+4\sqrt{3}=3-\sqrt{3}$

(13) $\sqrt{6}(\sqrt{2}+\sqrt{6})-\dfrac{27}{\sqrt{3}}=2\sqrt{3}+6-\dfrac{27\sqrt{3}}{3}$
$=2\sqrt{3}+6-9\sqrt{3}=6-7\sqrt{3}$

(14) $(\sqrt{2}+1)^2-\sqrt{8}=2+2\sqrt{2}+1-2\sqrt{2}=3$

(15) $(2-\sqrt{3})^2+\sqrt{12}=4-4\sqrt{3}+3+2\sqrt{3}=7-2\sqrt{3}$

(16) $(\sqrt{2}-\sqrt{3})^2+\sqrt{24}=2-2\sqrt{6}+3+2\sqrt{6}=5$

(17) $\dfrac{9}{\sqrt{3}}+(\sqrt{3}-1)^2=\dfrac{9\sqrt{3}}{3}+3-2\sqrt{3}+1$
$=3\sqrt{3}+3-2\sqrt{3}+1=4+\sqrt{3}$

(18) $(2-\sqrt{3})^2+\dfrac{27}{\sqrt{3}}=4-4\sqrt{3}+3+\dfrac{27\sqrt{3}}{3}$
$=4-4\sqrt{3}+3+9\sqrt{3}=7+5\sqrt{3}$

5 (1) $x^2-xy=x(x-y)=(3+\sqrt{3})(3+\sqrt{3}-2\sqrt{3})$
$=(3+\sqrt{3})(3-\sqrt{3})=3^2-(\sqrt{3})^2=9-3=6$

(2) $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$
$=\{(2+\sqrt{6})+(2-\sqrt{6})\}\{(2+\sqrt{6})-(2-\sqrt{6})\}$
$=4\times2\sqrt{6}=8\sqrt{6}$

(3) $x^2-6x-3=x(x-6)-3$
$=(3-2\sqrt{5})(3-2\sqrt{5}-6)-3$
$=(-2\sqrt{5}+3)(-2\sqrt{5}-3)-3=(-2\sqrt{5})^2-3^2-3$
$=20-9-3=8$

別解 $x^2-6x-3=x^2-6x+9-12$
$=(x-3)^2-12=(3-2\sqrt{5}-3)^2-12$
$=(-2\sqrt{5})^2-12=20-12=8$

(4) $72=2^3\times3^2$ より，$n=2\times7^2$ とすると，
$\dfrac{\sqrt{72n}}{7}=\dfrac{\sqrt{(2^3\times3^2)\times(2\times7^2)}}{7}$
$=\dfrac{\sqrt{2^4\times3^2\times7^2}}{7}=\dfrac{7\times\sqrt{(2^2\times3)^2}}{7}=\sqrt{12^2}=12$
よって，$n=98$

(5) $1\leqq51-7a$ より，$a=1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 7$
よって，
$a=1$ のとき，$51-7\times1=44$
$a=2$ のとき，$51-7\times2=37$
$a=3$ のとき，$51-7\times3=30$
$a=4$ のとき，$51-7\times4=23$
$a=5$ のとき，$51-7\times5=16$
$a=6$ のとき，$51-7\times6=9$
$a=7$ のとき，$51-7\times7=2$

これより，$\sqrt{51-7a}$ が自然数となるような自然数 a のうち，最も小さい数は，$a=5$

6 7，7，8，3 の 4 けたが有効数字だから，
$778300000=7.783\times100000000=7.783\times10^8$(km)

20 2次方程式

❖確認問題❖

➡p.118〜p.120

1 (1) $x=\pm5\sqrt{2}$　(2) $x=\pm2\sqrt{5}$
(3) $x=-6\pm\sqrt{2}$　(4) $x=-1\pm2\sqrt{2}$
(5) $x=5,\ -9$　(6) $x=4,\ -2$
(7) $x=3,\ -15$　(8) $x=-5\pm2\sqrt{3}$
(9) $x=12,\ 2$

2 (1) $x=2,\ -7$　(2) $x=3,\ -5$
(3) $x=1,\ 9$　(4) $x=-4,\ -6$
(5) $x=7,\ 8$　(6) $x=-2,\ 4$
(7) $x=1,\ -7$　(8) $x=-3,\ -9$
(9) $x=-6,\ 8$　(10) $x=0,\ 5$
(11) $x=-4$　(12) $x=8$

3 (1) $x=\dfrac{-5\pm\sqrt{17}}{2}$　(2) $x=\dfrac{-3\pm\sqrt{33}}{2}$
(3) $x=\dfrac{-7\pm\sqrt{37}}{2}$　(4) $x=\dfrac{1\pm\sqrt{17}}{2}$
(5) $x=\dfrac{3\pm\sqrt{41}}{4}$　(6) $x=\dfrac{-5\pm\sqrt{37}}{6}$
(7) $x=2\pm\sqrt{10}$　(8) $x=-1\pm\sqrt{5}$
(9) $x=\dfrac{-1\pm\sqrt{7}}{3}$　(10) $x=\dfrac{-3\pm\sqrt{7}}{2}$
(11) $x=\dfrac{4}{3},\ -1$　(12) $x=\dfrac{3}{2},\ -2$

4 (1) $x=3,\ -7$　(2) $x=2,\ 5$
(3) $x=3,\ -9$　(4) $x=-1,\ -3$
(5) $x=-5,\ 6$　(6) $x=\dfrac{-7\pm\sqrt{17}}{2}$
(7) $x=-2,\ -3$　(8) $x=4,\ -7$
(9) $x=-2,\ -8$　(10) $x=\dfrac{-5\pm\sqrt{21}}{2}$
(11) $x=-3,\ 5$　(12) $x=-5$
(13) $x=4,\ 9$　(14) $x=\dfrac{-3\pm\sqrt{17}}{2}$
(15) $x=\dfrac{1\pm\sqrt{29}}{2}$

5 (1) $a=15$，もう 1 つの解…$x=5$
(2) $a=-7$，もう 1 つの解…$x=-1$
(3) $a=-8$，$b=7$　(4) $a=6$，$b=8$

6 6cm

7 3

解説

1 (1) $x^2=50$　$x=\pm\sqrt{50}$　$x=\pm5\sqrt{2}$
(2) $3x^2-60=0$　$3x^2=60$　$x^2=20$
$x=\pm\sqrt{20}$　$x=\pm2\sqrt{5}$

(3) $(x+6)^2=2$　$x+6=\pm\sqrt{2}$　$x=-6\pm\sqrt{2}$

(4) $(x+1)^2=8$　$x+1=\pm2\sqrt{2}$　$x=-1\pm2\sqrt{2}$

(5) $(x+2)^2=49$　$x+2=\pm7$

$x+2=7$ より, $x=5$　$x+2=-7$ より, $x=-9$

よって，$x=5,\ -9$

(6) $(x-1)^2=9$　$x-1=\pm3$

$x-1=3$ より, $x=4$　$x-1=-3$ より, $x=-2$

よって，$x=4,\ -2$

(7) $(x+6)^2=81$　$x+6=\pm9$

$x+6=9$ より, $x=3$　$x+6=-9$ より, $x=-15$

よって，$x=3,\ -15$

(8) $(x+5)^2-12=0$　$(x+5)^2=12$

$x+5=\pm2\sqrt{3}$　$x=-5\pm2\sqrt{3}$

(9) $(x-7)^2-25=0$　$(x-7)^2=25$　$x-7=\pm5$

$x-7=5$ より, $x=12$　$x-7=-5$ より, $x=2$

よって，$x=12,\ 2$

2 (1) $x^2+5x-14=0$　$(x-2)(x+7)=0$

$x=2,\ -7$

(2) $x^2+2x-15=0$　$(x-3)(x+5)=0$

$x=3,\ -5$

(3) $x^2-10x+9=0$　$(x-1)(x-9)=0$　$x=1, 9$

(4) $x^2+10x+24=0$　$(x+4)(x+6)=0$

$x=-4,\ -6$

(5) $x^2-15x+56=0$　$(x-7)(x-8)=0$

$x=7,\ 8$

(6) $x^2-2x-8=0$　$(x+2)(x-4)=0$

$x=-2,\ 4$

(7) $x^2+6x-7=0$　$(x-1)(x+7)=0$

$x=1,\ -7$

(8) $x^2+12x+27=0$　$(x+3)(x+9)=0$

$x=-3,\ -9$

(9) $x^2-2x-48=0$　$(x+6)(x-8)=0$

$x=-6,\ 8$

(10) $x^2-5x=0$　$x(x-5)=0$　$x=0,\ 5$

(11) $x^2+8x+16=0$　$(x+4)^2=0$　$x=-4$

(12) $x^2-16x+64=0$　$(x-8)^2=0$　$x=8$

3 2 次方程式の解の公式を利用する。

(1) $x=\dfrac{-5\pm\sqrt{5^2-4\times1\times2}}{2\times1}=\dfrac{-5\pm\sqrt{17}}{2}$

(2) $x=\dfrac{-3\pm\sqrt{3^2-4\times1\times(-6)}}{2\times1}=\dfrac{-3\pm\sqrt{33}}{2}$

(3) $x=\dfrac{-7\pm\sqrt{7^2-4\times1\times3}}{2\times1}=\dfrac{-7\pm\sqrt{37}}{2}$

(4) $x=\dfrac{-(-1)\pm\sqrt{(-1)^2-4\times1\times(-4)}}{2\times1}=\dfrac{1\pm\sqrt{17}}{2}$

(5) $x=\dfrac{-(-3)\pm\sqrt{(-3)^2-4\times2\times(-4)}}{2\times2}=\dfrac{3\pm\sqrt{41}}{4}$

(6) $x=\dfrac{-5\pm\sqrt{5^2-4\times3\times(-1)}}{2\times3}=\dfrac{-5\pm\sqrt{37}}{6}$

(7) $x=\dfrac{-(-4)\pm\sqrt{(-4)^2-4\times1\times(-6)}}{2\times1}=\dfrac{4\pm\sqrt{40}}{2}$

$=\dfrac{4\pm2\sqrt{10}}{2}=2\pm\sqrt{10}$

(8) $x=\dfrac{-2\pm\sqrt{2^2-4\times1\times(-4)}}{2\times1}=\dfrac{-2\pm\sqrt{20}}{2}$

$=\dfrac{-2\pm2\sqrt{5}}{2}=-1\pm\sqrt{5}$

(9) $x=\dfrac{-2\pm\sqrt{2^2-4\times3\times(-2)}}{2\times3}=\dfrac{-2\pm\sqrt{28}}{6}$

$=\dfrac{-2\pm2\sqrt{7}}{6}=\dfrac{-1\pm\sqrt{7}}{3}$

(10) $x=\dfrac{-6\pm\sqrt{6^2-4\times2\times1}}{2\times2}=\dfrac{-6\pm\sqrt{28}}{4}$

$=\dfrac{-6\pm2\sqrt{7}}{4}=\dfrac{-3\pm\sqrt{7}}{2}$

(11) $x=\dfrac{-(-1)\pm\sqrt{(-1)^2-4\times3\times(-4)}}{2\times3}=\dfrac{1\pm\sqrt{49}}{6}$

$=\dfrac{1\pm7}{6}$

$x=\dfrac{1+7}{6}$ より, $x=\dfrac{4}{3}$　$x=\dfrac{1-7}{6}$ より, $x=-1$

よって，$x=\dfrac{4}{3},\ -1$

(12) $x=\dfrac{-1\pm\sqrt{1^2-4\times2\times(-6)}}{2\times2}=\dfrac{-1\pm\sqrt{49}}{4}$

$=\dfrac{-1\pm7}{4}$

$x=\dfrac{-1+7}{4}$ より，$x=\dfrac{3}{2}$

$x=\dfrac{-1-7}{4}$ より，$x=-2$

よって，$x=\dfrac{3}{2},\ -2$

4 (1) $x^2+6x=2x+21$　$x^2+4x-21=0$

$(x-3)(x+7)=0$　$x=3,\ -7$

(2) $x^2-4x=3x-10$　$x^2-7x+10=0$

$(x-2)(x-5)=0$　$x=2,\ 5$

(3) $x^2-14=-6x+13$　$x^2+6x-27=0$

$(x-3)(x+9)=0$　$x=3,\ -9$

(4) $x^2+5x+5=x+2$　$x^2+4x+3=0$

$(x+1)(x+3)=0$　$x=-1,\ -3$

(5) $x^2+8x-10=9x+20$　$x^2-x-30=0$

$(x+5)(x-6)=0$　$x=-5,\ 6$

(6) $x^2+6x+7=-x-1$　$x^2+7x+8=0$

$x=\dfrac{-7\pm\sqrt{7^2-4\times1\times8}}{2\times1}=\dfrac{-7\pm\sqrt{17}}{2}$

(7) $(x+1)(x+4)=-2$　$x^2+5x+4=-2$

$x^2+5x+6=0$　$(x+2)(x+3)=0$

$x=-2,\ -3$

(8) $(x-2)(x+5)=18$　$x^2+3x-10=18$

$x^2+3x-28=0$　$(x-4)(x+7)=0$　$x=4, -7$

(9) $(x+4)^2=-2x$　$x^2+8x+16=-2x$

$x^2+10x+16=0$　$(x+2)(x+8)=0$

$x=-2,\ -8$

(10) $(x+2)(x+3)=5$　$x^2+5x+6=5$

$x^2+5x+1=0$

$x=\dfrac{-5\pm\sqrt{5^2-4\times1\times1}}{2\times1}=\dfrac{-5\pm\sqrt{21}}{2}$

(11) $(x-1)(x-8)=-7x+23$

$x^2-9x+8=-7x+23$　$x^2-2x-15=0$

$(x+3)(x-5)=0$　$x=-3,\ 5$

(12) $(x+4)(x+8)=2x+7$　$x^2+12x+32=2x+7$

$x^2+10x+25=0$　$(x+5)^2=0$　$x=-5$

(13) $(x-2)(x-8)=3x-20$　$x^2-10x+16=3x-20$

$x^2-13x+36=0$　$(x-4)(x-9)=0$　$x=4, 9$

(14) $(x+3)(x+5)=5x+17$　$x^2+8x+15=5x+17$

$x^2+3x-2=0$

$x=\dfrac{-3\pm\sqrt{3^2-4\times1\times(-2)}}{2\times1}=\dfrac{-3\pm\sqrt{17}}{2}$

(15) $(x+3)(x-7)=-3x-14$

$x^2-4x-21=-3x-14$　$x^2-x-7=0$

$x=\dfrac{-(-1)\pm\sqrt{(-1)^2-4\times1\times(-7)}}{2\times1}=\dfrac{1\pm\sqrt{29}}{2}$

5 (1) $x^2-8x+a=0$ に $x=3$ を代入して,

$3^2-8\times3+a=0$　$9-24+a=0$　$a=15$

もとの方程式に $a=15$ を代入して,

$x^2-8x+15=0$　$(x-3)(x-5)=0$　$x=3, 5$

よって，もう1つの解は，$x=5$

(2) $x^2+ax-8=0$ に $x=8$ を代入して,

$8^2+8a-8=0$　$8a=-56$　$a=-7$

もとの方程式に $a=-7$ を代入して,

$x^2-7x-8=0$　$(x+1)(x-8)=0$　$x=-1, 8$

よって，もう1つの解は，$x=-1$

(3) $x^2+ax+b=0$ に $x=1,\ 7$ をそれぞれ代入して,

$\begin{cases}1+a+b=0\\49+7a+b=0\end{cases}$

これを解くと，$a=-8,\ b=7$

(4) $x^2+ax+b=0$ に $x=-2,\ -4$ をそれぞれ代入して, $\begin{cases}4-2a+b=0\\16-4a+b=0\end{cases}$

これを解くと，$a=6,\ b=8$

6 もとの長方形の縦の長さを $x$cm とすると,

$(x+3)(x+4+3)=117$

これを解くと，$x=6,\ -16$ で，$x>0$ より，$x=6$

よって，6cm

7 小さい方の自然数を x とすると, $x^2+(x+4)^2=58$

これを解くと，$x=3,\ -7$ で，$x>0$ より，$x=3$

よって，3

❖演習問題❖

➡p.121

1 (1) $x=2\pm\sqrt{6}$　(2) $x=7,\ -9$

(3) $x=1,\ -7$

2 (1) $x=3,\ -4$　(2) $x=1,\ 5$

(3) $x=-1,\ 8$　(4) $x=2,\ -8$

(5) $x=-3,\ 6$　(6) $x=5$

3 (1) $x=\dfrac{-1\pm\sqrt{5}}{2}$　(2) $x=\dfrac{-7\pm\sqrt{29}}{2}$

(3) $x=\dfrac{-5\pm\sqrt{37}}{2}$　(4) $x=\dfrac{3\pm\sqrt{17}}{2}$

(5) $x=\dfrac{-5\pm\sqrt{17}}{4}$　(6) $x=\dfrac{5\pm\sqrt{13}}{6}$

4 (1) $x=0,\ 3$　(2) $x=-1,\ 2$

(3) $x=\dfrac{-5\pm\sqrt{21}}{2}$　(4) $x=\dfrac{1\pm\sqrt{13}}{2}$

(5) $x=\dfrac{5\pm\sqrt{13}}{2}$　(6) $x=-1,\ 5$

5 (1) $a=-6$

(2) $a=-6$, もう1つの解…$x=2$

6 方程式…$\pi x^2\times2+2\times2\pi x=96\pi$, 6cm

解説

1 (1) $(x-2)^2=6$　$x-2=\pm\sqrt{6}$　$x=2\pm\sqrt{6}$

(2) $(x+1)^2=64$　$x+1=\pm8$

$x+1=8$ より, $x=7$　$x+1=-8$ より, $x=-9$

よって，$x=7,\ -9$

(3) $(x+3)^2-16=0$　$(x+3)^2=16$　$x+3=\pm4$

$x+3=4$ より, $x=1$　$x+3=-4$ より, $x=-7$

よって，$x=1,\ -7$

2 (1) $x^2+x-12=0$　$(x-3)(x+4)=0$

$x=3,\ -4$

(2) $x^2-6x+5=0$　$(x-1)(x-5)=0$　$x=1, 5$

(3) $x^2-7x-8=0$　$(x+1)(x-8)=0$

$x=-1,\ 8$

(4) $x^2+6x-16=0$　$(x-2)(x+8)=0$

$x=2,\ -8$

(5) $x^2-3x-18=0$　$(x+3)(x-6)=0$

$x=-3,\ 6$

(6) $x^2-10x+25=0$　$(x-5)^2=0$　$x=5$

3 2次方程式の解の公式を利用する。

(1) $x=\dfrac{-1\pm\sqrt{1^2-4\times1\times(-1)}}{2\times1}=\dfrac{-1\pm\sqrt{5}}{2}$

(2) $x=\dfrac{-7\pm\sqrt{7^2-4\times1\times5}}{2\times1}=\dfrac{-7\pm\sqrt{29}}{2}$

(3) $x=\dfrac{-5\pm\sqrt{5^2-4\times1\times(-3)}}{2\times1}=\dfrac{-5\pm\sqrt{37}}{2}$

(4) $x=\dfrac{-(-3)\pm\sqrt{(-3)^2-4\times1\times(-2)}}{2\times1}=\dfrac{3\pm\sqrt{17}}{2}$

(5) $x=\dfrac{-5\pm\sqrt{5^2-4\times2\times1}}{2\times2}=\dfrac{-5\pm\sqrt{17}}{4}$

(6) $x=\dfrac{-(-5)\pm\sqrt{(-5)^2-4\times3\times1}}{2\times3}=\dfrac{5\pm\sqrt{13}}{6}$

4 (1) $x^2=3x$　$x^2-3x=0$　$x(x-3)=0$
$x=0,\ 3$

(2) $x^2=x+2$　$x^2-x-2=0$　$(x+1)(x-2)=0$
$x=-1,\ 2$

(3) $x^2+7x=2x-1$　$x^2+5x+1=0$
$x=\dfrac{-5\pm\sqrt{5^2-4\times1\times1}}{2\times1}=\dfrac{-5\pm\sqrt{21}}{2}$

(4) $x^2+2x=3(x+1)$　$x^2+2x=3x+3$
$x^2-x-3=0$
$x=\dfrac{-(-1)\pm\sqrt{(-1)^2-4\times1\times(-3)}}{2\times1}=\dfrac{1\pm\sqrt{13}}{2}$

(5) $(x+1)(x-6)+9=0$　$x^2-5x-6+9=0$
$x^2-5x+3=0$
$x=\dfrac{-(-5)\pm\sqrt{(-5)^2-4\times1\times3}}{2\times1}=\dfrac{5\pm\sqrt{13}}{2}$

(6) $x(x+6)=5(2x+1)$　$x^2+6x=10x+5$
$x^2-4x-5=0$　$(x+1)(x-5)=0$　$x=-1, 5$

5 (1) $x^2-x+a=0$ に $x=3$ を代入して,
$3^2-3+a=0$　$9-3+a=0$　$a=-6$

(2) $x^2+ax+8=0$ に $x=4$ を代入して,
$4^2+4a+8=0$　$4a=-24$　$a=-6$
もとの方程式に $a=-6$ を代入して,
$x^2-6x+8=0$　$(x-2)(x-4)=0$　$x=2, 4$
よって，もう 1 つの解は，$x=2$

6 底面の半径 $x$cm，高さ 2cm の円柱ができるから,
方程式は，$\pi x^2\times2+2\times2\pi x=96\pi$
これを解くと，$x=6,\ -8$
$x>0$ だから，$x=6$
よって，6cm

❖実戦問題❖

➡p.122～p.123

1 (1) $x=3\pm\sqrt{5}$　(2) $x=11,\ -7$
(3) $x=-2\pm\sqrt{5}$

2 (1) $x=1,\ -6$　(2) $x=-2,\ 8$
(3) $x=3,\ -8$　(4) $x=-3,\ 4$
(5) $x=2,\ -10$　(6) $x=0,\ 9$

3 (1) $x=\dfrac{-1\pm\sqrt{21}}{2}$　(2) $x=\dfrac{-7\pm3\sqrt{5}}{2}$
(3) $x=\dfrac{-3\pm\sqrt{29}}{2}$　(4) $x=\dfrac{-7\pm\sqrt{13}}{2}$
(5) $x=\dfrac{5\pm\sqrt{29}}{2}$　(6) $x=\dfrac{-5\pm\sqrt{5}}{2}$
(7) $x=\dfrac{1\pm\sqrt{13}}{6}$　(8) $x=\dfrac{1\pm\sqrt{17}}{4}$
(9) $x=\dfrac{-1\pm\sqrt{41}}{4}$　(10) $x=\dfrac{3\pm\sqrt{29}}{10}$
(11) $x=\dfrac{-9\pm\sqrt{21}}{6}$　(12) $x=\dfrac{-5\pm\sqrt{13}}{6}$
(13) $x=\dfrac{7\pm\sqrt{13}}{6}$　(14) $x=1\pm\sqrt{2}$
(15) $x=\dfrac{4\pm\sqrt{10}}{3}$

4 (1) $x=\dfrac{-1\pm\sqrt{33}}{2}$　(2) $x=\dfrac{5\pm\sqrt{13}}{2}$
(3) $x=-2,\ 4$　(4) $x=-3,\ 8$
(5) $x=-2,\ 10$　(6) $x=1,\ 5$
(7) $x=-2,\ 9$　(8) $x=\dfrac{1\pm\sqrt{17}}{2}$
(9) $x=-2,\ 3$　(10) $x=\dfrac{-1\pm\sqrt{13}}{2}$

5 (1) $a=10$　(2) $x=-3$

6 (1) $x=\dfrac{-3\pm\sqrt{13}}{2}$　(2) (3, 18)
(3) (1, 6), (2, 3)

7 7

8 方程式…$\dfrac{1}{2}\times3x\times(20-2x)=48$，2 秒後と 8 秒後

9 (1) 110 個
(2) 方程式…$100\left(1+\dfrac{x}{10}\right)\left(1+\dfrac{2x}{10}\right)=208$，$x=3$

解説

1 (1) $(x-3)^2=5$　$x-3=\pm\sqrt{5}$　$x=3\pm\sqrt{5}$

(2) $(x-2)^2=81$　$x-2=\pm9$
$x-2=9$ より, $x=11$　$x-2=-9$ より, $x=-7$
よって，$x=11,\ -7$

(3) $x^2+4x+4=5$　$(x+2)^2=5$　$x+2=\pm\sqrt{5}$
$x=-2\pm\sqrt{5}$

2 (1) $x^2+5x-6=0 \qquad (x-1)(x+6)=0$

$x=1,\ -6$

(2) $x^2-6x-16=0 \qquad (x+2)(x-8)=0$

$x=-2,\ 8$

(3) $x^2+5x-24=0 \qquad (x-3)(x+8)=0$

$x=3,\ -8$

(4) $x^2-x-12=0 \qquad (x+3)(x-4)=0$

$x=-3,\ 4$

(5) $x^2+8x-20=0 \qquad (x-2)(x+10)=0$

$x=2,\ -10$

(6) $x^2-9x=0 \qquad x(x-9)=0 \qquad x=0,\ 9$

3 2次方程式の解の公式を利用する。

(1) $x=\dfrac{-1\pm\sqrt{1^2-4\times1\times(-5)}}{2\times1}=\dfrac{-1\pm\sqrt{21}}{2}$

(2) $x=\dfrac{-7\pm\sqrt{7^2-4\times1\times1}}{2\times1}=\dfrac{-7\pm\sqrt{45}}{2}$

$=\dfrac{-7\pm3\sqrt{5}}{2}$

(3) $x=\dfrac{-3\pm\sqrt{3^2-4\times1\times(-5)}}{2\times1}=\dfrac{-3\pm\sqrt{29}}{2}$

(4) $x=\dfrac{-7\pm\sqrt{7^2-4\times1\times9}}{2\times1}=\dfrac{-7\pm\sqrt{13}}{2}$

(5) $x=\dfrac{-(-5)\pm\sqrt{(-5)^2-4\times1\times(-1)}}{2\times1}=\dfrac{5\pm\sqrt{29}}{2}$

(6) $x=\dfrac{-5\pm\sqrt{5^2-4\times1\times5}}{2\times1}=\dfrac{-5\pm\sqrt{5}}{2}$

(7) $x=\dfrac{-(-1)\pm\sqrt{(-1)^2-4\times3\times(-1)}}{2\times3}=\dfrac{1\pm\sqrt{13}}{6}$

(8) $x=\dfrac{-(-1)\pm\sqrt{(-1)^2-4\times2\times(-2)}}{2\times2}=\dfrac{1\pm\sqrt{17}}{4}$

(9) $x=\dfrac{-1\pm\sqrt{1^2-4\times2\times(-5)}}{2\times2}=\dfrac{-1\pm\sqrt{41}}{4}$

(10) $x=\dfrac{-(-3)\pm\sqrt{(-3)^2-4\times5\times(-1)}}{2\times5}=\dfrac{3\pm\sqrt{29}}{10}$

(11) $x=\dfrac{-9\pm\sqrt{9^2-4\times3\times5}}{2\times3}=\dfrac{-9\pm\sqrt{21}}{6}$

(12) $x=\dfrac{-5\pm\sqrt{5^2-4\times3\times1}}{2\times3}=\dfrac{-5\pm\sqrt{13}}{6}$

(13) $x=\dfrac{-(-7)\pm\sqrt{(-7)^2-4\times3\times3}}{2\times3}=\dfrac{7\pm\sqrt{13}}{6}$

(14) $x=\dfrac{-(-2)\pm\sqrt{(-2)^2-4\times1\times(-1)}}{2\times1}=\dfrac{2\pm\sqrt{8}}{2}$

$=\dfrac{2\pm2\sqrt{2}}{2}=1\pm\sqrt{2}$

(15) $x=\dfrac{-(-8)\pm\sqrt{(-8)^2-4\times3\times2}}{2\times3}=\dfrac{8\pm\sqrt{40}}{6}$

$=\dfrac{8\pm2\sqrt{10}}{6}=\dfrac{4\pm\sqrt{10}}{3}$

4 (1) $x^2=8-x \qquad x^2+x-8=0$

$x=\dfrac{-1\pm\sqrt{1^2-4\times1\times(-8)}}{2\times1}=\dfrac{-1\pm\sqrt{33}}{2}$

(2) $x^2-4x=x-3 \qquad x^2-5x+3=0$

$x=\dfrac{-(-5)\pm\sqrt{(-5)^2-4\times1\times3}}{2\times1}=\dfrac{5\pm\sqrt{13}}{2}$

(3) $(x+3)(x-3)=2x-1 \qquad x^2-9=2x-1$

$x^2-2x-8=0 \qquad (x+2)(x-4)=0 \qquad x=-2, 4$

(4) $x(x-1)=4(x+6) \qquad x^2-x=4x+24$

$x^2-5x-24=0 \qquad (x+3)(x-8)=0 \qquad x=-3, 8$

(5) $(x-8)(x+2)=2(x+2) \qquad x^2-6x-16=2x+4$

$x^2-8x-20=0 \qquad (x+2)(x-10)=0$

$x=-2,\ 10$

別解 $(x-8)(x+2)=2(x+2)$

$(x-8)(x+2)-2(x+2)=0$

$(x+2)\{(x-8)-2\}=0 \qquad (x+2)(x-10)=0$

$x=-2,\ 10$

(6) $(x-1)(x+2)=7(x-1) \qquad x^2+x-2=7x-7$

$x^2-6x+5=0 \qquad (x-1)(x-5)=0 \qquad x=1,\ 5$

別解 $(x-1)(x+2)=7(x-1)$

$(x-1)(x+2)-7(x-1)=0$

$(x-1)\{(x+2)-7\}=0 \qquad (x-1)(x-5)=0$

$x=1,\ 5$

(7) $(x-7)(x+4)=4x-10 \qquad x^2-3x-28=4x-10$

$x^2-7x-18=0 \qquad (x+2)(x-9)=0 \qquad x=-2, 9$

(8) $(x+3)(x-8)+4(x+5)=0$

$x^2-5x-24+4x+20=0 \qquad x^2-x-4=0$

$x=\dfrac{-(-1)\pm\sqrt{(-1)^2-4\times1\times(-4)}}{2\times1}=\dfrac{1\pm\sqrt{17}}{2}$

(9) $(2x-5)(x+1)-(x-1)^2=0$

$2x^2-3x-5-(x^2-2x+1)=0$

$2x^2-3x-5-x^2+2x-1=0 \qquad x^2-x-6=0$

$(x+2)(x-3)=0 \qquad x=-2,\ 3$

(10) $(4x-3)(x-2)=3(x-2)^2-3$

$4x^2-11x+6=3(x^2-4x+4)-3$

$4x^2-11x+6=3x^2-12x+12-3 \qquad x^2+x-3=0$

$x=\dfrac{-1\pm\sqrt{1^2-4\times1\times(-3)}}{2\times1}=\dfrac{-1\pm\sqrt{13}}{2}$

5 (1) $(x+1)(x-2)=a$ に $x=4$ を代入して，

$(4+1)\times(4-2)=a \qquad a=10$

(2) もとの方程式に $a=10$ を代入して，

$(x+1)(x-2)=10 \qquad x^2-x-2=10$

$x^2-x-12=0 \qquad (x+3)(x-4)=0$

$x=-3,\ 4$

よって，もう1つの解は，$x=-3$

6 (1) $x^2+ax-b=0$ に $a=3,\ b=1$ を代入して，

$x^2+3x-1=0$

$x=\dfrac{-3\pm\sqrt{3^2-4\times1\times(-1)}}{2\times1}=\dfrac{-3\pm\sqrt{13}}{2}$

(2) $x^2+ax-b=0$ に $x=-6,\ 3$ をそれぞれ代入して，

$$\begin{cases}36-6a-b=0\\9+3a-b=0\end{cases}$$

これを解くと，$a=3$，$b=18$

(3) $x^2+ax-b=0$ に $x=-3$ を代入して，

$9-3a-b=0$　　$b=9-3a$

a，b は自然数だから，

$a=1$ のとき，$b=9-3\times1=6$…○

$a=2$ のとき，$b=9-3\times2=3$…○

$a=3$ のとき，$b=9-3\times3=0$…×

よって，(1，6)，(2，3)

7 小さい方の自然数を x とすると，$x^2+(x+1)^2=113$

これを解くと，$x=7$，-8

$x>0$ だから，$x=7$

よって，7

8 PD $=20-2x$(cm)，QD $=3x$cm より，方程式は，

$\frac{1}{2}\times3x\times(20-2x)=48$

これを解くと，$x=2$，8

$0<x<10$ だから，2 秒後と 8 秒後

9 (1) 2 年目には 1 年目より 1 割多く出荷することになるから，$100\times\left(1+\frac{1}{10}\right)=110$(個)

(2) 2 年目の出荷数は $100\left(1+\frac{x}{10}\right)$ 個，3 年目の出荷数は $100\left(1+\frac{x}{10}\right)\left(1+\frac{2x}{10}\right)$ 個だから，方程式は，

$100\left(1+\frac{x}{10}\right)\left(1+\frac{2x}{10}\right)=208$

これを解くと，$x=3$，-18

$x>0$ だから，$x=3$

21 関数 $y=ax^2$

❖確認問題❖

➡p.124～p.126

1 ㋐ πx^2　㋑ b　㋒ 4　㋓ $\sqrt{2}$

2 (1) $y=-3x^2$　(2) $y=32$

3 (1) イ　(2) ア

(3) エ　(4) ウ

4 (1)㋐ $2\leqq y\leqq18$　㋑ $0\leqq y\leqq8$

(2)㋐ $-32\leqq y\leqq-2$　㋑ $-18\leqq y\leqq0$

5 (1)㋐ 4　㋑ -7

(2)㋐ 1　㋑ -2

(3) $a=2$

6 (1) Q(3，-6)　(2) $a=-\frac{2}{3}$

7 (1) 4　(2) PQ $=t^2$，QR $=t+2$

(3) P(2，-4)

8 (1) t^2-4　(2) C(3，9)

解説

1 (円の面積)$=\pi\times$(半径)^2 より，$y=\pi x^2$　…㋐

式より，y は x の 2 乗に比例する。　…㋑

対応する x と y の値は下表のようになる。

x	0	1	2	3	4	…
y	0	π	4π	9π	16π	…

表より，x の値が 2 倍，3 倍，…になると，対応する y の値は 4 倍，9 倍，…になる。したがって，円の半径を 2 倍にすると面積は 4 倍になる。　…㋒

$a>0$ として，円の半径を a 倍にすると面積は a^2 倍になるから，$a^2=2$ のとき，$a=\sqrt{2}$ である。したがって，円の面積を 2 倍にするには，半径を $\sqrt{2}$ 倍にすればよい。　…㋓

2 (1) $y=ax^2$ とする。$x=1$ のとき $y=-3$ であるから，

$-3=a\times1^2$　　$a=-3$　　したがって，$y=-3x^2$

(2) $y=ax^2$ とする。$x=3$ のとき $y=18$ であるから，

$18=a\times3^2$　　$a=2$　　したがって，$y=2x^2$

この式に $x=-4$ を代入すると，

$y=2\times(-4)^2=32$

3 $y=ax^2$ のグラフをかくと，$a>0$ のときは，上に開いた形，$a<0$ のときは下に開いた形になる。よって，(1)，(2)のグラフはアかイ，(3)，(4)のグラフはウかエである。アはイよりグラフの開き方が小さい。$\frac{1}{2}<2$ であるから，(1)はイ，(2)はアである。

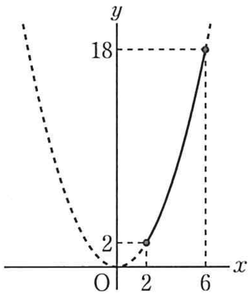
> $y=ax^2(a>0)$において，a の値が大きいほど，グラフの開き方は小さい。

ウはエよりグラフの開き方が小さい。

$-\dfrac{1}{6} > -\dfrac{1}{2}$ であるから，(3)はエ，(4)はウである。

> $y=ax^2\,(a<0)$ において，a の値が小さいほど，グラフの開き方は小さい。

4 (1)㋐ 右図のようになる。



$x=2$ のとき，

$y=2$ …最小値

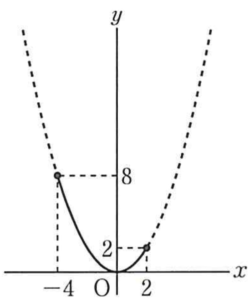
$x=6$ のとき，

$y=18$ …最大値

y の変域は，

$2 \leqq y \leqq 18$

㋑ 右図のようになる。



$x=0$ のとき，

$y=0$ …最小値

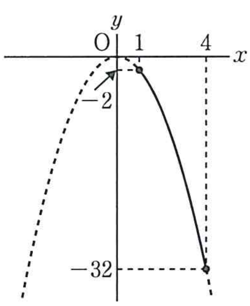
$x=-4$ のとき，

$y=8$ …最大値

y の変域は，

$0 \leqq y \leqq 8$

(2)㋐ 右図のようになる。



$x=4$ のとき，

$y=-32$ …最小値

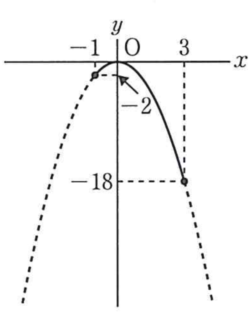
$x=1$ のとき，

$y=-2$ …最大値

y の変域は，

$-32 \leqq y \leqq -2$

㋑ 右図のようになる。



$x=3$ のとき，

$y=-18$ …最小値

$x=0$ のとき，

$y=0$ …最大値

y の変域は，

$-18 \leqq y \leqq 0$

5 (1)㋐ 右表より，

x	1	…	3
y	1	…	9

$\dfrac{9-1}{3-1}=\dfrac{8}{2}=4$

㋑ 右表より，

x	-5	…	-2
y	25	…	4

$\dfrac{4-25}{(-2)-(-5)}$

$=\dfrac{-21}{3}=-7$

(2)㋐ 右表より，

x	-4	…	0
y	-4	…	0

$\dfrac{0-(-4)}{0-(-4)}=\dfrac{4}{4}$

$=1$

㋑ 右表より，

x	2	…	6
y	-1	…	-9

$\dfrac{(-9)-(-1)}{6-2}$

$=\dfrac{-8}{4}=-2$

(3) 右表より，

x	1	…	4
y	a	…	$16a$

$\dfrac{16a-a}{4-1}=\dfrac{15a}{3}$

$=5a$

よって，$5a=10$　　$a=2$

別解 $y=ax^2$ において，x の値が p から q まで増加するとき，

$(y\text{の増加量})=aq^2-ap^2$

$=a(q^2-p^2)=a(q+p)(q-p)$

$(\text{変化の割合})=\dfrac{a(q+p)\cancel{(q-p)}}{\cancel{q-p}}=a(p+q)$

よって，$a(1+4)=10$　　$a=2$

6 (1) 点Pの y 座標は，$y=3^2=9$

線分PQと x 軸の交点をRとすると，

PR $=9$

RQ $=$ PQ $-$ PR $=15-9=6$

点Qの y 座標は負であるから，Q$(3,\ -6)$

(2) Q$(3,\ -6)$ は，関数 $y=ax^2$ のグラフ上の点であるから，$-6=a\times 3^2$　　$a=-\dfrac{2}{3}$

7 (1) 点Pの y 座標は，$y=-1^2=-1$

点Rの y 座標は，$y=1+2=3$

よって，PR $=3-(-1)=4$

(2) 3点P，Q，Rの座標は，

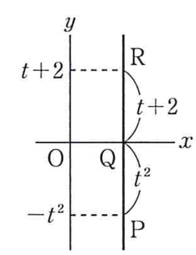
P$(t,\ -t^2)$，Q$(t,\ 0)$，

R$(t,\ t+2)$

と表される。よって，

PQ $=0-(-t^2)=t^2$

QR $=(t+2)-0=t+2$



(3) (2)より，$t^2=t+2$

$t^2-t-2=0$　　$(t+1)(t-2)=0$　　$t=-1,\ 2$

点Pの動く範囲より，$t>0$ である。

よって，$t=2$

8 (1) 点Bの y 座標は4，点Cの y 座標は t^2 である。

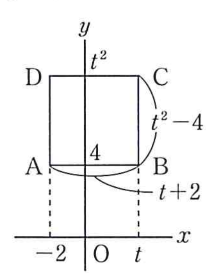
BC $=t^2-4$

(2) 点Aの x 座標は -2，点Bの x 座標は t である。

AB $=t-(-2)=t+2$

長方形ABCDが正方形であるから，BC $=$ AB

よって，$t^2-4=t+2$



$t^2-t-6=0$　　$(t+2)(t-3)=0$　　$t=-2,\ 3$

点Cの x 座標は正だから，$t>0$ である。

よって，$t=3$

❖演習問題❖

➡p.127

1 (1) エ　(2) ウ
(3) イとエ

2 (1) $2 \leqq y \leqq 18$　(2) $0 \leqq y \leqq 32$

3 (1)㋐ $-\dfrac{3}{2}$　㋑ 12
(2) $a=4$

4 (1) $\mathrm{C}(2t,\ t^2)$　(2) 3
(3) $\mathrm{A}\left(\dfrac{4}{3},\ \dfrac{16}{9}\right)$

解説

1 (1) $x=-2$ のとき $y=-8$ になるものを選ぶ。
(2) $y=ax^2$ で，a の絶対値が最も小さいものを選ぶ。
(3) $y=ax^2$ と $y=-ax^2$ のグラフは，x 軸について対称である。

2 (1) $x=-1$ のとき $y=2$　…最小値
$x=-3$ のとき $y=18$　…最大値
(2) $x=0$ のとき $y=0$　…最小値
$x=-4$ のとき $y=32$　…最大値

3 (1)㋐ $\dfrac{1-4}{(-2)-(-4)}=-\dfrac{3}{2}$

㋑ $\dfrac{(-8)-(-32)}{(-2)-(-4)}=\dfrac{24}{2}=12$

(2) x の増加量は，$(a+2)-a=2$

y の増加量は，$\dfrac{1}{2}(a+2)^2-\dfrac{1}{2}a^2=2a+2$

変化の割合は，$\dfrac{2a+2}{2}=a+1$

よって，$a+1=5$　$a=4$

4 (1) 点Cと点Aの y 座標は等しいから，

$\dfrac{1}{4}x^2=t^2$　$x^2=4t^2$

$x>0$，$t>0$ だから，$x=2t$
よって，点Cの座標は，$\mathrm{C}(2t,\ t^2)$
(2) (1)のとき，$\mathrm{AC}=2t-t=t$

また，$\mathrm{AB}=t^2-\dfrac{1}{4}t^2=\dfrac{3}{4}t^2$

$\mathrm{AC}=2$ より $t=2$ だから，$\mathrm{AB}=\dfrac{3}{4}\times2^2=3$

(3) $\mathrm{AB}=\mathrm{AC}$ だから，$\dfrac{3}{4}t^2=t$　$3t^2-4t=0$

$t(3t-4)=0$　$t=0,\ \dfrac{4}{3}$

$t>0$ だから，$t=\dfrac{4}{3}$

❖実戦問題❖

➡p.128〜p.129

1 (1) $y=\dfrac{4}{3}x^2$　(2) $y=16$

2 (1) 2，-2　(2) $\dfrac{1}{4} \leqq a \leqq 1$

3 (1) $-9 \leqq y \leqq -1$　(2) $0 \leqq y \leqq 12$
(3) $a=2$

4 (1) 14　(2) $a=1$　(3) $a=\dfrac{2}{5}$

5 5

6 -8，-2，0，6

7 (1) $a=\dfrac{1}{3}$　(2) $\mathrm{B}(7,\ 3)$

8 (1) $\mathrm{C}(-4,\ 16)$
(2) 点Aの x 座標を a とすると，

点 $\mathrm{A}\left(a,\ \dfrac{1}{4}a^2\right)$，点 $\mathrm{B}(a,\ a^2)$，点 $\mathrm{D}\left(-a,\ \dfrac{1}{4}a^2\right)$

であるから，$\mathrm{AB}=\dfrac{3}{4}a^2$，$\mathrm{AD}=2a$ である。

四角形ABCDが正方形のとき，$\mathrm{AB}=\mathrm{AD}$ だから，

$\dfrac{3}{4}a^2=2a$　$3a^2-8a=0$

$a(3a-8)=0$　$a=0,\ \dfrac{8}{3}$

$a>0$ だから，$a=\dfrac{8}{3}$　(答) $\dfrac{8}{3}$

解説

1 (1) $y=ax^2$ とする。
$x=3$ のとき $y=12$ であるから，

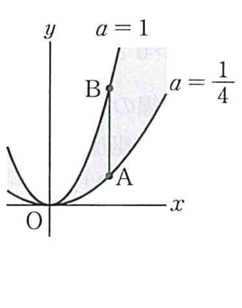
$12=a\times3^2$　$a=\dfrac{4}{3}$　したがって，$y=\dfrac{4}{3}x^2$

(2) $y=ax^2$ とする。
$x=-6$ のとき $y=9$ であるから，

$9=a\times(-6)^2$　$a=\dfrac{1}{4}$　したがって，$y=\dfrac{1}{4}x^2$

この式に $x=8$ を代入すると，$y=\dfrac{1}{4}\times8^2=16$

2 (1) $y=-7x^2$ に $y=-28$ を代入して，
$-28=-7x^2$　$x^2=4$　$x=\pm2$
(2) $y=ax^2$ のグラフの開き方は，a の値の大小によって決まる。



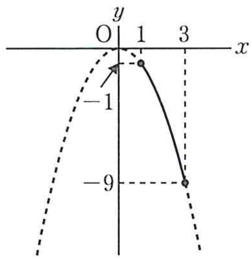
グラフが点 $\mathrm{A}(2,\ 1)$ を通るとき，

$1=a\times2^2$　$a=\dfrac{1}{4}$

グラフが点 $\mathrm{B}(2,\ 4)$ を通るとき，

$4=a\times2^2$　$a=1$

3 (1) 右図のようになる。



$x=3$ のとき，

$y=-9$ …最小値

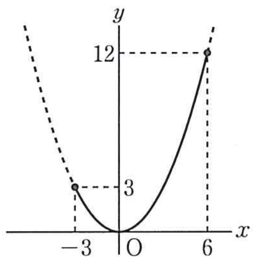
$x=1$ のとき，

$y=-1$ …最大値

y の変域は，

$-9 \leqq y \leqq -1$

(2) 右図のようになる。



$x=0$ のとき，

$y=0$ …最小値

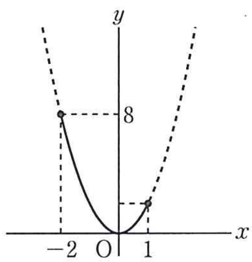
$x=6$ のとき，

$y=12$ …最大値

y の変域は，

$0 \leqq y \leqq 12$

(3) 右図のようになる。



グラフは，点 $(-2,\ 8)$ を通るから，

$8=a\times(-2)^2$

よって，$a=2$

4 (1) $x=2$ のとき，$y=2\times2^2=8$

$x=5$ のとき，$y=2\times5^2=50$

よって，変化の割合は，$\dfrac{50-8}{5-2}=\dfrac{42}{3}=14$

(2) x の増加量は，$(a+5)-a=5$

y の増加量は，$(a+5)^2-a^2=10a+25$

変化の割合は，$\dfrac{10a+25}{5}=2a+5$

よって，$2a+5=7$　　$a=1$

(3) $y=ax^2$ において，x と y の値の変化は，右表のようになる。

x	1	…	4
y	a	…	$16a$

変化の割合は，$\dfrac{16a-a}{4-1}=\dfrac{15a}{3}=5a$

1次関数 $y=2x$ の変化の割合は一定で，傾き2に等しい。よって，$5a=2$　　$a=\dfrac{2}{5}$

別解　$y=ax^2$ において，x の値が p から q まで増加するとき，変化の割合は，$a(p+q)$ で求められる。

(2) $1\times(a+a+5)=2a+5$

(3) $a\times(1+4)=5a$

5 $t>0$ として，点Aの座標を $\left(t,\ \dfrac{2}{5}t^2\right)$ とする。

放物線のグラフは y 軸について対称であるから，点Bの x 座標は $-t$ である。

よって，$\mathrm{AB}=t-(-t)=2t$

点A，Cの y 座標は等しいから，$\mathrm{OC}=\dfrac{2}{5}t^2$

よって，$2t=\dfrac{2}{5}t^2$　　$t^2-5t=0$

$t(t-5)=0$　　$t=0,\ 5$

$t>0$ だから，$t=5$

6 点Pの x 座標を t とすると，

$\mathrm{P}\left(t,\ \dfrac{1}{4}t^2\right)$，$\mathrm{Q}\left(t,\ -\dfrac{1}{2}t+6\right)$

点Pの y 座標が点Qの y 座標より大きいとき，

$\dfrac{1}{4}t^2-\left(-\dfrac{1}{2}t+6\right)=6$　　$t^2+2t-48=0$

$(t-6)(t+8)=0$　　$t=6,\ -8$

$t=-8$ のとき，$\mathrm{P}(-8,\ 16)$，$\mathrm{Q}(-8,\ 10)$，$\mathrm{PQ}=6$

$t=6$ のとき，$\mathrm{P}(6,\ 9)$，$\mathrm{Q}(6,\ 3)$，$\mathrm{PQ}=6$

よって，$t=-8,\ 6$ は問題に適している。

点Qの y 座標が点Pの y 座標より大きいとき，

$\left(-\dfrac{1}{2}t+6\right)-\dfrac{1}{4}t^2=6$　　$t^2+2t=0$

$t(t+2)=0$　　$t=0,\ -2$

$t=-2$ のとき，$\mathrm{P}(-2,\ 1)$，$\mathrm{Q}(-2,\ 7)$，$\mathrm{PQ}=6$

$t=0$ のとき，$\mathrm{P}(0,\ 0)$，$\mathrm{Q}(0,\ 6)$，$\mathrm{PQ}=6$

よって，$t=-2,\ 0$ は問題に適している。

7 (1) 右表より，

x	3	…	6
y	$9a$	…	$36a$

$\dfrac{36a-9a}{6-3}=\dfrac{27a}{3}$

$=9a$

よって，

$9a=3$　　$a=\dfrac{1}{3}$

(2) 点A，Cの x 座標を $t\,(t>0)$ とする。点B，Dの x 座標は $t+4$ であり，点A，Bの y 座標は等しい。

$\dfrac{1}{3}t^2=-(t+4)+10$　　$t^2+3t-18=0$

$(t-3)(t+6)=0$　　$t=3,\ -6$

$t>0$ だから，$t=3$

このとき，点Bの x 座標は7である。

8 (1) 放物線のグラフは y 軸について対称であるから，点Dの x 座標は -4 である。点Cと点Dの x 座標は等しいから，点Cの x 座標も -4 である。

$y=x^2$ に $x=-4$ を代入すると，

$y=(-4)^2=16$

よって，点Cの座標は，$\mathrm{C}(-4,\ 16)$

22 放物線と直線

❖確認問題❖

➡p.130〜p.132

1 (1) -8　(2) $a=-2$

2 (1) $a=-\frac{1}{3}$　(2) -12

(3) $y=-x-6$

3 ア 4　イ $-2+b$

ウ 16　エ $4+b$

オ $\frac{1}{2}$　カ 4

4 27

5 (1) $a=-\frac{1}{2}$　(2) $y=-5x$

6 (1) 24　(2) $y=5x$

7 (1) 15　(2) $P(-3,\ -3)$

8 (1) $a=\frac{1}{3}$　(2) $C\left(-\frac{3}{2},\ \frac{33}{2}\right)$

9 (1) -2　(2) $C(-2,\ 4)$

解説

1 (1) 点Pは関数④のグラフ上の点である。

$y=2x-4$ に $x=-2$ を代入すると，

$y=2\times(-2)-4=-8$

(2) $y=ax^2$ のグラフは点 $P(-2,\ -8)$ を通るから，

$-8=a\times(-2)^2$　　$a=-2$

2 (1) $y=ax^2$ のグラフは点 $A(-3,\ -3)$ を通るから，

$-3=a\times(-3)^2$　　$a=-\frac{1}{3}$

(2) $y=-\frac{1}{3}x^2$ に $x=6$ を代入すると，

$y=-\frac{1}{3}\times 6^2=-12$

(3) 2点 $A(-3,\ -3)$，$B(6,\ -12)$ を通る。

直線ABの傾きは，$\frac{-12-(-3)}{6-(-3)}=\frac{-9}{9}=-1$

$y=-x+b$ とする。点Aを通るから，

$-3=-(-3)+b$　　$b=-6$

したがって，$y=-x-6$

3 点Aの y 座標は，$y=ax^2$ に $x=-2$ を代入して，

$y=a\times(-2)^2=4a$

$y=x+b$ は点 $A(-2,\ 4a)$ を通るから，

$4a=-2+b$　…①

点Bの y 座標は，$y=ax^2$ に $x=4$ を代入して，

$y=a\times 4^2=16a$

$y=x+b$ は点 $B(4,\ 16a)$ を通るから，

$16a=4+b$　…②

4 点Aの y 座標は，$y=-x^2$ に $x=-3$ を代入して，

$y=-(-3)^2=-9$

点Bの x 座標は，$y=x-6$ に $y=0$ を代入して，

$0=x-6$　　$x=6$

△OABの底辺をOBとみると，$OB=6$

高さは点Aの y 座標の絶対値に等しい。

$\triangle OAB=\frac{1}{2}\times 6\times 9=27$

5 (1) 点Aは直線㋐上の点である。

$y=-x-4$ に $x=-2$ を代入すると，

$y=-(-2)-4=-2$

放物線④は点 $A(-2,\ -2)$ を通るから，

$-2=a\times(-2)^2$　　$a=-\frac{1}{2}$

(2) 線分ABの中点をPとすると，直線OPが求める直線である。点Bの座標は，$B(4,\ -8)$ であるから，点Pの座標は，

$\left(\frac{(-2)+4}{2},\ \frac{(-2)+(-8)}{2}\right)=(1,\ -5)$

直線OPの式は，$y=-5x$

6 (1) $y=\frac{1}{2}x^2$ に $y=2$ を代入すると，

$2=\frac{1}{2}x^2$　　$x^2=4$　　$x=\pm 2$

よって，2点A，Bの座標は，

$A(-2,\ 2)$，$B(2,\ 2)$

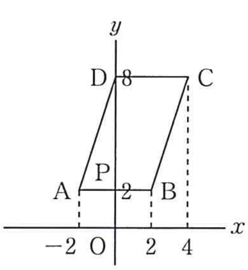
平行四辺形の性質より，

$AB /\!/ DC$，$AB=DC$

$DC=AB=4$ であるから，点Cの x 座標は 4

y 座標は，$y=\frac{1}{2}x^2$ に $x=4$ を代入して，

$y=\frac{1}{2}\times 4^2=8$



よって，2点C，Dの座標は，$C(4,\ 8)$，$D(0,\ 8)$

辺ABと y 軸の交点をPとすると，

$DP=8-2=6$

平行四辺形ABCDの底辺をABとみると，高さはDPである。

平行四辺形 $ABCD=4\times 6=24$

(2) 平行四辺形ABCDの対角線の交点をMとすると，直線OMが求める直線である。平行四辺形では，対角線はそれぞれの中点で交わるから，点Mは対角線BDの中点である。よって，点Mの座標は，

$\left(\frac{2+0}{2},\ \frac{2+8}{2}\right)=(1,\ 5)$

直線OMの式は，$y=5x$

7 (1) 直線④と y 軸との交点を D とする。
直線④の切片は -6 であるから，$OD=6$
△OAD，△OBD の底辺を OD とみると，高さは，それぞれ点 A, B の x 座標の絶対値である。よって，

$$\triangle OAB = \triangle OAD + \triangle OBD = \frac{1}{2}\times 6\times 3+\frac{1}{2}\times 6\times 2 = \frac{1}{2}\times 6\times(3+2)=15$$

(2) 原点を通り，直線④と平行な直線の式は，$y=x$
この直線と直線 AC との交点が求める点 P である。
直線 AC 上の点の x 座標は -3 だから，$y=-3$
よって，点 P の座標は，$P(-3,\ -3)$

別解　点 A の y 座標は，$y=-(-3)^2=-9$
PA $=h$ とすると，△PAB の面積より，

$$\frac{1}{2}\times h\times\{2-(-3)\}=15 \qquad h=6$$

よって，点 P の y 座標は，$-9+6=-3$

8 (1) $y=ax^2$ のグラフは点 $A(3,\ 3)$ を通るから，

$$3=a\times 3^2 \qquad a=\frac{1}{3}$$

(2) 点 B の座標は，$B(-6,\ 12)$
直線 OA の式は，$y=x$
点 B を通り，直線 OA に平行な直線の式は，
$y=x+18$ …⑦
直線④と⑦との交点が求める点 C である。
④，⑦を連立方程式として解くと，

$$x=-\frac{3}{2},\ y=\frac{33}{2}$$

9 (1) 点 A の座標は，$A(-5,\ 25)$
点 B の座標は，$B(3,\ 9)$
直線 AB の傾きは，$\dfrac{9-25}{3-(-5)}=\dfrac{-16}{8}=-2$

(2) △ACB＝△AOB となるのは，AB // OC のときである。直線 OC の式は，
$y=-2x$ …①
放物線 $y=x^2$ …②と直線①との交点が C である。
放物線②上の点 C の座標を $(t,\ t^2)$ とする。C は①上の点でもあるから，

$t^2=-2t \qquad t^2+2t=0$

$t(t+2)=0 \qquad t\neq 0$ だから，$t=-2$

参考　①と②との交点の座標は，①，②を連立方程式として解いてもよい。

別解　直線 OC の傾きが -2 であればよい。
点 C の座標を $(t,\ t^2)$ とすると，$t\neq 0$ より，

$$\frac{t^2}{t}=-2 \qquad t=-2$$

❖演習問題❖

➡p.133

1 (1) $y=4x-6$　(2) $a=-\dfrac{1}{2}$

2 (1) $y=-x+4$　(2) 12
(3) $y=-\dfrac{1}{2}x+3$

3 (1) 36　(2) $y=\dfrac{7}{2}x$

4 (1) $-\dfrac{1}{2}$　(2) $P(2,\ -1)$

解説

1 (1) 点 A の座標は，$A(-3,\ -18)$
点 B の座標は，$B(1,\ -2)$
直線 AB の傾きは，$\dfrac{(-2)-(-18)}{1-(-3)}=\dfrac{16}{4}=4$
$y=4x+b$ とする。点 $B(1,\ -2)$ を通るから，
$-2=4\times 1+b \qquad b=-6$
したがって，$y=4x-6$

(2) 2 点 A，B の座標を a を使って表すと，
$A(-3,\ 9a)$，$B(1,\ a)$
直線 AB の傾きは，$\dfrac{a-9a}{1-(-3)}=\dfrac{-8a}{4}=-2a$
よって，$-2a=1 \qquad a=-\dfrac{1}{2}$

参考　直線 AB の傾きは，x の値が -3 から 1 まで増加するときの変化の割合に等しい。

2 (1) 点 A の座標は，$A(-4,\ 8)$
点 B の座標は，$B(2,\ 2)$
直線 AB の傾きは，$\dfrac{2-8}{2-(-4)}=\dfrac{-6}{6}=-1$
$y=-x+b$ とする。点 $B(2,\ 2)$ を通るから，
$2=-2+b \qquad b=4 \qquad$ したがって，$y=-x+4$

(2) 直線 AB と y 軸との交点を C とする。
(1)より，直線 AB の切片は 4 であるから，$OC=4$
△AOC，△BOC の底辺を OC とみると，高さは，それぞれ点 A, B の x 座標の絶対値である。よって，

$$\triangle AOB = \triangle AOC + \triangle BOC = \frac{1}{2}\times 4\times 4+\frac{1}{2}\times 4\times 2 = \frac{1}{2}\times 4\times(4+2)=12$$

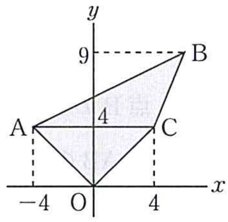
(3) 線分 OA の中点を P とすると，直線 BP が求める直線である。点 P の座標は，$P(-2,\ 4)$
2 点 B，P を通る直線の式は，$y=-\dfrac{1}{2}x+3$

3 (1) y 軸について対称な点 A，C の座標は，

A$(-4,\ 4)$，C$(4,\ 4)$

よって，AC $=8$

△ABC，△AOC の底辺を AC とみる。



四角形 AOCB

$=$ △ABC$+$△AOC

$=\frac{1}{2}\times8\times5+\frac{1}{2}\times8\times4=\frac{1}{2}\times8\times(5+4)=36$

(2) 求める直線と直線 AB との交点を D とすると，

△AOD $=\frac{1}{2}\times$四角形 AOCB $=18$

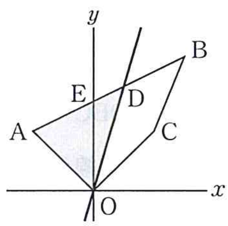
点 B の x 座標は，関数㋑の式に $y=9$ を代入して，

$9=\frac{1}{2}x+6 \qquad -\frac{1}{2}x=-3 \qquad x=6$

直線 AB と y 軸との交点を E とする。

直線 AB の切片は 6 であるから，OE $=6$

△AOE，△DOE の底辺を OE とみると，高さは，それぞれ点 A，D の x 座標の絶対値である。点 D の x 座標を t とすると，



△AOD

$=$ △AOE$+$△DOE より，

$\frac{1}{2}\times6\times4+\frac{1}{2}\times6\times t=18$

$12+3t=18 \qquad 3t=6 \qquad t=2$

点 D の座標は，D$(2,\ 7)$ である。

直線 OD の式は，$y=\frac{7}{2}x$

4 (1) 点 A，B の座標は，A$(-4,\ -4)$，B$(6,\ -9)$

直線 AB の傾きは，$\frac{(-9)-(-4)}{6-(-4)}=\frac{-5}{10}=-\frac{1}{2}$

(2) △PAB $=$ △OAB となるのは，OP // AB のときである。直線 AB に平行な直線 OP の式は，

$y=-\frac{1}{2}x$

放物線上の点 P の座標を $\left(t,\ -\frac{1}{4}t^2\right)$ とすると，

$-\frac{1}{4}t^2=-\frac{1}{2}t \qquad t^2-2t=0$

$t(t-2)=0 \qquad t\neq0$ だから，$t=2$

別解 直線 OP の傾きから，$t\neq0$ より，

$\frac{-\frac{1}{4}t^2}{t}=-\frac{1}{2}$

$-\frac{1}{4}t=-\frac{1}{2}$

$t=2$

$$\frac{-\frac{1}{4}t^2}{t}=\left(-\frac{1}{4}t^2\right)\div t=-\frac{1}{4}t^2\times\frac{1}{t}=-\frac{1}{4}t$$

❖実戦問題❖

➡p.134〜p.135

1 (1) 12　(2) $a=\frac{1}{2}$

(3) $y=\frac{1}{2}x+6$　(4) $\left(-\frac{4}{3},\ \frac{20}{3}\right)$

2 (1) $a=\frac{1}{3}$　(2) 6

3 (1) $y=x+4$

(2)㋐ 1　㋑ 18cm^2

4 (1) D$(4,\ 4)$　(2) $y=2x-1$

5 (1) -16　(2) $y=x-8$

(3) 48cm^2　(4) Q$(-2,\ -4)$

6 (1) -4

(2)① 15　② $t=-2+2\sqrt{3}$

解説

1 (1) $y=-x+12$ に $y=0$ を代入して，

$0=-x+12 \qquad x=12$

(2) 点 A の y 座標は，$y=-x+12$ に $x=4$ を代入して，

$y=-4+12=8$

$y=ax^2$ のグラフは A$(4,\ 8)$ を通るから，

$8=a\times4^2 \qquad 16a=8 \qquad a=\frac{1}{2}$

(3) A$(4,\ 8)$ より，B$(-4,\ 8)$

これと(1)より，直線 BC の傾きは，

$\frac{0-8}{12-(-4)}=-\frac{1}{2}$

よって，$y=-\frac{1}{2}x+b$ とすると，C$(12,\ 0)$ を通るから，

$0=-6+b \qquad b=6$ より，$y=-\frac{1}{2}x+6$

(4) △OCD $=\frac{1}{2}\times12\times12=72<80$ だから，点 P の x 座標の値は負で，

△POC$+$△PCD $=$ △OCD$+$△ODP

よって，$80=72+$△ODP より，△ODP $=8$

点 P の x 座標を t とすると，$\frac{1}{2}\times12\times(-t)=8$

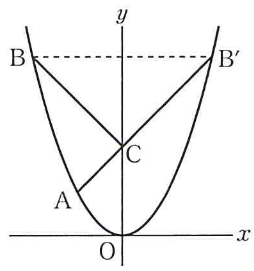
$t=-\frac{4}{3}$ より，y 座標は，

$y=-\frac{1}{2}\times\left(-\frac{4}{3}\right)+6=\frac{2}{3}+6=\frac{20}{3}$

2 (1) $y=ax^2$ のグラフは点 A$(-3,\ 3)$ を通るから，

$3=a\times(-3)^2 \qquad a=\frac{1}{3}$

(2) 点Bとy軸について対称な点をB'とする。
点B'の座標は，$B'(6,\ 12)$
直線AB'とy軸との交点が，求める点Cである。



直線AB'の傾きは，
$\dfrac{12-3}{6-(-3)}=\dfrac{9}{9}=1$
$y=x+c$とする。点$A(-3,\ 3)$を通るから，
$3=-3+c \qquad c=6$
よって，点Cのy座標は6である。

3 (1) 点A，Bの座標は，$A(-2,\ 2)$，$B(4,\ 8)$
直線ABの傾きは，$\dfrac{8-2}{4-(-2)}=\dfrac{6}{6}=1$
$y=x+b$とする。点$A(-2,\ 2)$を通るから，
$2=-2+b \qquad b=4$　　したがって，$y=x+4$

(2)㋐ 点Cのx座標は，(1)の式に$y=0$を代入して，
$0=x+4 \qquad x=-4$
また，点Dの座標は$(4,\ 0)$だから，
$CD=4-(-4)=8$，$BD=8-0=8$
点Pの座標を$\left(t,\ \dfrac{1}{2}t^2\right)$とする。
$\triangle PCD:\triangle PBD$
$=\dfrac{1}{2}\times8\times\dfrac{1}{2}t^2:\dfrac{1}{2}\times8\times(4-t)$
$=t^2:2(4-t)$
よって，$t^2:2(4-t)=1:6$
$6t^2=8-2t \qquad 3t^2+t-4=0$
$t=\dfrac{-1\pm\sqrt{1^2-4\times3\times(-4)}}{2\times3}$
$=\dfrac{-1\pm7}{6}=1,\ -\dfrac{4}{3}$
$0<t<4$だから，$t=1$

㋑ $\triangle BCD=\dfrac{1}{2}\times8\times8=32$
$\triangle PCD=\dfrac{1}{2}\times8\times\dfrac{1}{2}=2$
$\triangle PBD=\triangle PCD\times6=12$
$\triangle PBC=\triangle BCD-(\triangle PCD+\triangle PBD)$
$=32-(2+12)=18(\mathrm{cm}^2)$

4 (1) 点B，Cの座標は，$B(-2,\ -2)$，$C(2,\ -2)$
平行四辺形の性質から，$AD=BC$で，$BC=4$
よって，点Dの座標は，$D(4,\ 4)$

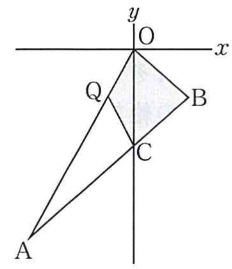
(2) 求める直線は，対角線BDの中点Mを通る。
点Mの座標は，$\left(\dfrac{(-2)+4}{2},\ \dfrac{(-2)+4}{2}\right)=(1,\ 1)$
$y=2x+b$とする。点$M(1,\ 1)$を通るから，
$1=2\times1+b \qquad b=-1$
したがって，$y=2x-1$

5 (1) $y=-\dfrac{1}{4}x^2$に$x=-8$を代入すると，
$y=-\dfrac{1}{4}\times(-8)^2=-16$

(2) 点Bの座標は，$B(4,\ -4)$
直線ABの傾きは，$\dfrac{(-4)-(-16)}{4-(-8)}=\dfrac{12}{12}=1$
$y=x+b$とする。点$A(-8,\ -16)$を通るから，
$-16=-8+b \qquad b=-8$
したがって，$y=x-8$

(3) 直線②の切片は-8であるから，$OC=8$
$\triangle OAC$，$\triangle OBC$の底辺をOCとみると，高さは，それぞれ点A，Bのx座標の絶対値である。よって，
$\triangle OAB=\triangle OAC+\triangle OBC$
$=\dfrac{1}{2}\times8\times8+\dfrac{1}{2}\times8\times4$
$=\dfrac{1}{2}\times8\times(8+4)=48(\mathrm{cm}^2)$

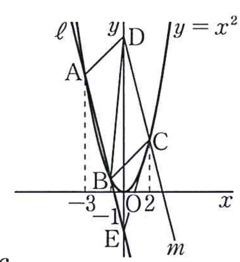
(4) $\triangle OAB\times\dfrac{1}{2}=24$
$\triangle OBC=\dfrac{1}{2}\times8\times4=16$



点Qは線分OA上の点で，
$\triangle OQC=24-16=8$
点Qのx座標の絶対値をtとすると，$\triangle OQC$の面積より，$\dfrac{1}{2}\times8\times t=8 \qquad t=2$
直線OAの式は，$y=2x$
よって，点Qの座標は，$Q(-2,\ -4)$

6 (1) $A(-3,\ 9)$，$B(-1,\ 1)$より，直線ℓの傾きは，
$\dfrac{1-9}{-1-(-3)}=-4$

(2)① $\ell /\!/ m$と(1)より，直線mの式を$y=-4x+b$とすると，$C(2,\ 4)$を通るから，



$4=-8+b \qquad b=12$
よって，$D(0,\ 12)$
直線ℓの式を$y=-4x+c$とすると，$B(-1,\ 1)$を通るから，$1=4+c$
$c=-3$
よって，直線ℓとy軸との交点をEとすると，
$E(0,\ -3)$
$\ell /\!/ m$より，$\triangle BCD=\triangle ECD$で，
$\triangle ECD=\dfrac{1}{2}\times\{12-(-3)\}\times2=15$
したがって，$\triangle BCD=15$

② $\triangle ABD=\triangle AED-\triangle BED$
$=\dfrac{1}{2}\times15\times3-\dfrac{1}{2}\times15\times1=15$

四角形 ABCD $= \triangle ABD + \triangle BCD = 15 + 15 = 30$
$P(t,\ t^2)$, $Q(t,\ -4t+12)$ より,
$PQ = -4t+12-t^2$ だから,

四角形 BPCQ $= \dfrac{1}{2} \times PQ \times \{(2-t)+(t+1)\}$

$= \dfrac{3}{2}(-4t+12-t^2)$

よって, $\dfrac{3}{2}(-4t+12-t^2) = 30 \times \dfrac{1}{5}$
整理すると, $t^2+4t-8=0$
これを解くと, $t=-2\pm2\sqrt{3}$
$0<t<2$ より, $t=-2+2\sqrt{3}$

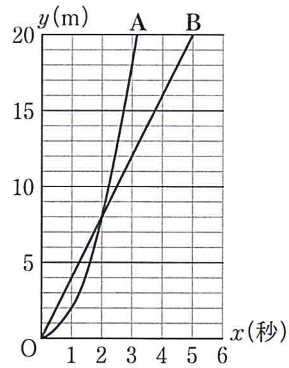
23 いろいろな関数の利用

❖確認問題❖

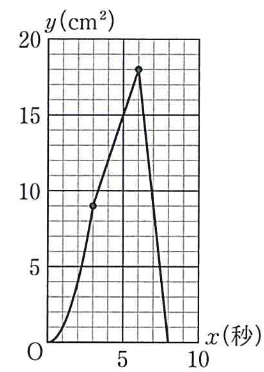
➡p.136〜p.138

1 (1) $y=0.2x^2$
(2) 1.8
(3) 毎秒 1.4m

2 (1) $y=2x^2$
(2) 3 秒後
(3) 8m
グラフは右図



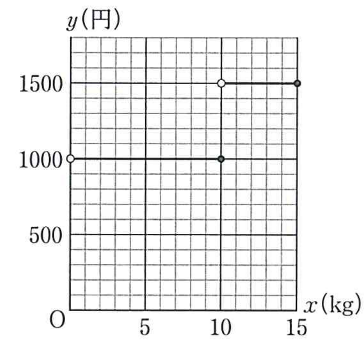
3 (1) ア…x^2
イ…8
ウ…$-9x+72$
グラフは右図
(2) 4 秒後, $\dfrac{20}{3}$ 秒後



4 (1) $y=\dfrac{1}{2}x^2$
(2) $y=4x$

5 (1) 1700 円
(2) 5500m をこえて 6000m まで

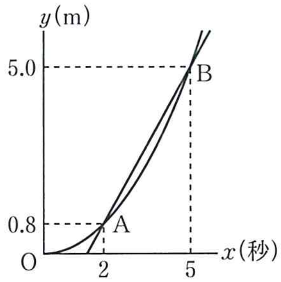
6 (1) 右図
(2) 9kg より重く 10kg 以下



解説

1 (1) $y=ax^2$ とする。$x=1$ のとき $y=0.2$ であるから,
$0.2=a\times1^2$　　$a=0.2$　　したがって, $y=0.2x^2$
(2) $x=3$ のときの y の値は, $y=0.2\times3^2=1.8$
(3) $x=5$ のときの y の値は, $y=0.2\times5^2=5.0$
2 秒後から 5 秒後までの 3 秒間に転がった距離は,
$5.0-0.8=4.2$(m)
よって, 平均の速さは, 毎秒 $\dfrac{4.2}{3}=1.4$(m)

参考　$y=0.2x^2$ のグラフは右図のようになる。2 秒後から 5 秒後までの平均の速さは，右図の直線 AB の傾きに等しい。



2 (1)　$y=ax^2$ とする。$x=1$ のとき $y=2$ であるから，

$2=a\times1^2$　　$a=2$　　したがって，$y=2x^2$

(2)　$y=2x^2$ に $y=18$ を代入すると，

$18=2x^2$　　$x^2=9$　　$x=\pm3$

$x>0$ だから，$x=3$

(3)　A さんのグラフは，放物線である。

B さんは，毎秒 4m の一定の速さで走るから，グラフは直線で，$y=4x$

2 つのグラフは，点 $(2,\ 8)$ で交わる。よって，A さんが B さんに追いつくのは，スタートしてから 2 秒後で，P 地点から 8m 進んだ地点である。

別解　放物線 $y=2x^2$　…①と直線 $y=4x$　…②との交点を Q とする。放物線①上の点 Q の座標を $(t,\ 2t^2)$ とする。Q は②上の点でもあるから，

$2t^2=4t$　　$t^2-2t=0$

$t(t-2)=0$　　$t>0$ だから，$t=2$

よって，点 Q の座標は，Q$(2,\ 8)$

3 (1)　P と Q が出会うとき，2 点 P，Q が動いた長さの和は，正方形 ABCD のまわりの長さと等しくなるから，$2x+x=24$　　$3x=24$　　$x=8$

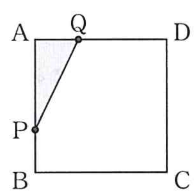
すなわち，2 点 P，Q は 8 秒後に停止する。

$0\leqq x\leqq3$ のとき，右図のように，

$AP=2x$，$AQ=x$

$y=\dfrac{1}{2}\times AP\times AQ$

$=\dfrac{1}{2}\times2x\times x=x^2$

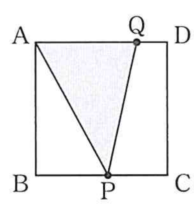


$3\leqq x\leqq6$ のとき，右図のように，

$AQ=x$，$AB=6$

$y=\dfrac{1}{2}\times AQ\times AB$

$=\dfrac{1}{2}\times x\times6=3x$



$6\leqq x\leqq8$ のとき，右図のように，

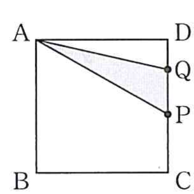
$PQ=24-(x+2x)$

$=24-3x$

$AD=6$

$y=\dfrac{1}{2}\times PQ\times AD$

$=\dfrac{1}{2}\times(24-3x)\times6=-9x+72$



(2)　$y=$ 正方形 $ABCD\times\dfrac{1}{3}=6\times6\times\dfrac{1}{3}=12$

となるときである。(1)より，

$3\leqq x\leqq6$ のとき，$3x=12$　　$x=4$

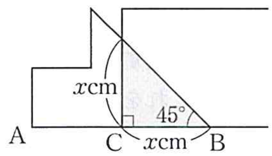
$6\leqq x\leqq8$ のとき，$-9x+72=12$　　$x=\dfrac{20}{3}$

よって，4 秒後と，$\dfrac{20}{3}$ 秒後である。

4 (1)　右図のようになる。

$y=\dfrac{1}{2}\times x\times x$

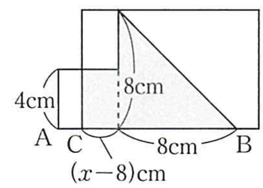
$=\dfrac{1}{2}x^2$



(2)　右図のようになる。

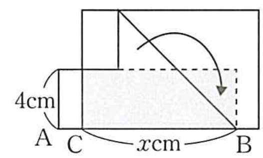
$y=4(x-8)+\dfrac{1}{2}\times8\times8$

$=4x$



別解　右図のように考えて，

$y=4x$



5　1500m までは 700 円で，その後 500m ごとに 200 円加算される。

(1)　$(3800-1500)\div500=4$ あまり 300

料金は 5 回加算されるから，

$700+200\times5=1700$(円)

(2)　$(2500-700)\div200=9$

料金は 9 回加算されているから，

$1500+500\times9=6000$(m)

よって，6000m まで走行できる。

参考　走行距離と料金の関係は，下表のようになる。

走行距離(xm)	料金(y 円)	
$0<x\leqq1500$	700	
$1500<x\leqq2000$	900	
$2000<x\leqq2500$	1100	
$2500<x\leqq3000$	1300	
$3000<x\leqq3500$	1500	
$3500<x\leqq4000$	1700	…(1)
$4000<x\leqq4500$	1900	
$4500<x\leqq5000$	2100	
$5000<x\leqq5500$	2300	
$5500<x\leqq6000$	2500	…(2)

6 (2)　A 社のグラフが B 社のグラフの下になるとき，A 社の料金の方が安い。

9kg をこえて 10kg 以下の荷物の場合，A 社の料金は 1000 円，B 社の料金は 1100 円である。

❖演習問題❖

➡p.139

1 (1) $a=\frac{4}{5}$, $b=\frac{2}{25}$　(2) 50m

(3) 秒速 20m

2 (1) $a=8$

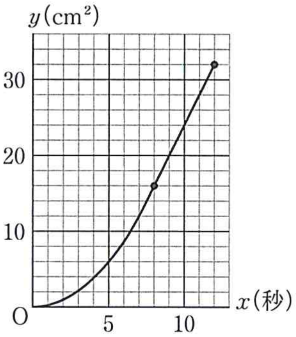
(2) $0\leqq x\leqq a$ のとき，

$y=\frac{1}{4}x^2$

$a\leqq x\leqq 12$ のとき，

$y=4x-16$

グラフは右図



(3) $x=4\sqrt{3}$

3 270 分

解説

1 (1) $y=ax$ の関係で，$x=15$ のとき $y=12$ である。

$12=a\times 15$　　$a=\frac{4}{5}$

$z=bx^2$ の関係で，$x=15$ のとき $z=18$ である。

$18=b\times 15^2$　　$b=\frac{2}{25}$

(2) $y=\frac{4}{5}x$ に $y=20$ を代入すると，

$20=\frac{4}{5}x$　　$x=25$

$z=\frac{2}{25}x^2$ に $x=25$ を代入すると，

$z=\frac{2}{25}\times 25^2=50$

よって，制動距離は 50m である。

(3) (停止距離)＝(空走距離)＋(制動距離)

であるから，秒速 xm のとき，

$\frac{4}{5}x+\frac{2}{25}x^2=48$　　$20x+2x^2=48\times 25$

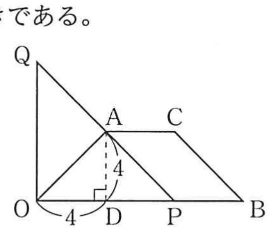
$x^2+10x-600=0$

$(x-20)(x+30)=0$　　$x=20,\ -30$

$x>0$ だから，$x=20$

よって，秒速 20m のときである。

2 (1) 右図のようになる。点 A から辺 OB に垂線 AD をひく。



点 A の座標から，

OD＝AD＝4

△OPQ は直角二等辺三角形で，∠OPQ＝45° であるから，△DPA も直角二等辺三角形である。

DP＝AD＝4

OP＝OD＋DP＝8

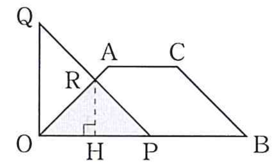
よって，直線 PQ が点 A を通るのは，8 秒後である。

別解　a 秒後の直線 PQ の式は，$y=-x+a$

この直線が，点 A(4, 4) を通るから，

$4=-4+a$　　$a=8$

(2) $0\leqq x\leqq a$ のとき，右図のようになる。

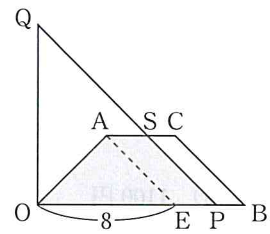


直線 PQ と辺 OA の交点を R とし，R から辺 OB に垂線 RH をひく。△HOR，△HPR は直角二等辺三角形である。よって，OP＝x のとき，RH＝$\frac{1}{2}x$

$y=\frac{1}{2}\times$OP$\times$RH

$=\frac{1}{2}\times x\times\frac{1}{2}x=\frac{1}{4}x^2$

$a\leqq x\leqq 12$ のとき，右図のようになる。



直線 PQ と辺 AC との交点を S，A を通って直線 PQ に平行な直線と辺 OB との交点を E とする。

(1)より，OE＝8 だから，EP＝$x-8$

$y=$△OAE＋平行四辺形 AEPS

$=\frac{1}{2}\times 8\times 4+4(x-8)=4x-16$

別解　$y=$台形 AOBC－平行四辺形 SPBC

(3) グラフより，$0\leqq x\leqq 8$ のときである。

$12=\frac{1}{4}x^2$　　$x^2=48$　　$x=\pm 4\sqrt{3}$

$0\leqq x\leqq 8$ だから，$x=4\sqrt{3}$

3 60 分までは 300 円で，その後 30 分ごとに 100 円加算されるから，

$(1000-300)\div 100=7$

料金は 7 回加算されているから，

$60+30\times 7=270$(分)

よって，270 分まで駐車できる。

参考　駐車時間と料金の関係は，下表のようになる。

駐車時間	料金
60 分まで	300 円
90 分まで	400 円
120 分まで	500 円
150 分まで	600 円
180 分まで	700 円
210 分まで	800 円
240 分まで	900 円
270 分まで	1000 円

❖実戦問題❖

➡p.140〜p.141

1 (1) 秒速 6m

(2) 30m

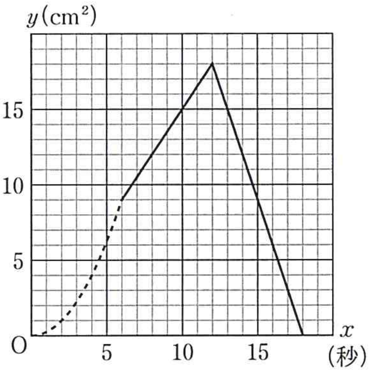
(3) 46 秒後

2 (1)㋐ $a=\frac{1}{4}$

㋑ $p=\frac{1}{2}$

(2) $y=\frac{3}{2}x$

(3) 右図

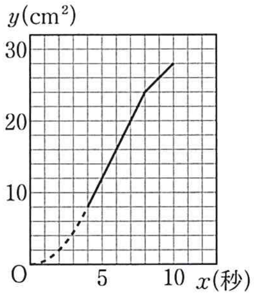


3 (1) $y=16$

(2) 右図

(3) オ

(4) 7 秒後



4 (1) 1100 円

(2) 乗車駅…B 駅，降車駅…E 駅

解説

1 (1) グラフより，バスがP地点を出発してから20秒間に進む道のりは120m である。よって，平均の速さは，$\frac{120}{20}=6$ より，秒速 6m

(2) P地点から，A さんがバスに追いつかれた地点までの道のりは，

$\frac{3}{10}\times 15^2=\frac{135}{2}$(m)

A さんの速さは，$\frac{135}{2}\div 15=\frac{9}{2}$ より，秒速 $\frac{9}{2}$m

A さんがP地点を通過してから20秒間に進む道のりは，$\frac{9}{2}\times 20=90$(m)

よって，20秒後のバスとA さんの間の道のりは，

$120-90=30$(m)

(3) バスがP地点を出発してから20秒後の，B さんがQ地点から進んだ道のりは，

$3\times(10+20)=90$(m)

よって，バスとB さんの関係は下図のようになる。

$20\leqq x\leqq 60$ のバスの速さは，グラフの傾きから，

$\frac{600-120}{60-20}=12$ より，秒速 12m

前の図の状態から t 秒後にすれ違うとすると，

$120+90+12t+3t=600$　　$15t=390$　　$t=26$

したがって，バスがP地点を出発してからの時間は，

$20+26=46$(秒後)

別解 バスの進み方を表す直線 $y=ax+b$ は，

点(20, 120)を通るから，$120=20a+b$ …①

点(60, 600)を通るから，$600=60a+b$ …②

①，②を連立方程式として解くと，

$a=12$，$b=-120$

よって，$20\leqq x\leqq 60$ のときのバスの進み方は，

$y=12x-120$ …③

B さんは，秒速 3m の速さで西に向かって進むから，B さんの進み方を表すグラフは，傾きが -3 の直線である。これを，$y=-3x+c$ とする。B さんがQ地点を通過するときに対応するグラフ上の点は，$(-10, 600)$ であるから，

$600=-3\times(-10)+c$　　$c=570$

したがって，B さんの進み方は，

$y=-3x+570$ …④

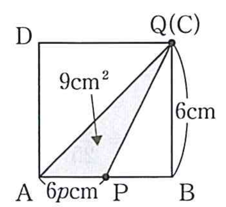
③，④を連立方程式として解くと，

$x=46$，$y=432$

2 (1)㋐ 関数 $y=ax^2$ のグラフは，点(6, 9)を通るから，

$9=a\times 6^2$　　$a=\frac{1}{4}$

㋑ $x=6$ のとき，右図のようになる。

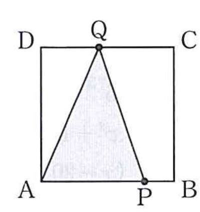


$y=9$ だから，

$\frac{1}{2}\times 6p\times 6=9$

$p=\frac{1}{2}$

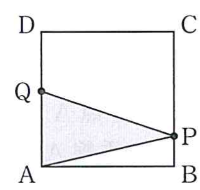
(2) $6\leqq x\leqq 12$ のとき，右図のようになる。



$AP=\frac{1}{2}x$ だから，

$y=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}x\times 6=\frac{3}{2}x$

(3) $12\leqq x\leqq 18$ のとき，右図のようになる。



$AQ=18-x$ だから，

$y=\frac{1}{2}\times(18-x)\times 6$

$=-3x+54$

3 (1) $x=6$ のとき，$BP=6-AB=6-4=2(\text{cm})$

$AQ=6(\text{cm})$

R ≡ 台形 ABPQ だから，$y=\frac{1}{2}\times(2+6)\times4=16$

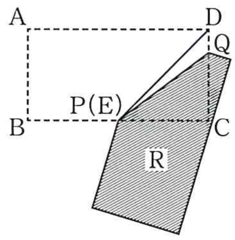
(2) $0\leqq x\leqq4$ のとき，R は直角二等辺三角形で，

$y=\frac{1}{2}\times x\times x=\frac{1}{2}x^2$ （図２のグラフの一部）

$4<x\leqq8$ のとき，R は台形で，

$y=\frac{1}{2}\times\{(x-4)+x\}\times4=4x-8$

$8<x\leqq10$ のとき，R は台形 ABED と △DEQ を合わせた図形と合同だから，



$y=\frac{1}{2}\times(4+8)\times4$

$+\frac{1}{2}\times(x-8)\times4$

$=2x+8$

(3) $0\leqq x\leqq4$ のとき，S ≡ R である。

$4<x\leqq8$ のとき，S は等しい辺が 4cm の直角二等辺三角形で，面積は変わらない。

$8<x\leqq10$ のとき，S は上の図の △CEQ で，x が増加すると CQ が短くなるから，面積は減少する。

したがって，最も近いグラフは，**オ**

(4) $0\leqq x\leqq4$ のとき，R：S＝1：1

$x=8$ のとき，R の面積は $4\times8-8=24(\text{cm}^2)$，

S の面積は $\frac{1}{2}\times4\times4=8(\text{cm}^2)$ で，

R：S＝24：8＝3：1

これと(2)，(3)より，R：S＝5：2 となるのは，

$4<x<8$ のときであるから，

$(4x-8):8=5:2$　　$2(4x-8)=40$

$4x-8=20$　　$4x=28$　　$x=7$

4 (1) B 駅から C 駅までの距離は 7.0km で，片道運賃は 220 円である。

$220\times5=1100$（円）

(2) 大人 1 人の片道運賃を x 円とすると，子ども 1 人の運賃は $\frac{1}{2}x$ 円である。運賃の合計から，

$x\times9+\frac{1}{2}x\times6=6480$

$12x=6480$　　$x=540$

片道運賃が 540 円になるときの乗車距離は，

25km をこえて 30km 以下　…㋐

B 駅から E 駅までの距離は，

$7.0+12.4+8.5=27.9(\text{km})$

これは㋐にあてはまる。

24 相似な図形

❖確認問題❖

➡p.142～p.144

1 ㋐ DBC　㋑ 1：2
㋒ 1：2　㋓ 1：2
㋔ DA：CD　㋕ 3 組の辺の比

2 ㋐ AED　㋑ 15
㋒ 3：2　㋓ 12
㋔ 3：2　㋕ AC：AD
㋖ 共通　㋗ EAD
㋘ 2 組の辺の比とその間の角

3 (1) ㋐ BCD　㋑ BDC
㋒ CBD　㋓ 2 組の角
(2) 9cm

4 12m

5 ㋐ 500　㋑ 1400
㋒ 1.5　㋓ 15.5

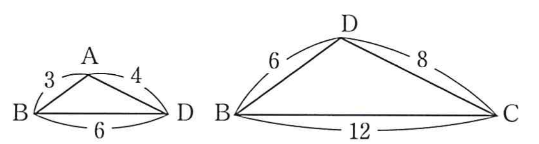
6 (1) $x=6$　(2) $x=8,\ y=\frac{7}{2}$
(3) $x=5,\ y=\frac{33}{2}$

7 (1) $x=18$　(2) $x=\frac{20}{3}$
(3) $x=5.4$

8 (1) 3：5　(2) 3：8
(3) $\frac{15}{4}$cm

解説

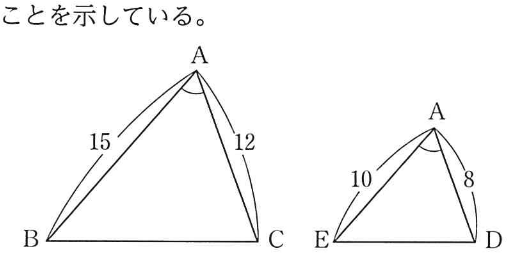
1 △ABD と △DBC は，3 組の対応する辺の比がすべて 1：2 になっている。



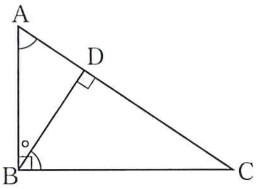
2 ㋑ $AB=8+7=15(\text{cm})$

㋓ $AC=10+2=12(\text{cm})$

AB：AE＝AC：AD で 2 組の辺の比が等しいことを示し，∠BAC＝∠EAD でその間の角が等しいことを示している。



3 (1) ㋒ 右図で,



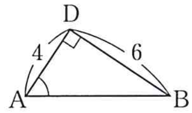
$\bigcirc + \angle BAD = 90°$

$\bigcirc + \angle CBD = 90°$

よって,

$\angle BAD = \angle CBD$

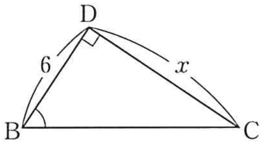
(2) $\triangle ABD \backsim \triangle BCD$ より,



対応する辺の比は等しいから,

$AD : BD = BD : CD$

$CD = x$cm とすると,



$4 : 6 = 6 : x$

$4x = 36$

$x = 9$

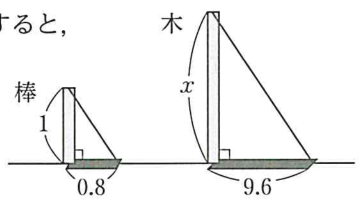
4 太陽の光は平行に進むから,棒と影がつくる直角三角形と,木と影がつくる直角三角形は相似になる。

木の高さを xm とすると,

$1 : x = 0.8 : 9.6$

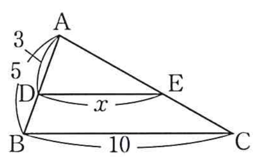
$0.8x = 9.6$

$x = 12$



5 縮尺が $\dfrac{1}{500}$ だから,縮図から実際の長さを求めるときは500倍する。

6 (1) $DE \mathbin{/\mkern-6mu/} BC$ より,



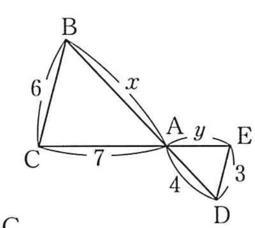
$AD : AB = DE : BC$

$3 : 5 = x : 10$

$5x = 30$

$x = 6$

(2) $DE \mathbin{/\mkern-6mu/} BC$ より,



$AD : AB = DE : BC$

$4 : x = 3 : 6$

$3x = 24$

$x = 8$

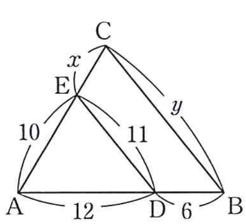
また,$AE : AC = DE : BC$

$y : 7 = 3 : 6$

$6y = 21$

$y = \dfrac{7}{2}$

(3) $DE \mathbin{/\mkern-6mu/} BC$ より,



$AD : DB = AE : EC$

$12 : 6 = 10 : x$

$12x = 60$

$x = 5$

また,

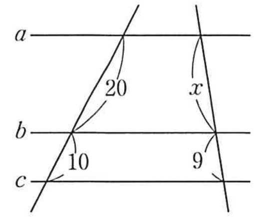
$AD : AB = DE : BC$

$12 : (12+6) = 11 : y$

$12y = 18 \times 11$

$y = \dfrac{33}{2}$

7 (1) $a \mathbin{/\mkern-6mu/} b \mathbin{/\mkern-6mu/} c$ より,



$20 : 10 = x : 9$

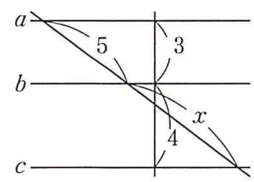
$10x = 180$

$x = 18$

$\boxed{\text{別解}}$ $20 : x = 10 : 9$

として計算してもよい。

(2) $a \mathbin{/\mkern-6mu/} b \mathbin{/\mkern-6mu/} c$ より,

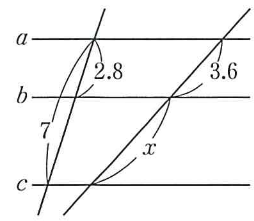


$5 : x = 3 : 4$

$3x = 20$

$x = \dfrac{20}{3}$

(3) $a \mathbin{/\mkern-6mu/} b \mathbin{/\mkern-6mu/} c$ より,



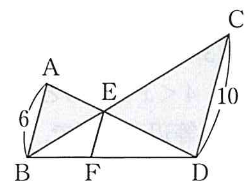
$2.8 : (7-2.8) = 3.6 : x$

$2.8 : 4.2 = 3.6 : x$

$2.8x = 4.2 \times 3.6$

$x = 5.4$

8 (1) 右図で,



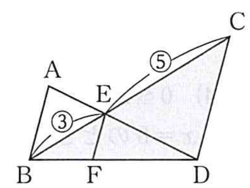
$AB \mathbin{/\mkern-6mu/} CD$ より,

$EB : EC = AB : DC$

$= 6 : 10$

$= 3 : 5$

(2) 右図で,



$EF \mathbin{/\mkern-6mu/} CD$ より,

$EF : CD = BE : BC$

$= 3 : (3+5)$

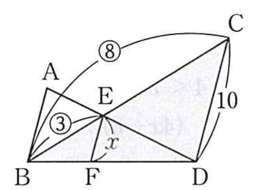
$= 3 : 8$

(3) $EF = x$cm とすると,$EF : CD = 3 : 8$ より,

$x : 10 = 3 : 8$

$8x = 30$

$x = \dfrac{15}{4}$



❖演習問題❖

➡p.145

1 ㋐ 対頂角　　㋑ CFB

㋒ CBF　　㋓ 2組の角

2 (1) △ABD の内角と外角の関係から，

$\angle ABD + \angle BAD = \angle ADE + \angle CDE$

ここで，$\angle ABD = \angle ADE = 60°$ だから，

$\angle BAD = \angle CDE$ …②

①，②より，2組の角がそれぞれ等しいから，

$\triangle ABD \backsim \triangle DCE$

(2) $\dfrac{14}{3}$cm

3 10m

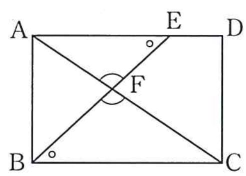
4 (1) $x=\dfrac{25}{3}$　(2) $x=12$　(3) $x=16$

5 $\dfrac{8}{3}$cm

解説

1 ㋐㋑ ∠AFE と対応する角は ∠CFB で，この2角は対頂角である。

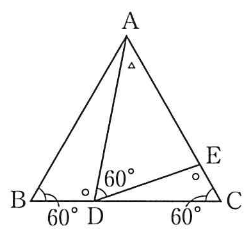
㋒ ∠AEF の錯角は ∠CBF



参考 AD // BC より，∠EAF = ∠BCF も成り立つが，この証明では2組の角が等しいことを示せばよいので，そこまで触れる必要はない。

2 (1) 別解 △ADC の内角と外角の関係から，

$\angle ADB$
$= \angle ACD + \angle DAC$
$= 60° + \angle DAC$



また，△ADE の内角と外角の関係から，

$\angle DEC = \angle ADE + \angle DAE = 60° + \angle DAC$

よって，$\angle ADB = \angle DEC$ …②

①，②より，2組の角がそれぞれ等しいから，

$\triangle ABD \backsim \triangle DCE$

(2) $DC = BC - BD = 6-2 = 4$(cm)

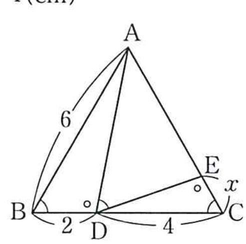
$\triangle ABD \backsim \triangle DCE$ より，

$AB : DC = BD : CE$

よって，CE = $x$cm とすると，

$6 : 4 = 2 : x$

これを解いて，$x=\dfrac{4}{3}$



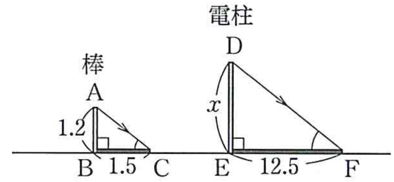
よって，$AE = AC - CE = 6-\dfrac{4}{3} = \dfrac{14}{3}$(cm)

3 下図で，∠B = ∠E，∠C = ∠F より，

$\triangle ABC \backsim \triangle DEF$

よって，DE = xm とすると，$1.2 : x = 1.5 : 12.5$

これを解いて，$x=10$



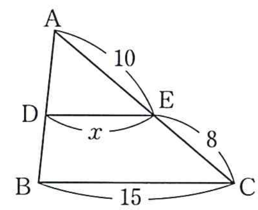
4 (1) DE // BC より，

$AE : AC = DE : BC$

$10 : (10+8) = x : 15$

これを解いて，

$x=\dfrac{25}{3}$



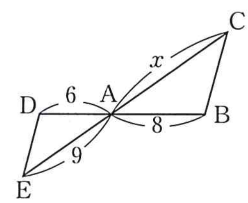
(2) DE // BC より，

$AD : AB = AE : AC$

$6 : 8 = 9 : x$

これを解いて，

$x=12$



(3) 右図のように，

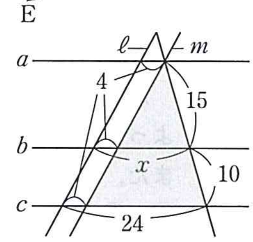
ℓ // m となるような補助線 m をひくと，

$15 : (15+10)$
$= (x-4) : (24-4)$

$25(x-4) = 15 \times 20$

$x-4 = 12$

$x = 16$

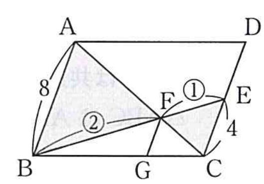


5 右図で，AB // EC より，

$FB : FE = AB : CE$

$= 8 : 4$

$= 2 : 1$



また，FG // EC より，

$FG : EC = BF : BE$

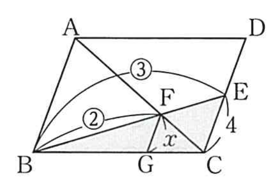
$= 2 : (2+1)$

$= 2 : 3$

よって，FG = $x$cm とすると，

$x : 4 = 2 : 3$

これを解いて，$x=\dfrac{8}{3}$



❖実戦問題❖

➡p.146〜p.147

1 △BFE と △CFD において，
仮定より，∠BEF＝∠CDF　…①
対頂角だから，∠BFE＝∠CFD　…②
①，②より，2 組の角がそれぞれ等しいから，
△BFE ∽ △CFD

2 △PBQ と △ACP において，
二等辺三角形の底角は等しいから，
∠PBQ＝∠ACP　…①
△ACP の外角 ∠APB は，それととなりあわない 2 つの内角の和に等しいから，
∠BPQ＋∠c＝∠CAP＋∠c
∠BPQ＝∠CAP　…②
①，②より，2 組の角がそれぞれ等しいから，
△PBQ ∽ △ACP
対応する辺の比は等しいから，
PB：AC＝BQ：CP

3 (1) △ABC と △ACD において，
AB：AC＝25：20＝5：4
AC：AD＝20：(25−9)＝20：16＝5：4
よって，AB：AC＝AC：AD　…①
また，∠A は共通　…②
①，②より，2 組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しいから，
△ABC ∽ △ACD
(2) 24cm

4 (1) △ABC と △CBD において，
∠B は共通　…①
△ABC は AB＝AC の二等辺三角形であり，その底角は等しいから，
∠ABC＝∠ACB　…②
△CBD は CB＝CD の二等辺三角形であり，その底角は等しいから，
∠CBD＝∠CDB　…③
②，③より，∠ACB＝∠CDB　…④
①，④より，2 組の角がそれぞれ等しいから，
△ABC ∽ △CBD
(2) $(1+\sqrt{5})$cm

5 ∠B＝∠C のとき，∠A＝90° のとき

6 1.6m

7 (1) $x=8$　(2) $x=9$　(3) $x=\frac{24}{5}$

8 $x=\frac{2}{3}$

9 10：3

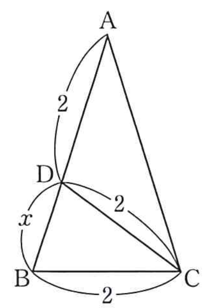
解説

1 辺の長さについての記述がないので，使用する相似条件は「2 組の角がそれぞれ等しい」であることが予想できる。図の等しい角に同じ印をつけながら考えるとよい。

2 PB，BQ を 2 辺にもつ △PBQ と，AC，CP を 2 辺にもつ △ACP に着目し，その相似を証明する。

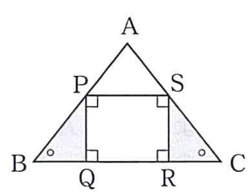
3 (1) AB：AC＝AC：AD で 2 組の辺の比が等しいことを示し，また，∠A は共通だからその間の角が等しいことを示している。
(2) △ABC ∽ △ACD より，対応する辺の比は等しいから，AB：AC＝BC：CD
CD＝$x$cm とすると，5：4＝30：x
これを解いて，$x=24$

4 (1) 二等辺三角形の底角が等しいことを利用して，△ABC と △CBD の 2 組の角がそれぞれ等しいことを導く。



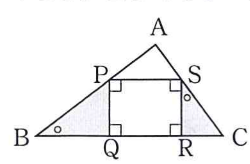
(2) △ABC ∽ △CBD より，
AB：CB＝BC：BD
BD＝$x$cm とすると，
$(2+x):2=2:x$　　$x(2+x)=4$
かっこをはずして整理すると，$x^2+2x-4=0$
解の公式より，$x=\frac{-2\pm\sqrt{2^2-4\times1\times(-4)}}{2\times1}$
$=\frac{-2\pm2\sqrt{5}}{2}=-1\pm\sqrt{5}$
$x>0$ だから，$x=-1+\sqrt{5}$
よって，AB＝$2+(-1+\sqrt{5})=1+\sqrt{5}$ (cm)

5 2 つの三角形は ∠Q＝∠R＝90° で，1 組の角が等しいから，もう 1 組の角が等しくなると相似になる。次の①，②の場合がある。
① ∠B＝∠C のとき
△PBQ と △SCR は合同な直角三角形となる。(これは相似比 1：1 の相似な図形である。)



別解 △ABC は 2 つの角が等しく，二等辺三角形になるから，「AB＝AC のとき」としてもよい。

② ∠B＝∠S のとき
直角三角形 CSR で，
∠S＋∠C＝90° だから，
∠B＋∠C＝90° である。
このとき，△ABC で，
∠A＝180°−(∠B＋∠C)＝90°



6 太郎さんと照明灯は，どちらも地面に垂直に立っていて平行。よって，太郎さんの身長を xm とすると，

$x : 5.6 = 4 : (4+10)$

これを解いて，$x = 1.6$

7 (1) DE // BC より，AD : AB = DE : BC

$4 : (4+3) = x : 14$　　これを解いて，$x = 8$

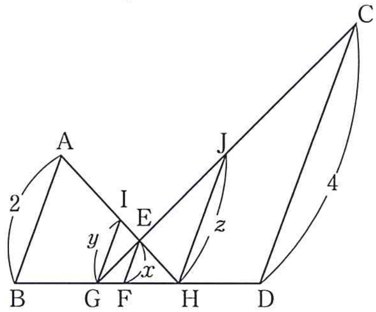
(2) AD // BC より，$4 : 6 = 6 : x$

これを解いて，$x = 9$

(3) $\ell \,/\!/\, m \,/\!/\, n$ より，$6 : 4 = (12-x) : x$

$6x = 4(12-x)$　　$x = \dfrac{24}{5}$

8 右図のように，線分 AH 上に I，線分 CG 上に J を，AB // IG，AB // JH となるようにとり，



IG = $y$cm，JH = $z$cm とする。

△ABH で，IG // AB より，IG : AB = GH : BH = 1 : 2

よって，$y : 2 = 1 : 2$　　$y = 1$

△CGD で，JH // CD より，JH : CD = GH : GD = 1 : 2

よって，$z : 4 = 1 : 2$　　$z = 2$

また，IG // JH より，△IGE ∽ △HJE だから，

GE : JE = IG : HJ = 1 : 2

△JGH で，EF // JH より，EF : JH = GE : GJ

よって，$x : 2 = 1 : (1+2)$

これを解いて，$x = \dfrac{2}{3}$

9 下図のように，辺 CD の延長と線分 BE の延長との交点を H とする。

AB // HD より，△ABE ∽ △DHE だから，

AB : DH = EA : ED = 1 : 1

よって，HC = 2AB　…①

また，AF : FB = 2 : 3 より，

AB : FB = 5 : 3

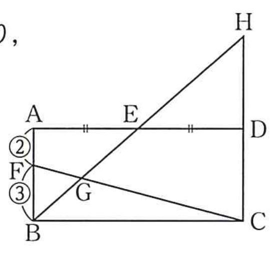
これと①より，

HC : FB = 10 : 3

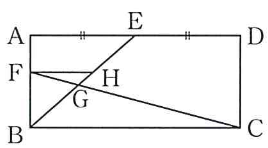
FB // HC より，

△CHG ∽ △FBG だから，

GC : GF = CH : FB = 10 : 3



別解　右図のように，点 F を通り，AE と平行な直線と BE との交点を H とする。



△ABE ∽ △FBH だから，AE : FH = 5 : 3

これと BC : AE = 2 : 1 より，BC : FH = 10 : 3

FH // BC より，△CBG ∽ △FHG だから，

GC : GF = BC : HF = 10 : 3

25 中点連結定理／面積比と体積比

❖確認問題❖

➡p.148～p.150

1 (1) $\angle x = 55°$，$y = 6$　(2) $\angle x = 30°$，$y = 18$

2 13cm

3 ㋐ 中点連結定理　㋑ BC　㋒ EC

㋓ 1 組の対辺が平行でその長さが等しい

4 (1) 7cm　(2) 11cm

5 (1) 3 : 2　(2) 12cm^2

6 (1) 16 : 25　(2) 64cm^2

7 1 : 3

8 (1) 2 : 1

(2) △ABE = 12cm^2，△AFE = 4cm^2，

△CFB = 16cm^2

9 (1) 表面積比…9 : 16，体積比…27 : 64

(2) 48cm^2　(3) 135cm^3

10 (1) 2 : 3　(2) 270cm^3

11 125 倍

12 (1) 1 : 4　(2) 1 : 8　(3) 63πcm^3

解説

1 △ABC で，中点連結定理が成り立つ。

(1) DE // BC より，平行線の同位角は等しいから，

$\angle x = \angle ABC = 55°$

また，$DE = \dfrac{1}{2}BC$ より，$y = \dfrac{1}{2} \times 12 = 6$

(2) DE // BC より，平行線の同位角は等しいから，

$\angle ADE = \angle ABC = 110°$

△ADE の内角の和は 180° だから，

$\angle x = 180° - (40° + 110°) = 30°$

また，BC = 2DE より，$y = 2 \times 9 = 18$

2 △ABC で，中点連結定理より，

$DE = \dfrac{1}{2}AC$，$EF = \dfrac{1}{2}BA$，$FD = \dfrac{1}{2}CB$

よって，$DE + EF + FD = \dfrac{1}{2}(AC + BA + CB)$

$= \dfrac{1}{2} \times (9 + 7 + 10)$

$= 13$(cm)

3 ㋓ 平行四辺形になるための条件が入る。

平行四辺形になるための条件
- 2 組の対辺がそれぞれ平行である。
- 2 組の対辺がそれぞれ等しい。
- 2 組の対角がそれぞれ等しい。
- 対角線がそれぞれの中点で交わる。
- 1 組の対辺が平行でその長さが等しい。

4 (1)　AE：EB＝AF：FC＝1：1より，△ABCで中点連結定理が成り立つから，

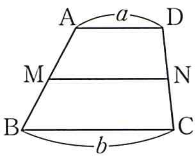
$$EF=\frac{1}{2}BC=\frac{1}{2}\times 14=7\,(cm)$$

(2)　BC∥EG∥AD，AF：FC＝1：1より，

$$FG=\frac{1}{2}AD=\frac{1}{2}\times 8=4\,(cm)$$

$$EG=EF+FG=7+4=11\,(cm)$$

参考　右図のような AD∥BC の台形ABCDで，AB，DC の中点をそれぞれ M，N とすると，



$$MN=\frac{1}{2}(a+b)$$

5 (1)　△ABDと△ADCは，それぞれBD，DCを底辺とみたときの高さが等しい。

よって，△ABD：△ADC＝BD：DC＝6：4＝3：2

(2)　△ABC：△ABD＝BC：BD＝(6＋4)：6＝5：3

よって，△ABD＝$x$cm^{2}とすると，

$20：x＝5：3$　　$5x＝60$　　$x＝12$

6 (1)　相似比が4：5だから，面積比は，

$4^2：5^2＝16：25$

(2)　Pの面積を$x$cm^{2}とすると，

$x：100＝16：25$　　$25x＝100\times16$　　$x＝64$

7 △ADE∽△ABCで，相似比は，AD：AB＝1：2

面積比は，$1^2：2^2＝1：4$

また，四角形DBCE＝△ABC－△ADE

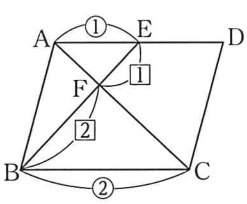
よって，△ADEと四角形DBCEの面積比は，

1：(4－1)＝1：3

8 (1)　AD∥BCより，

FB：FE＝BC：EA

＝2：1



よって，

△ABF：△AFE

＝BF：FE

＝2：1

(2)　△ABC＝▱ABCD÷2＝48÷2＝24(cm^2)

△ABEの底辺をAE，△ABCの底辺をBCとみると，△ABEと△ABCの高さが等しいから，

△ABE：△ABC＝AE：BC＝1：2

よって，

△ABE＝△ABC÷2＝24÷2＝12(cm^2)

また，

△ABE：△AFE＝BE：FE＝(2＋1)：1＝3：1

よって，$\triangle AFE=\frac{1}{3}\triangle ABE=\frac{1}{3}\times12=4\,(cm^2)$

さらに，△AFE∽△CFBで，相似比は1：2だから，面積比は，$1^2：2^2＝1：4$

よって，△CFB＝4△AFE＝4×4＝16(cm^2)

別解　△CFBは次のように求めてもよい。

FC：AC＝2：3より，

$$\triangle CFB=\frac{2}{3}\triangle ABC=\frac{2}{3}\times 24=16\,(cm^2)$$

9 (1)　相似比が3：4だから，表面積比は，

$3^2：4^2＝9：16$

また，体積比は，$3^3：4^3＝27：64$

(2)　Qの表面積を$x$cm^{2}とすると，

$27：x＝9：16$

$9x＝27\times16$

$x＝48$

(3)　Pの体積を$x$cm^{3}とすると，

$x：320＝27：64$

$64x＝320\times27$

$x＝135$

10 (1)　高さの比は相似比に等しい。

表面積比が$4：9＝2^2：3^2$だから，相似比は2：3

(2)　Qの体積を$x$cm^{3}とすると，

$80：x＝2^3：3^3$

$8x＝80\times27$

$x＝270$

11 すべての球はおたがいに相似な立体である。

よって，半径が5倍になると，体積は，

$5^3＝125$(倍)になる。

12 (1)　OMを母線とする円錐と，OAを母線とする円錐は相似で，相似比は，OM：OA＝1：2

よって，底面積の比は，

$1^2：2^2＝1：4$

(2)　$1^3：2^3＝1：8$

(3)　OMを母線とする円錐の体積を$x$cm^{3}とすると，

$x：72\pi＝1：8$

$8x＝72\pi$

$x＝9\pi$

よって，2つにわけた立体の，もう一方の体積は，

$72\pi-9\pi＝63\pi$(cm^3)

別解　2つにわけた立体の上側と下側の体積比は，

1：(8－1)＝1：7

よって，下側の方が体積が大きく，もとの円錐の体積の$\frac{7}{8}$倍になるから，

$$72\pi\times\frac{7}{8}=63\pi\,(cm^3)$$

❖演習問題❖

➡p.151

1 $GF = \frac{1}{2}AB$　…②

また，仮定より，$AB = DC$　…③

①，②，③より，$EG = GF$

よって，△EFG は，$EG = GF$ の二等辺三角形である。

2 (1)　12cm　　(2)　9cm

3 (1)　9：25　　(2)　4：21

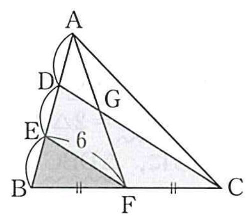
(3)　$\frac{2}{15}$ 倍

4 1：7：19

解説

1 △ABC においても中点連結定理を使う。

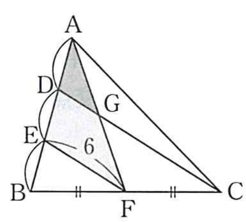
2 (1)　△BCD で，E，F は，それぞれ辺 BD，BC の中点だから，中点連結定理より，



$EF /\!/ DC,\ EF = \frac{1}{2}DC$

よって，$DC = 2EF = 2 \times 6 = 12$(cm)

(2)　△AEF で，$DG /\!/ EF$ より，



$DG : EF = AD : AE$
$= 1 : 2$

だから，

$DG = \frac{1}{2}EF = \frac{1}{2} \times 6$
$= 3$(cm)

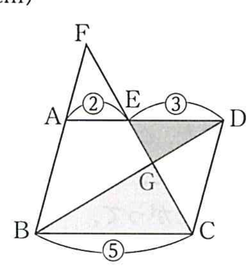
よって，$GC = DC - DG$
$= 12 - 3 = 9$(cm)

3 (1)　右図で，

$ED /\!/ BC$ だから，

△EGD ∽ △CGB で，

相似比は，



$DE : BC = 3 : (2+3)$
$= 3 : 5$

面積比は，

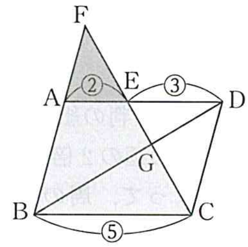
$3^2 : 5^2 = 9 : 25$

(2)　右図で，

$AE /\!/ BC$ だから，

△FAE ∽ △FBC で，

相似比は，



$AE : BC = 2 : 5$

面積比は，

$2^2 : 5^2 = 4 : 25$

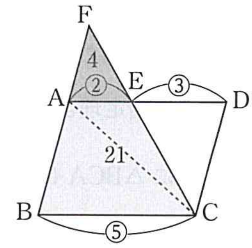
また，

四角形 ABCE ＝ △FBC － △FAE

よって，

△FAE：四角形 ABCE ＝ 4：(25－4) ＝ 4：21

(3)　(2)より，△FAE の面積を 4 とすると，四角形 ABCE の面積は 21



また，

四角形 ABCE

＝ △ABC ＋ △ACE

だから，

△ABC：△ACE ＝ BC：AE ＝ 5：2

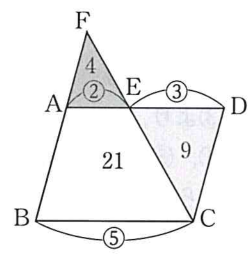
よって，△ABC ＝ $\frac{5}{5+2}$ 四角形 ABCE

$= \frac{5}{7} \times 21 = 15$

さらに，▱ABCD ＝ 2△ABC ＝ 2×15 ＝ 30

したがって，△FAE：▱ABCD ＝ 4：30 ＝ 2：15

別解　▱ABCD の面積については，次のように考えることもできる。



△FAE ∽ △CDE　で，

相似比は，

AE：DE ＝ 2：3

面積比は，

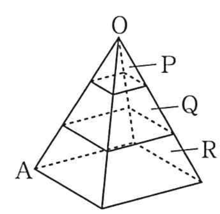
$2^2 : 3^2 = 4 : 9$

よって，△CDE の面積は 9

四角形 ABCE の面積は 21 だから，

▱ABCD ＝ 21＋9 ＝ 30

4　もとの正四角錐を P＋Q＋R と表し，P と Q をあわせた正四角錐を P＋Q と表すことにすると，P，P＋Q，P＋Q＋R はすべて相似で，相似比は



1：2：3

よって，体積比は，

$1^3 : 2^3 : 3^3 = 1 : 8 : 27$

P の体積を 1 とすると，

Q ＝ 8－1 ＝ 7，R ＝ 27－8 ＝ 19

❖実戦問題❖

➡p.152〜p.153

1 △DAC において，
2 点 H，G はそれぞれ辺 DA，DC の中点だから，
中点連結定理より，HG ∥ AC，$\mathrm{HG}=\dfrac{1}{2}\mathrm{AC}$
同様に △BCA において，EF ∥ AC，$\mathrm{EF}=\dfrac{1}{2}\mathrm{AC}$
よって，HG ∥ EF，HG＝EF
1 組の対辺が平行でその長さが等しいから，四角形 EFGH は平行四辺形である。

2 線分 EF をひく。BD：DC＝1：2 より，

$\mathrm{BD}=\dfrac{1}{2}\mathrm{DC}$ …①

△ADC において，E，F はそれぞれ辺 AD，AC の中点だから，中点連結定理より，

$\mathrm{EF}=\dfrac{1}{2}\mathrm{DC}$ …②　　EF ∥ DC …③

①，②より，BD＝EF …④
③より，BD ∥ EF …⑤
④，⑤より，1 組の対辺が平行でその長さが等しいから，四角形 BDFE は平行四辺形である。
平行四辺形の対辺は等しいから，BE＝DF

3 $64\mathrm{cm}^2$

4 $27\mathrm{cm}^2$

5 16 倍

6 8：9

7 (1) 16 倍　　(2) 1014mm

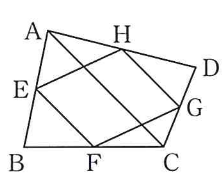
8 27：125

9 あふれない。
(理由) はじめに入れた水でできた円錐と容器の円錐は相似だから，相似比は，9：12＝3：4 であり，体積比は，$3^3：4^3$＝27：64 となる。
はじめに入れた水の体積は，容器の円錐の体積の半分以下だから，はじめに入れた水と同じ体積の水を加えても水はあふれない。

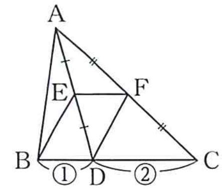
10 16cm

解説

1 AC が △DAC と △BCA の共通の辺であることに着目し，それぞれの三角形で中点連結定理を利用する。



2 長さが等しいことを示すので，
・三角形の合同　　・二等辺三角形の 2 辺
・平行四辺形の対辺　　・実際に計算する
などが考えられる。ここでは，形状から考えて平行四辺形の対辺であることを示す。
中点連結定理を利用して，1 組の対辺が平行で，その長さが等しいことを示す。

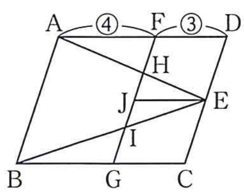


3 G の面積を $x\mathrm{cm}^2$ とすると，
$400：x=5^2：2^2$
$25x=400\times4$　　$x=64$

4 △ADE ∽ △ABC で，相似比は，
AD：AB＝2：(2＋1)＝2：3
△ABC の面積を $x\mathrm{cm}^2$ とすると，
$12：x=2^2：3^2$
$4x=12\times9$　　$x=27$

5 △DEC で，中点連結定理より，PQ ∥ EC
よって，△DPQ ∽ △DEC
相似比は，DP：DE＝1：2
ここで，△DPQ の面積を a とすると，
△DPQ：$\underline{\triangle\mathrm{DEC}}=1^2：2^2=1：4$ より，
$\underline{\triangle\mathrm{DEC}}=4\triangle\mathrm{DPQ}=4a$
また，$\underline{\triangle\mathrm{DEC}}$：△DBC＝EC：BC＝1：2 より，
△DBC＝$2\underline{\triangle\mathrm{DEC}}=2\times4a=8a$
さらに，△DBC：△ABC＝DB：AB＝1：2 より，
△ABC＝2△DBC＝$2\times8a=16a$
よって，△ABC の面積は，△DPQ の面積の 16 倍

6 右図のように，点 E を通り AD に平行な直線と線分 FG の交点を J とすると，



FJ＝JG …①
AD ∥ JE より，FH：HJ＝AF：JE＝4：3
よって，$\mathrm{HJ}=\dfrac{3}{7}\mathrm{FJ}$ …②
JE ∥ BG より，JI：IG＝JE：BG＝3：4
よって，$\mathrm{JI}=\dfrac{3}{7}\mathrm{JG}$ …③
①，②，③より，HJ＝JI
よって，△EHI＝2△EJI となる。
また，△BGI ∽ △EJI で，相似比は，BG：EJ＝4：3
よって，△BGI：△EJI＝$4^2：3^2$＝16：9
したがって，
△BGI：△EHI＝16：(2×9)＝16：18＝8：9

7 (1) A0 判の紙の面積は，A1 判の 2 倍
A2 判の $2^2=4$(倍)
A3 判の $2^3=8$(倍)
A4 判の $2^4=16$(倍)

(2) A2 判の紙の長い方の辺は，A4 判の紙の長い方の辺の 2 倍だから，相似比は 2：1
よって，周の長さの比も 2：1 になるから，A4 判の紙の周の長さを $x$cm とすると，
$2028：x=2：1$

これを解いて，$x=1014$

8 PとQの体積比は，$3^3:5^3=27:125$

9 はじめに入れた水の体積を2倍した値が，容器の体積より大きいとき水はあふれ，小さいときはあふれない。このことについて，それぞれの体積比を計算したうえで，説明すればよい。

10 容器A，Bにいっぱいに入る水の体積比は，

$3^3:2^3=27:8$

よって，容器Bにいっぱいに入った水を容器Aに移したとき，容器Aの底面から水面までの高さは，

$54\times\dfrac{8}{27}=16$(cm)

26 円周角の定理

❖確認問題❖

➡p.154～p.156

1 (1) 55°　(2) 70°　(3) 208°
(4) 61°　(5) 146°

2 (1) 90°　(2) 35°　(3) 49°

3 $\angle x=20°$，$\angle y=80°$

4 ㋐ CBE　㋑ DCE　㋒ CED
㋓ 2組の角がそれぞれ等しい

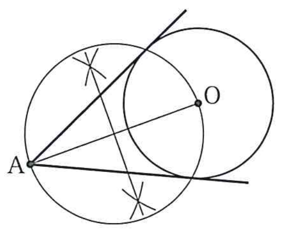
5 (1) ㋐ 90　㋑ 90　㋒ DBA
㋓ 錯角　㋔ DAB
㋕ 2組の角がそれぞれ等しい

(2) $\dfrac{16}{3}$cm

6 (1) ×　(2) ○　(3) ○

7 $\angle x=48°$，$\angle y=51°$

8



解説

1 (1) $\angle x=\dfrac{1}{2}\angle \mathrm{AOB}=\dfrac{1}{2}\times 110°=55°$

(2) $\angle x=2\angle \mathrm{APB}=2\times 35°=70°$

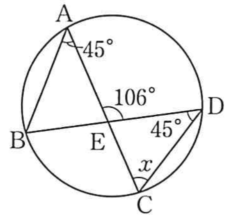
(3) $\angle x=2\angle \mathrm{APB}=2\times 104°=208°$

(4) 同じ弧に対する円周角の大きさは等しいから，

$\angle \mathrm{BDC}=\angle \mathrm{BAC}=45°$

右図で，△CDEの内角と外角の関係から，

$\angle x=106°-45°=61°$



(5) 右図で，

$\angle \mathrm{BOC}=2\angle \mathrm{BAC}$

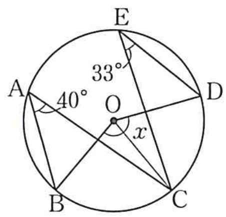
$=2\times 40°=80°$

$\angle \mathrm{COD}=2\angle \mathrm{CED}$

$=2\times 33°=66°$

$\angle x=\angle \mathrm{BOC}+\angle \mathrm{COD}$

$=80°+66°=146°$



2 (1) BCは直径だから，$\angle x=90°$

(2) BCは直径だから，$\angle \mathrm{BAC}=90°$

△ABCの内角の和は180°だから，

$\angle x=180°-(90°+55°)=35°$

(3)　AC は直径だから，$\angle ABC = 90°$

また，$\overset{\frown}{AB}$ に対する円周角は等しいから，

$\angle ACB = \angle ADB = 41°$

$\triangle ABC$ の内角の和は $180°$ だから，

$\angle x = 180° - (90° + 41°) = 49°$

3　円周を 9 等分した弧に対する中心角の大きさは，

$360° \div 9 = 40°$

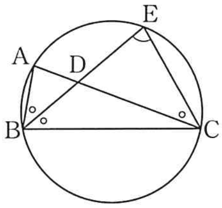
$\angle x$ は円周角だから，

$\angle x = \dfrac{1}{2} \times 40° = 20°$

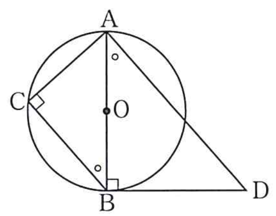
また，$\overset{\frown}{AF} = 4\overset{\frown}{CD}$ より，

$\angle y = 4\angle x = 4 \times 20° = 80°$

4　仮定と，同じ弧に対する円周角が等しいことなどを利用して，$\triangle BCE$ と $\triangle CDE$ の 2 組の角がそれぞれ等しいことを示す。



5　(1)　直径と円周角の関係や，直径と接線のつくる角，平行線と角の関係などを利用して，$\triangle ACB$ と $\triangle DBA$ の 2 組の角がそれぞれ等しいことを示す。



(2)　$\triangle ACB \backsim \triangle DBA$ より，$AB : DA = BC : AB$

$DA = x$cm とすると，$4 : x = 3 : 4$　　$x = \dfrac{16}{3}$

6　(1)　2 点 A，D は直線 BC の同じ側にあり，$\angle BAC$ と $\angle BDC$ は大きさが異なっている。

よって，4 点 A，B，C，D は 1 つの円周上にはない。（もし，4 点 A，B，C，D が 1 つの円周上にあるとすると，$\angle BAC$ と $\angle BDC$ はともに $\overset{\frown}{BC}$ に対する円周角で，$\angle BAC = \angle BDC$ となるはずである。）

(2)　2 点 B，C は直線 AD の同じ側にあり，

$\angle ABD = \angle ACD = 90°$ で，大きさが等しい。

よって，円周角の定理の逆より，4 点 A，B，C，D は 1 つの円周上にある。

参考　$\angle ABD = \angle ACD = 90°$ だから，4 点 A，B，C，D を通る円の直径は AD で，中心は AD の中点になる。

(3)　$\triangle ABC$ の内角の和は $180°$ だから，

$\angle ACB = 180° - (60° + 40° + 35°) = 45°$

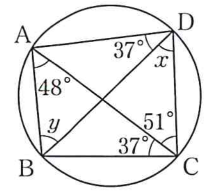
よって，$\angle ACB = \angle ADB$

また，2 点 C，D は直線 AB の同じ側にあるから，円周角の定理の逆より，4 点 A，B，C，D は 1 つの円周上にある。

7　2 点 C，D は直線 AB の同じ側にあり，

$\angle ACB = \angle ADB = 37°$ である。

よって，円周角の定理の逆より，4 点 A，B，C，D は右図のように 1 つの円周上にある。



$\overset{\frown}{BC}$ に対する円周角は等しいから，

$\angle x = \angle BAC = 48°$

$\overset{\frown}{AD}$ に対する円周角だから，

$\angle y = \angle ACD = 51°$

8　円の接線は接点を通る半径に垂直だから，点 P を接点とする接線 AP がひけたとすると，$\angle APO = 90°$ となる。よって，AO を直径とする円をかいて，円 O との交点の 1 つを P とすると，この点 P は接点の条件を満たすことになる。

作図の手順は次の通り。

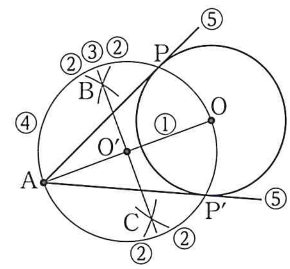
① A と O を結ぶ。

② A，O を中心として等しい半径の円をかき，その交点を B，C とする。

③ 直線 BC をひき，線分 AO との交点を O′ とする。

④ O′ を中心として半径 AO′ の円をかき，円 O との交点を P，P′ とする。

⑤ 半直線 AP，AP′ をひく。



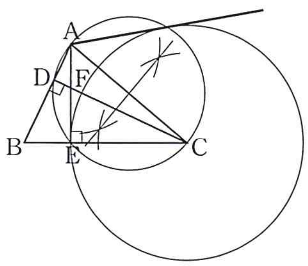
❖演習問題❖

➡p.157

1 (1) 89°　(2) 130°　(3) 118°
(4) 22°　(5) 120°　(6) 72°

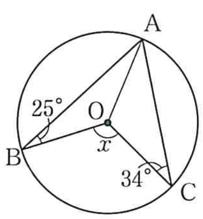
2 AB は直径だから，∠ACB＝90°
よって，∠ACE＝∠BCF＝90°　…②
$\overset{\frown}{\mathrm{CD}}$ に対する円周角は等しいから，
∠CAE＝∠CBF　…③
①，②，③より，1 組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいから，
△AEC≡△BFC

3 (1) 4 点 A，D，E，C と 4 点 D，B，E，F
(2)

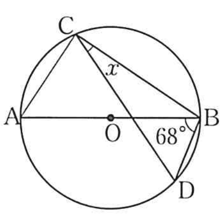


解説

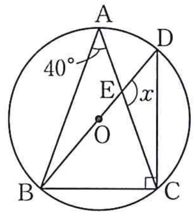
1 (1) 同じ弧に対する円周角の大きさは等しいから，
∠BAC＝∠BDC＝46°
三角形の内角と外角の関係から，
$\angle x = 43° + 46° = 89°$
(2) 点 B をふくまない方の $\overset{\frown}{\mathrm{AC}}$ に対する中心角は，
360°−100°＝260°
よって，円周角の定理より，
$\angle x = \dfrac{1}{2} \times 260° = 130°$
(3) 右図のように，O と A を結ぶ。△OAB，△OAC は二等辺三角形だから，
∠OAB＝∠OBA＝25°
∠OAC＝∠OCA＝34°
よって，
∠BAC＝25°＋34°＝59°
円周角の定理より，
$\angle x = 2\angle \mathrm{BAC} = 2 \times 59° = 118°$



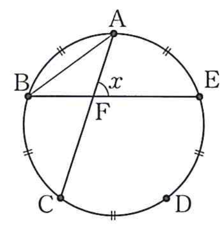
(4) 右図のように，A と C を結ぶ。同じ弧に対する円周角の大きさは等しいから，
∠ACD＝∠ABD＝68°
また，AB は直径だから，
∠ACB＝90°
よって，
$\angle x = 90° - 68° = 22°$



(5) BD は直径だから，
∠BCD＝90°
△ABC は AB＝AC の二等辺三角形だから，
∠ACB＝(180°−40°)÷2
＝70°
よって，∠ACD＝90°−70°＝20°
また，$\overset{\frown}{\mathrm{BC}}$ に対する円周角は等しいから，
∠BDC＝∠BAC＝40°
△DEC の内角の和は 180° だから，
$\angle x = 180° - (20° + 40°) = 120°$



(6) 円周を 5 等分した弧に対する中心角の大きさは，
360°÷5＝72°
右図のように，A と B を結ぶと，∠ABE，∠BAC は，円周を 5 等分した弧に対する円周角だから，
$\angle \mathrm{ABE} = \angle \mathrm{BAC} = \dfrac{1}{2} \times 72° = 36°$
△ABF の内角と外角の関係から，
$\angle x = \angle \mathrm{ABF} + \angle \mathrm{BAF} = 36° + 36° = 72°$



2 直径と円周角の関係や，同じ弧に対する円周角が等しいことなどを利用して，△AEC と △BFC の 1 組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいことを示す。

3 (1) 2 点 D，E は直線 AC の同じ側にあり，∠ADC＝∠AEC＝90° で，大きさが等しい。
よって，円周角の定理の逆より，4 点 A，D，E，C は 1 つの円周上にある。
また，∠BDF＝∠BEF＝90° より，2 点 D，E は，どちらも BF を直径とする円の周上にあるから，4 点 D，B，E，F は 1 つの円周上にある。
(2) もう 1 つの接点を P とすると，∠APC＝90° となる。
よって，線分 AC を直径とする円を作図し，C を中心とする半径 CE の円との交点を P として，A と P を結ぶ直線をひけばよい。
別解 もう 1 つの接点を P とする。
△AEC≡△APC だから，点 P は，点 E を AC を軸として対称移動した点である。
① 点 A を中心として半径 AE の円をかく。
② 点 C を中心として半径 EC の円をかく。
③ 点 E 以外の①と②の交点が P となる。

❖実戦問題❖

➡p.158〜p.159

1 (1) 82°　(2) 40°　(3) 20°
(4) 20°　(5) 38°　(6) 66°

2 △ABE と △ACD において,
仮定より,
AB＝AC …①
∠BAE＝∠CAD …②
$\overset{\frown}{AD}$ に対する円周角は等しいから,
∠ABE＝∠ACD …③
①, ②, ③より, 1 組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいから,
△ABE≡△ACD

3 △ADC と △BEC において,
仮定より, AD＝BE …①
△ABC は正三角形だから, AC＝BC …②
$\overset{\frown}{CD}$ に対する円周角は等しいから,
∠DAC＝∠EBC …③
①, ②, ③より, 2 組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから,
△ADC≡△BEC

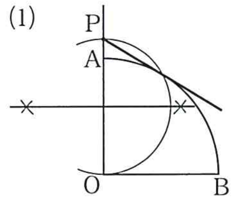
4 △ABD と △O′BP において,
共通な角だから, ∠ABD＝∠O′BP …①
半円の弧に対する円周角は 90° だから,
∠ADB＝90° …②
また, 円の接線は接点を通る半径に垂直だから,
∠O′PB＝90° …③
②, ③より, ∠ADB＝∠O′PB …④
①, ④より, 2 組の角がそれぞれ等しいから,
△ABD∽△O′BP

5 △ABC と △BFG において,
同じ弧に対する円周角は等しいから,
∠ACB＝∠BGF …①
AB∥CG であり, 平行線の錯角は等しいから,
∠ABC＝∠BCG …②
同じ弧に対する円周角は等しいから,
∠BFG＝∠BCG …③
②, ③より, ∠ABC＝∠BFG …④
①, ④より, 2 組の角がそれぞれ等しいから,
△ABC∽△BFG

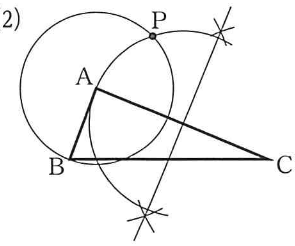
6 △ABC と △DFE において,
まず, $\overset{\frown}{AB}$ に対する円周角は等しいから,
∠ACB＝∠AEB
よって, ∠ACB＝∠DEF …①
次に, 線分 CE をひくと,
$\overset{\frown}{BC}$ に対する円周角は等しいから,
∠BAC＝∠BEC …②
また, △ACE において, 点 D は辺 AC の中点, 点 F は辺 AE の中点だから, 中点連結定理より,
CE∥DF …③
③より, 平行線の錯角は等しいから,
∠CED＝∠FDE
よって, ∠BEC＝∠FDE …④
②, ④より, ∠BAC＝∠FDE …⑤
①, ⑤より, 2 組の角がそれぞれ等しいから,
△ABC∽△DFE

7 (1) 点 E　(2) 35°

8 (1)



(2)



解説

1 (1) $\angle ACB=\frac{1}{2}\angle AOB=\frac{1}{2}\times 90°=45°$
三角形の内角の和は 180° だから,
$\angle x=180°-(45°+53°)=82°$

(2) $\angle BOC=2\angle BAC=2\times 50°=100°$
△OBC は OB＝OC の二等辺三角形だから,
$\angle x=(180°-100°)\div 2=40°$

(3) $\angle AOB=120°\div 3=40°$
よって, $\angle x=\frac{1}{2}\angle AOB=\frac{1}{2}\times 40°=20°$

(4) △BED の内角と外角の関係から,
$\angle EBD=\angle EDC-\angle BED=105°-50°=55°$
$\overset{\frown}{EC}$ に対する円周角は等しいから,
$\angle EAC=\angle EBC=55°$
よって, ∠BAE＝∠EAC＝55° で,
△ABE の内角の和は 180° だから,
$\angle x=180°-(55°+55°+50°)=20°$

(5) A と B を結ぶ。$\overset{\frown}{AD}$ に対する円周角は等しいから, ∠ABD＝∠ACD＝52°
また, 線分 BD は直径だから, ∠BAD＝90°
△ABD の内角の和は 180° だから,
$\angle x=180°-(90°+52°)=38°$

(6) O と C を結ぶと, OB＝OC より,
$\angle OCB=\angle OBC=46°$
よって, ∠BOC＝180°−46°×2＝88° より,
$\angle BAC=\frac{1}{2}\angle BOC=\frac{1}{2}\times 88°=44°$
AB＝AC より, ∠ABC＝∠ACB だから,
$\angle ABC=\frac{1}{2}\times(180°-44°)=68°$

よって，$\angle ABD = \angle ABC - \angle OBC = 68^\circ - 46^\circ = 22^\circ$
$\triangle ABD$ の内角と外角の関係から，
$\angle x = \angle ABD + \angle BAC = 22^\circ + 44^\circ = 66^\circ$

2 仮定から，1組の辺と1組の角が等しいことがわかるので，$\angle ABE = \angle ACD$ か $AE = AD$ を示すことを考える。

3 仮定から，2組の辺が等しいことがわかるので，$DC = EC$ か $\angle DAC = \angle EBC$ を示すことを考える。

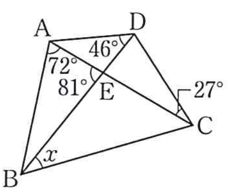
4 直径と円周角の関係や，接線は接点を通る半径に垂直であることを利用して，等しい角を見つけ，2組の角がそれぞれ等しいことを示す。

5 円周角の性質や平行線の性質を利用して，2組の角がそれぞれ等しいことを示す。

6 辺 AE の中点 F と辺 AC の中点 D が結ばれていることから，$\triangle ACE$ で中点連結定理の利用を考える。同じ弧に対する円周角が等しいことなどを利用して，2組の角がそれぞれ等しいことを示す。

7 (1) $\triangle ABC$ の内角の和は 180° だから，
$\angle ACB = 180^\circ - (46^\circ + 85^\circ) = 49^\circ$
よって，$\angle AEB = \angle ACB$ となるから，3点 A，B，C と同じ円周上にある点は E である。

(2) 右図で，$\triangle ABE$ の内角の和は 180° だから，
$\angle ABE$
$= 180^\circ - (81^\circ + 72^\circ)$
$= 27^\circ$



よって，$\angle ABD = \angle ACD$ となるから，4点 A，B，C，D は1つの円周上にある。
$\overset{\frown}{AB}$ に対する円周角は等しいから，
$\angle ACB = \angle ADB = 46^\circ$
$\triangle BCE$ の内角と外角の関係から，
$\angle x = 81^\circ - 46^\circ = 35^\circ$

8 (1) 線分 PO を直径とする円を作図すると，$\overset{\frown}{AB}$ との交点が求める接線の接点になる。
(2) ①より，点 P は A を中心とする半径 AB の円の周上にある。②より，点 P は AC を直径とする円の周上にある。よって，①，②の円の交点を P とすればよい。ただし，下側の交点を P とすると，線分 AP が辺 BC と交わることになるので，これは条件にあわない。

27 三平方の定理

❖確認問題❖

➡p.160〜p.162

1 (1) $x = 5$　(2) $x = 4\sqrt{5}$　(3) $x = 6$
(4) $x = \sqrt{21}$　(5) $x = 4$　(6) $x = 3\sqrt{3}$

2 (1) $\sqrt{10}$cm　(2) 3cm

3 (1) ×　(2) ○　(3) ○　(4) ○

4 (1) $x = 4$，$y = 4\sqrt{2}$　(2) $x = 6$，$y = 3\sqrt{3}$
(3) $x = 5$，$y = 5\sqrt{3}$　(4) $x = 3\sqrt{2}$，$y = 4\sqrt{3}$
(5) $x = 5\sqrt{3}$，$y = 5\sqrt{6}$

5 (1) $2\sqrt{2}$ cm　(2) $\sqrt{11}$cm　(3) $4\sqrt{3}$ cm

6 (1) $\sqrt{41}$cm　(2) $5\sqrt{2}$ cm　(3) 10cm

7 (1) $2\sqrt{5}$ cm　(2) $4\sqrt{2}$ cm

8 $2\sqrt{14}$cm

9 (1) 13cm　(2) $4\sqrt{10}$cm

解説

1 (1) $\angle C = 90^\circ$ だから，三平方の定理より，
$4^2 + 3^2 = x^2$　　$x^2 = 25$
$x > 0$ より，$x = \sqrt{25} = 5$
(2) 直角と向かいあう辺 BC が斜辺である。
$4^2 + 8^2 = x^2$　　$x^2 = 80$
$x > 0$ より，$x = \sqrt{80} = 4\sqrt{5}$
(3) $5^2 + (\sqrt{11})^2 = x^2$　　$x^2 = 36$
$x > 0$ より，$x = \sqrt{36} = 6$
(4) $x^2 + 2^2 = 5^2$　　$x^2 = 5^2 - 2^2 = 21$
$x > 0$ より，$x = \sqrt{21}$
(5) $x^2 + (\sqrt{33})^2 = 7^2$　　$x^2 = 7^2 - (\sqrt{33})^2 = 16$
$x > 0$ より，$x = \sqrt{16} = 4$
(6) $x^2 + 6^2 = (3\sqrt{7})^2$　　$x^2 = (3\sqrt{7})^2 - 6^2 = 27$
$x > 0$ より，$x = \sqrt{27} = 3\sqrt{3}$

2 (1) $\triangle ABC$ で，$\angle B = 90^\circ$ だから，
三平方の定理より，$AB^2 + BC^2 = AC^2$
$AC = x$cm とすると，$1^2 + 3^2 = x^2$　　$x^2 = 10$
$x > 0$ より，$x = \sqrt{10}$
(2) $BD = x$cm とすると，
$(\sqrt{3})^2 + (\sqrt{6})^2 = x^2$　　$x^2 = 9$
$x > 0$ より，$x = \sqrt{9} = 3$

3 最も長い辺を c，他の2辺を a，b として，
$a^2 + b^2 = c^2$ が成り立つかどうかを調べる。
(1) 最も長い辺は 4cm
$a^2 + b^2 = 2^2 + 3^2 = \underline{13}$　　$c^2 = 4^2 = \underline{16}$
よって，直角三角形ではない。
(2) 最も長い辺は 13cm
$a^2 + b^2 = 5^2 + 12^2 = \underline{169}$　　$c^2 = 13^2 = \underline{169}$
よって，直角三角形である。

(3)　最も長い辺は $\sqrt{3}$ cm

$a^2+b^2=1^2+(\sqrt{2})^2=\underline{3}$　　$c^2=(\sqrt{3})^2=\underline{3}$

よって，直角三角形である。

(4)　$\sqrt{7}<3<4$ だから，最も長い辺は 4cm

$a^2+b^2=(\sqrt{7})^2+3^2=\underline{16}$　　$c^2=4^2=\underline{16}$

よって，直角三角形である。

4 (1)　直角二等辺三角形だから，$x=4$

また，$4:y=1:\sqrt{2}$　　$y=4\sqrt{2}$

(2)　30° の角をもつ直角三角形だから，

$3:x=1:2$　　$x=6$

$3:y=1:\sqrt{3}$　　$y=3\sqrt{3}$

(3)　60° の角をもつ直角三角形だから，

$x:10=1:2$　　$2x=10$　　$x=5$

$10:y=2:\sqrt{3}$　　$2y=10\sqrt{3}$　　$y=5\sqrt{3}$

(4)　$AC:BC=\sqrt{2}:1$ だから，

$6:x=\sqrt{2}:1$　　$\sqrt{2}x=6$　　$x=3\sqrt{2}$

また，$AC:AD=\sqrt{3}:2$ だから，

$6:y=\sqrt{3}:2$　　$\sqrt{3}y=12$　　$y=4\sqrt{3}$

(5)　$AB:AD=1:\sqrt{3}$ だから，

$x:15=1:\sqrt{3}$　　$\sqrt{3}x=15$　　$x=5\sqrt{3}$

また，$AB:BD=1:2$ より，

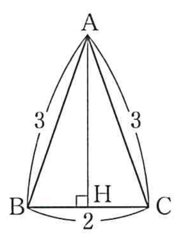
$BD=2AB=2\times5\sqrt{3}=10\sqrt{3}$ (cm)

$BD:CD=\sqrt{2}:1$ だから，

$10\sqrt{3}:y=\sqrt{2}:1$　　$\sqrt{2}y=10\sqrt{3}$

$y=5\sqrt{6}$

5 (1)　A から BC に垂線 AH をひくと，$BH=\frac{1}{2}BC=1$(cm)



△ABH で，∠AHB = 90° だから，

$AH^2+BH^2=AB^2$

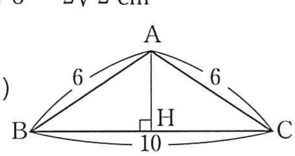
$AH^2=AB^2-BH^2$

$=3^2-1^2=8$

$AH>0$ より，$AH=\sqrt{8}=2\sqrt{2}$ cm

(2)　右図で，

$BH=\frac{1}{2}BC=5$(cm)



△ABH で，

$AH^2=AB^2-BH^2=6^2-5^2=11$

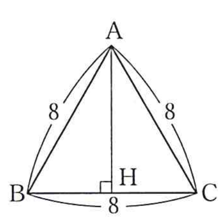
$AH>0$ より，$AH=\sqrt{11}$ cm

(3)　右図で，△ABH は 60° の角をもつ直角三角形になる。

$8:AH=2:\sqrt{3}$

$2AH=8\sqrt{3}$

$AH=4\sqrt{3}$ (cm)

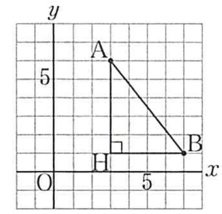


1 辺の長さが a の正三角形の高さは，$\frac{\sqrt{3}}{2}a$

6 (1)　右図の △AHB で，

$AH=6-1=5$(cm)

$HB=7-3=4$(cm)



よって，

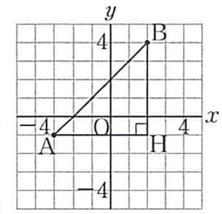
$AB^2=5^2+4^2=41$

$AB>0$ より，$AB=\sqrt{41}$ cm

(2)　右図の △AHB で，

$AH=2-(-3)=5$(cm)

$BH=4-(-1)=5$(cm)



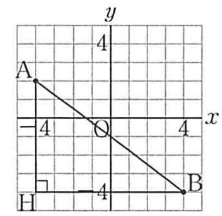
よって，△AHB は直角二等辺三角形だから，

$AB=\sqrt{2}\,AH=5\sqrt{2}$ (cm)

(3)　右図の △AHB で，

$AH=2-(-4)=6$(cm)

$HB=4-(-4)=8$(cm)



よって，

$AB^2=6^2+8^2=100$

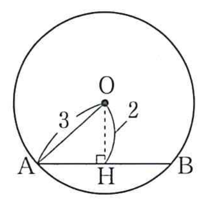
$AB>0$ より，

$AB=\sqrt{100}=10$cm

7 (1)　右図の △OAH で，

$AH^2=OA^2-OH^2$

$=3^2-2^2=5$

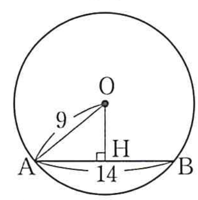


$AH>0$ より，$AH=\sqrt{5}$ cm

$AB=2AH=2\sqrt{5}$ (cm)

(2)　右図で，O から AB に垂線 OH をひくと，

$AH=\frac{1}{2}AB=7$(cm)



△OAH で，

$OH^2=OA^2-AH^2=9^2-7^2=32$

$OH>0$ より，$OH=\sqrt{32}=4\sqrt{2}$ cm

8 △AOP は ∠P = 90° の直角三角形になるから，

$AP^2=AO^2-OP^2=9^2-5^2=56$

$AP>0$ より，$AP=\sqrt{56}=2\sqrt{14}$ cm

9 (1)　円外の 1 点からひいた 2 つの接線の長さは等しいから，

$CP=CA=8$cm，$DP=DB=5$cm

よって，$CD=CP+DP=8+5=13$(cm)

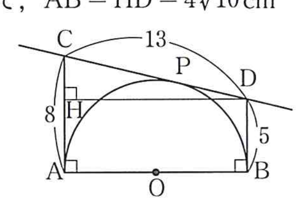
(2)　下図のように，D から AC に垂線 DH をひくと，四角形 HABD は長方形だから，$AH=BD=5$cm

よって，$CH=AC-AH=8-5=3$(cm)

△CHD で，$HD^2=CD^2-CH^2=13^2-3^2=160$

$HD>0$ より，$HD=\sqrt{160}=4\sqrt{10}$ cm

したがって，$AB=HD=4\sqrt{10}$ cm



❖演習問題❖

➡p.163

1 (1) $x=2\sqrt{41}$ (2) $x=3\sqrt{5}$ (3) $x=5$

2 21cm，29cm

3 イ，ウ

4 (1) $x=2\sqrt{6}$，$y=5\sqrt{7}$

(2) $x=9\sqrt{2}$，$y=6\sqrt{6}$

5 (1) 高さ…$7\sqrt{3}$ cm，面積…$49\sqrt{3}$ cm^2

(2) $2\sqrt{29}$

6 (1) $4\sqrt{7}$ cm (2) $2\sqrt{11}$cm

解説

1 (1) $\angle C=90°$ だから，三平方の定理より，

$10^2+8^2=x^2$ $x^2=164$

$x>0$ より，$x=\sqrt{164}=2\sqrt{41}$

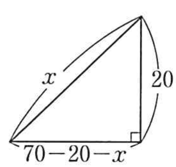
(2) $6^2+x^2=9^2$ $x^2=9^2-6^2=45$

$x>0$ より，$x=\sqrt{45}=3\sqrt{5}$

(3) $(4\sqrt{6})^2+x^2=11^2$ $x^2=11^2-(4\sqrt{6})^2=25$

$x>0$ より，$x=\sqrt{25}=5$

2 斜辺の長さを $x$cm とすると，



三平方の定理より，

$20^2+(70-20-x)^2=x^2$

これを解いて，$x=29$

よって，残りの1辺は，$70-20-29=21$(cm)

3 最も長い辺を c，他の2辺を a，b として，

$a^2+b^2=c^2$ が成り立つかどうかを調べる。

ア 最も長い辺は 7cm

$a^2+b^2=3^2+5^2=\underline{34}$ $c^2=7^2=\underline{49}$

よって，直角三角形ではない。

イ 最も長い辺は $\sqrt{10}$cm

$a^2+b^2=(\sqrt{3})^2+(\sqrt{7})^2=\underline{10}$ $c^2=(\sqrt{10})^2=\underline{10}$

よって，直角三角形である。

ウ 最も長い辺は 1.7cm

$a^2+b^2=0.8^2+1.5^2=\underline{2.89}$ $c^2=1.7^2=\underline{2.89}$

よって，直角三角形である。

エ $2^2=4$，$3^2=9$，$(\sqrt{2})^2=2$ より，最も長い辺は 3cm

$a^2+b^2=2^2+(\sqrt{2})^2=\underline{6}$ $c^2=3^2=\underline{9}$

よって，直角三角形ではない。

4 (1) △ABD で，$5^2+x^2=7^2$ $x^2=7^2-5^2=24$

$x>0$ より，$x=\sqrt{24}=2\sqrt{6}$

また，$BC=2\sqrt{6}+3\sqrt{6}=5\sqrt{6}$ (cm)だから，

△ABC で，$5^2+(5\sqrt{6})^2=y^2$ $y^2=175$

$y>0$ より，$y=\sqrt{175}=5\sqrt{7}$

(2) △ABD は直角二等辺三角形だから，

$AB : AD=\sqrt{2} : 1$ $18 : x=\sqrt{2} : 1$

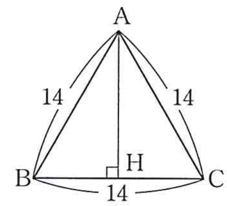
$x=9\sqrt{2}$

また，△ADC は 60° の角をもつ直角三角形だから，

$AD : AC=\sqrt{3} : 2$ $9\sqrt{2} : y=\sqrt{3} : 2$

$y=6\sqrt{6}$

5 (1) 右図の △ABC で，A から BC に垂線 AH をひく。



$\angle B=60°$ より，△ABH は 60° の角をもつ直角三角形になるから，

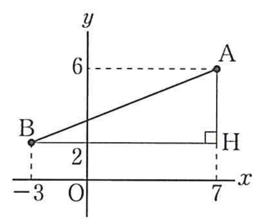
$AB : AH=2 : \sqrt{3}$

$14 : AH=2 : \sqrt{3}$ $AH=7\sqrt{3}$ (cm)

よって，高さは $7\sqrt{3}$ cm で，面積は，

$\dfrac{1}{2}\times14\times7\sqrt{3}=49\sqrt{3}$ (cm^2)

(2) 右図のように，A を通り y 軸に平行な直線と，B を通り x 軸に平行な直線の交点を H とする。



△ABH で，

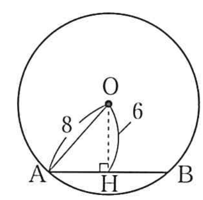
$AH=6-2=4$

$BH=7-(-3)=10$

よって，$AB^2=4^2+10^2=116$

$AB>0$ より，$AB=\sqrt{116}=2\sqrt{29}$

6 (1) 右図で，O から AB に垂線 OH をひくと，$AH=\dfrac{1}{2}AB$



△OAH で，

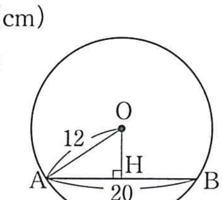
$AH^2=OA^2-OH^2$

$=8^2-6^2=28$

$AH>0$ より，$AH=\sqrt{28}=2\sqrt{7}$ cm

よって，$AB=2AH=4\sqrt{7}$ (cm)

(2) 右図で，O から AB に垂線 OH をひくと，



$AH=\dfrac{1}{2}AB=10$ (cm)

△OAH で，

$OH^2=OA^2-AH^2=12^2-10^2=44$

$OH>0$ より，$OH=\sqrt{44}=2\sqrt{11}$ cm

❖実戦問題❖

➡p.164〜p.165

1 (1) $\sqrt{13}$cm　　(2) $2\sqrt{5}$ cm

2 (1) $x+2$

(2) 辺 $\boxed{\text{AB}}$ の長さを x とすると，

$x^2+(x+1)^2=(x+2)^2$

$x^2-2x-3=0$

$(x+1)(x-3)=0$

$x=-1,\ 3$

$x=-1$ のとき，3 辺の長さは $-1,\ 0,\ 1$ となり，問題にあわない。

$x=3$ のとき，3 辺の長さは 3，4，5 となり，問題にあっている。

(答) AB = 3，BC = 4，CA = 5

3 $4\sqrt{3}$ cm

4 (1) $\sqrt{3}$ cm　　(2) $\sqrt{6}$ cm

5 $3\sqrt{5}$

6 $\dfrac{8\sqrt{2}}{3}$cm

7 (1) $6\sqrt{3}$ cm²　　(2) $25\sqrt{3}$ cm²

8 (1) $3\sqrt{5}$ cm　　(2) 12cm

9 (1) △ACB　　(2) $\dfrac{28\sqrt{2}}{5}$cm

解説

1 (1) △ABD で，∠A = 90° だから，

三平方の定理より，$AB^2+AD^2=BD^2$

$BD^2=2^2+3^2=13$

BD > 0 より，$BD=\sqrt{13}$cm

(2) △ABC で，$AB^2+BC^2=AC^2$

$AC^2=2^2+4^2=20$

AC > 0 より，$AC=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$ cm

2 (1) $BC=x+1$，$CA=(x+1)+1=x+2$

(2) 辺 BC や CA の長さを x としてもよい。

別解　辺 BC の長さを x とすると，

$AB=x-1$，$CA=x+1$ と表されるから，

$(x-1)^2+x^2=(x+1)^2$　　$x^2-4x=0$

$x(x-4)=0$　　$x=0,\ 4$

$x=0$ のとき，3 辺の長さは $-1,\ 0,\ 1$ となり，問題にあわない。

$x=4$ のとき，3 辺の長さは 3，4，5 となり，問題にあっている。

3 △ABD で，∠D = 90° だから，$AD^2+BD^2=AB^2$

$BD^2=AB^2-AD^2=6^2-2^2=32$

また，△BCD で，∠D = 90° だから，$BD^2+CD^2=BC^2$

$CD=6-2=4$(cm) より，$BC^2=32+4^2=48$

BC > 0 より，$BC=\sqrt{48}=4\sqrt{3}$ cm

4 (1) △ABC は正三角形だから，∠B = 60°

よって，△DBE は 60° の角をもつ直角三角形で，

$BD : DE=2 : \sqrt{3}$　　$2 : DE=2 : \sqrt{3}$

したがって，$DE=\sqrt{3}$ cm

(2) △DEC は直角二等辺三角形だから，

$DE : CD=1 : \sqrt{2}$　　$\sqrt{3} : CD=1 : \sqrt{2}$

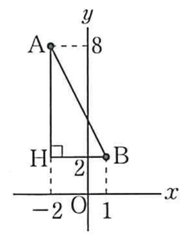
したがって，$CD=\sqrt{6}$ cm

5 点 A の y 座標は，$y=2\times(-2)^2=8$

点 B の y 座標は，$y=2\times1^2=2$

よって，A(−2, 8)，B(1, 2)

右図のように，A を通り y 軸に平行な直線と，B を通り x 軸に平行な直線の交点を H とする。



△AHB で，

$AH=8-2=6$

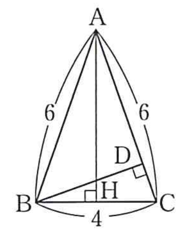
$HB=1-(-2)=3$

よって，$AB^2=6^2+3^2=45$

AB > 0 より，$AB=\sqrt{45}=3\sqrt{5}$

6 線分 BD の長さが最短となるのは，BD ⊥ AC となる場合で，このとき，BD は △ABC で AC を底辺とみたときの高さになる。

ここで，右図のように，A から BC に垂線 AH をひくと，



$BH=\dfrac{1}{2}BC=2$(cm)

△ABH で，$AH^2=AB^2-BH^2=6^2-2^2=32$

AH > 0 より，$AH=\sqrt{32}=4\sqrt{2}$ cm

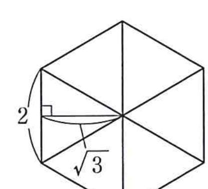
BD = $x$cm として，△ABC の面積に着目すると，

$\dfrac{1}{2}\times6\times x=\dfrac{1}{2}\times4\times4\sqrt{2}$

これを解いて，$x=\dfrac{8\sqrt{2}}{3}$

7 (1) 1 辺が 2cm の正三角形 6 個分の面積に等しい。

1 辺が 2cm の正三角形の高さは $\sqrt{3}$ cm だから，面積は，



$\dfrac{1}{2}\times2\times\sqrt{3}=\sqrt{3}$ (cm²)

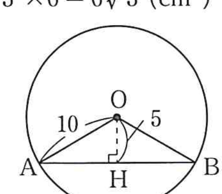
よって，正六角形の面積は，$\sqrt{3}\times6=6\sqrt{3}$ (cm²)

(2) 右図で，$AH=\dfrac{1}{2}AB$

△OAH で，

$AH^2=OA^2-OH^2$

$=10^2-5^2=75$



AH > 0 より，$AH=\sqrt{75}=5\sqrt{3}$ cm

よって，$AB=2AH=10\sqrt{3}$ (cm) だから，

$\triangle OAB=\dfrac{1}{2}\times10\sqrt{3}\times5=25\sqrt{3}$ (cm²)

8 (1) 円Oの半径は $12 \div 2 = 6$(cm)

また，円の接線は接点を通る半径に垂直だから，

△OAC で，∠OAC = 90°

よって，$OC^2 = OA^2 + AC^2 = 6^2 + 3^2 = 45$

$OC > 0$ より，$OC = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$ cm

(2) 下図のように，C から BE に垂線 CH をひくと，

四角形 ABHC は長方形だから，

CH = AB = 12cm，BH = AC = 3cm

接線の長さは等しいから DC = AC = 3cm

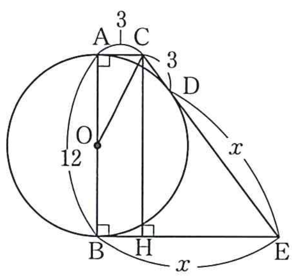
同様に，DE = $x$cm とすると，BE = $x$cm

△CHE で，∠CHE = 90° だから，

$CH^2 + HE^2 = CE^2$

よって，$12^2 + (x-3)^2 = (3+x)^2$

これを解いて，$x = 12$



直角三角形の3辺を1つの文字を使って表すと，三平方の定理により，方程式が導かれる。

9 (1) △ABD と △ACB で，

共通だから，∠BAD = ∠CAB …①

点Oは円の中心だから，△OAB は直角二等辺三角形で，∠ABO = 45°

円周角の定理より，$\angle ACB = \frac{1}{2}\angle AOB = 45°$

よって，∠ABD = ∠ACB …②

①，②より，2組の角がそれぞれ等しいから，

△ABD ∽ △ACB

(2) 下図のように，

△OAB で，OA : AB = 1 : $\sqrt{2}$ より，

$AB = \sqrt{2}\,OA = 4\sqrt{2}$ (cm)

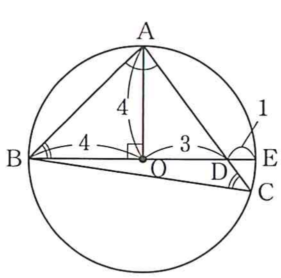
△AOD で，$AD^2 = AO^2 + OD^2 = 4^2 + 3^2 = 25$

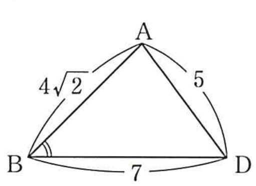
$AD > 0$ より，$AD = \sqrt{25} = 5$cm

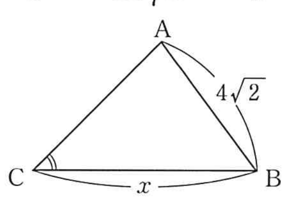
△ABD ∽ △ACB より，AD : AB = DB : BC

BC = $x$cm とすると，$5 : 4\sqrt{2} = (4+3) : x$

$5x = 28\sqrt{2}$　　$x = \frac{28\sqrt{2}}{5}$ (cm)







28 空間図形と三平方の定理

❖確認問題❖

➡p.166〜p.168

1 (1) $\sqrt{69}$ cm　(2) $5\sqrt{3}$ cm

2 $\sqrt{61}$ cm

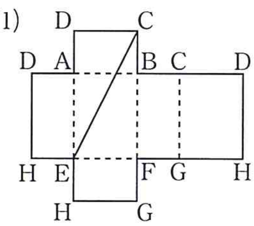
3 (1) $3\sqrt{2}$ cm　(2) $\sqrt{31}$ cm　(3) $12\sqrt{31}$ cm^3

4 (1) $\sqrt{14}$ cm　(2) $\frac{100\sqrt{14}}{3}$ cm^3　(3) $20\sqrt{39}$ cm^2

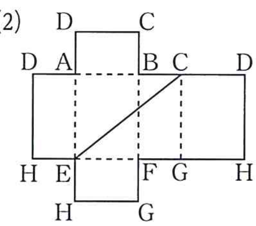
5 (1) $\sqrt{91}$ cm　(2) $3\sqrt{91}\,\pi$ cm^3

6 (1) $3\sqrt{3}$ cm　(2) 27π cm^3

7 (1)

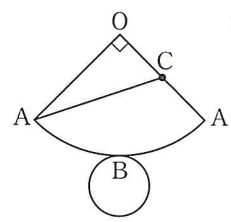


(2)



8 $2\sqrt{34}$ cm

9 (1)



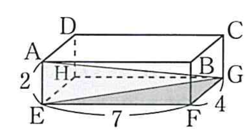
(2) $4\sqrt{5}$ cm

解説

1 (1) 右図で，

$AG^2 = EG^2 + AE^2$

$EG^2 = FG^2 + EF^2$



よって，$AG^2 = FG^2 + EF^2 + AE^2 = 4^2 + 7^2 + 2^2 = 69$

$AG > 0$ より，$AG = \sqrt{69}$ cm

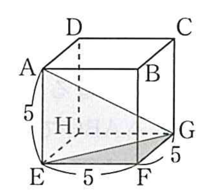
(2) $AG^2 = FG^2 + EF^2 + AE^2$

$= 5^2 + 5^2 + 5^2$

$= 75$

$AG > 0$ より，

$AG = \sqrt{75} = 5\sqrt{3}$ cm



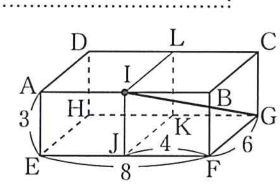
縦 a，横 b，高さ c の直方体の対角線の長さ
…$\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$
1辺 a の立方体の対角線の長さ
…$\sqrt{a^2 + a^2 + a^2} \rightarrow \sqrt{3}\,a$

2 右図の直方体 IBCL－JFGK の対角線になる。

$IG^2 = 6^2 + 4^2 + 3^2$

$= 61$

$IG > 0$ より，$IG = \sqrt{61}$ cm



3 (1) △ABC は直角二等辺三角形だから，

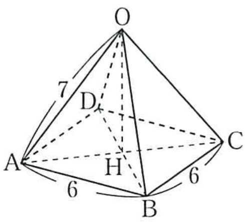
$AB : AC = 1 : \sqrt{2}$ より，

$AC = \sqrt{2}\,AB$

$= 6\sqrt{2}\,(\text{cm})$

$AH = \dfrac{1}{2}AC$

$= 3\sqrt{2}\,(\text{cm})$



(2) △OAH で，$\angle OHA = 90°$ だから，

$OH^2 = OA^2 - AH^2 = 7^2 - (3\sqrt{2})^2 = 31$

$OH > 0$ より，$OH = \sqrt{31}\,\text{cm}$

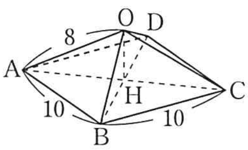
(3) $\dfrac{1}{3} \times 6 \times 6 \times \sqrt{31} = 12\sqrt{31}\,(\text{cm}^3)$

4 (1) △ABC で，

$AB : AC = 1 : \sqrt{2}$ より，

$AC = \sqrt{2}\,AB$

$= 10\sqrt{2}\,(\text{cm})$



$AH = \dfrac{1}{2}AC = 5\sqrt{2}\,(\text{cm})$

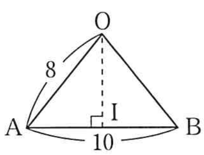
△OAH で，$OH^2 = OA^2 - AH^2 = 8^2 - (5\sqrt{2})^2 = 14$

$OH > 0$ より，$OH = \sqrt{14}\,\text{cm}$

(2) $\dfrac{1}{3} \times 10 \times 10 \times \sqrt{14} = \dfrac{100\sqrt{14}}{3}\,(\text{cm}^3)$

(3) 4 つの側面は，すべて合同な二等辺三角形である。そのうちの 1 つである △OAB について，O から AB に垂線 OI をひくと，

$AI = \dfrac{1}{2}AB = 5(\text{cm})$



△OAI で，

$OI^2 = OA^2 - AI^2 = 8^2 - 5^2 = 39$

$OI > 0$ より，$OI = \sqrt{39}\,\text{cm}$

$\triangle OAB = \dfrac{1}{2} \times 10 \times \sqrt{39} = 5\sqrt{39}\,(\text{cm}^2)$

よって，側面積は，$5\sqrt{39} \times 4 = 20\sqrt{39}\,(\text{cm}^2)$

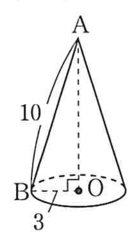
5 (1) 右図で，線分 AO が円錐の高さになる。

△ABO で，$\angle AOB = 90°$ だから，

$AO^2 = AB^2 - BO^2$

$= 10^2 - 3^2 = 91$

$AO > 0$ より，$AO = \sqrt{91}\,\text{cm}$



(2) $\dfrac{1}{3} \times \pi \times 3^2 \times \sqrt{91} = 3\sqrt{91}\,\pi\,(\text{cm}^3)$

6 (1) 右図で，△OAH の辺 AH が，切り口の円の半径になる。

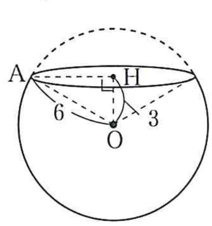
$\angle OHA = 90°$ だから，

$AH^2 = OA^2 - OH^2$

$= 6^2 - 3^2 = 27$

$AH > 0$ より，

$AH = \sqrt{27} = 3\sqrt{3}\,\text{cm}$



(2) 求める円錐の高さは OH だから，体積は，

$\dfrac{1}{3} \times \pi \times (3\sqrt{3})^2 \times 3 = 27\pi\,(\text{cm}^3)$

7 (1) 線分 AB と交わるように，点 C と E を結ぶ線分をかく。

(2) 線分 BF と交わるように，点 C と E を結ぶ線分をかく。

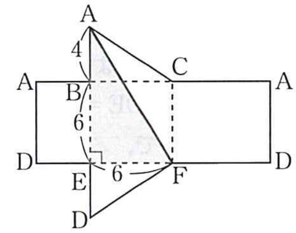
8 ひものようすは，右の展開図の線分 AF で表される。

△AEF で，

$AF^2 = AE^2 + EF^2$

$= (4+6)^2 + 6^2$

$= 136$



$AF > 0$ より，$AF = \sqrt{136} = 2\sqrt{34}\,\text{cm}$

9 (1) 線分 OB と交わるように，点 A と C を結ぶ線分をかく。

(2) 展開図の △OAC で，

$\angle O = 90°$, $OA = 8\text{cm}$, $OC = \dfrac{1}{2}OA = 4\text{cm}$ だから，

$AC^2 = OA^2 + OC^2 = 8^2 + 4^2 = 80$

$AC > 0$ より，$AC = \sqrt{80} = 4\sqrt{5}\,\text{cm}$

❖演習問題❖

➡p.169

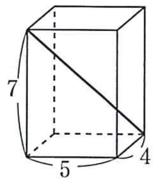
1	(1) $3\sqrt{10}$ cm	(2) 11cm
2	(1) $6\sqrt{3}$ cm	(2) $3\sqrt{6}$ cm
3	(1) $6\sqrt{2}$ cm	(2) $288\sqrt{2}$ cm^3
4	(1) $4\sqrt{6}$ cm	(2) $\dfrac{100\sqrt{6}\,\pi}{3}$ cm^3
5	(1) 4cm	(2) $2\sqrt{17}$ cm

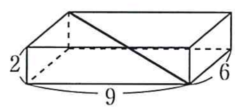
解説

1 縦 a，横 b，高さ c の直方体の対角線の長さは，
$\sqrt{a^2+b^2+c^2}$

(1) $\sqrt{4^2+5^2+7^2}$
$=\sqrt{90}$
$=3\sqrt{10}$ (cm)

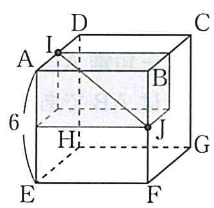
(2) $\sqrt{6^2+9^2+2^2}$
$=\sqrt{121}$
$=11$ (cm)





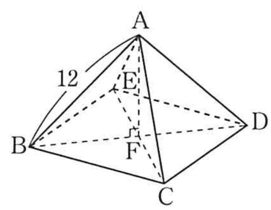
2 (1) $\sqrt{6^2+6^2+6^2}=\sqrt{6^2\times3}=6\sqrt{3}$ (cm)

(2) 右図のように，縦が AI，横が AB，高さが BJ となる直方体の対角線の長さを求めればよい。



$\mathrm{IJ}=\sqrt{3^2+6^2+3^2}$
$=\sqrt{54}$
$=3\sqrt{6}$ (cm)

3 (1) A から底面 BCDE にひいた垂線は，底面 BCDE の対角線の交点 F で交わる。
右図で，△BCD は直角二等辺三角形だから，



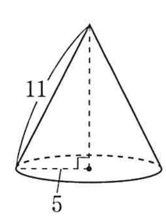
$\mathrm{BD}=\sqrt{2}\,\mathrm{BC}=12\sqrt{2}$ (cm)

$\mathrm{BF}=\dfrac{1}{2}\mathrm{BD}=6\sqrt{2}$ (cm)

△ABF で, $\mathrm{AF}^2=\mathrm{AB}^2-\mathrm{BF}^2=12^2-(6\sqrt{2})^2=72$
$\mathrm{AF}>0$ より，$\mathrm{AF}=\sqrt{72}=6\sqrt{2}$ cm

(2) $\dfrac{1}{3}\times12\times12\times6\sqrt{2}=288\sqrt{2}$ (cm^3)

4 (1) 右図のように，底面の半径は 5cm，母線の長さは 11cm だから，高さを $h$cm とすると，



$5^2+h^2=11^2$
$h^2=11^2-5^2=96$
$h>0$ より，$h=\sqrt{96}=4\sqrt{6}$ cm

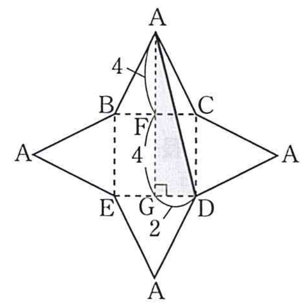
(2) $\dfrac{1}{3}\times\pi\times5^2\times4\sqrt{6}=\dfrac{100\sqrt{6}\,\pi}{3}$ (cm^3)

5 (1) △ABC は AB = AC の二等辺三角形だから，

$\mathrm{BF}=\dfrac{1}{2}\mathrm{BC}=2$ (cm)

よって，△ABF で，
$\mathrm{AF}^2=\mathrm{AB}^2-\mathrm{BF}^2=(2\sqrt{5})^2-2^2=16$
$\mathrm{AF}>0$ より，$\mathrm{AF}=\sqrt{16}=4$cm

(2) ひものようすは，下の展開図の線分 AD で表される。AF の延長と辺 ED との交点を G とすると，G は ED の中点になる。
△AGD で，$\mathrm{AD}^2=\mathrm{AG}^2+\mathrm{GD}^2=(4+4)^2+2^2=68$
$\mathrm{AD}>0$ より，$\mathrm{AD}=\sqrt{68}=2\sqrt{17}$ cm



❖実戦問題❖

➡p.170〜p.171

1 6cm

2 (1) 84cm^2　　(2) 7cm

3 (1) $12\sqrt{7}\ \text{cm}^3$　　(2) $6\sqrt{2}$ cm

4 (1) $3\sqrt{13}\ \text{cm}^3$　　(2) $16\pi\text{cm}^3$

5 (1) 8秒

(2) 面積…$\sqrt{35}\ \text{cm}^2$，体積…$\dfrac{14\sqrt{5}}{3}\text{cm}^3$

6 10

7 $3\sqrt{3}$ cm

8 (1) $2\sqrt{2}$ cm　　(2) $\sqrt{2}$ cm

(3) $(4\sqrt{2}-1)\text{cm}^2$　　(4) $\sqrt{26}$ cm

解説

1 線分 DL の長さは，縦 4cm，横 2cm，高さ 4cm の直方体の対角線の長さとみなせるので，

$\text{DL}=\sqrt{4^2+2^2+4^2}=\sqrt{36}=6(\text{cm})$

2 (1) 底面積は，$\dfrac{1}{2}\times3\times4=6(\text{cm}^2)$

また，△ABC で，$\text{AC}^2=\text{AB}^2+\text{BC}^2=3^2+4^2=25$

AC > 0 より，

$\text{AC}=\sqrt{25}=5\text{cm}$

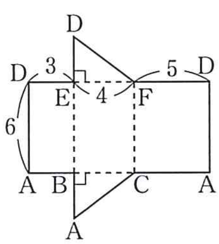
右の展開図で，側面積は，

$6\times(3+4+5)$

$=72(\text{cm}^2)$

よって，表面積は，

$6\times2+72=84(\text{cm}^2)$



(2) $\text{BG}=\dfrac{1}{2}\text{BC}=2(\text{cm})$である。

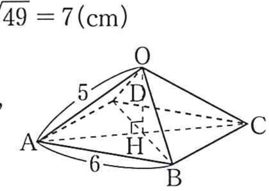
2 点 D，G 間の距離は，縦 3cm，横 2cm，高さ 6cm の直方体の対角線の長さとみなせるので，

$\text{DG}=\sqrt{3^2+2^2+6^2}=\sqrt{49}=7(\text{cm})$

3 (1) 右図で，△ABC は直角二等辺三角形だから，

$\text{AC}=\sqrt{2}\ \text{AB}$

$=6\sqrt{2}\ (\text{cm})$



$\text{AH}=\dfrac{1}{2}\text{AC}=3\sqrt{2}\ (\text{cm})$

△OAH で，$\text{OH}^2=\text{OA}^2-\text{AH}^2=5^2-(3\sqrt{2})^2=7$

OH > 0 より，$\text{OH}=\sqrt{7}$ cm

よって，体積は，$\dfrac{1}{3}\times6\times6\times\sqrt{7}=12\sqrt{7}\ (\text{cm}^3)$

(2) $\text{HM}=\dfrac{1}{2}\text{AB}=\dfrac{1}{2}\times6=3(\text{cm})$

△OHM で，$\text{OH}^2=\text{OM}^2-\text{HM}^2=9^2-3^2=72$

OH > 0 より，$\text{OH}=\sqrt{72}=6\sqrt{2}\ (\text{cm})$

4 (1) 底面の直角三角形で，$\text{AD}^2=2^2+3^2=13$

AD > 0 より，$\text{AD}=\sqrt{13}$ cm

これが三角柱の高さになる。よって，体積は，

$\left(\dfrac{1}{2}\times2\times3\right)\times\sqrt{13}=3\sqrt{13}\ (\text{cm}^3)$

(2) △ABC で，$\text{AC}^2=\text{AB}^2-\text{BC}^2=5^2-4^2=9$

AC > 0 より，$\text{AC}=\sqrt{9}=3(\text{cm})$

1 回転してできる立体は，底面の円の半径が 4cm で，高さが 3cm の円錐になる。よって，体積は，

$\dfrac{1}{3}\times\pi\times4^2\times3=16\pi(\text{cm}^3)$

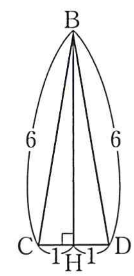
5 (1) △ABC で，

$\text{AC}^2=\text{AB}^2+\text{BC}^2=(2\sqrt{7})^2+6^2=64$

AC > 0 より，AC = 8(cm)

P の速さは毎秒 1cm だから，8 秒

(2) B から辺 CD に垂線 BH をひくと，△BCD は BC = BD の二等辺三角形だから，



$\text{CH}=\dfrac{1}{2}\text{CD}=\dfrac{1}{2}\times2=1(\text{cm})$

よって，△BCH で，

$\text{BH}^2=\text{BC}^2-\text{CH}^2=6^2-1^2=35$

BH > 0 より，$\text{BH}=\sqrt{35}\ (\text{cm})$

△BCD の面積は，$\dfrac{1}{2}\times2\times\sqrt{35}=\sqrt{35}\ (\text{cm}^2)$

三角錐 ABCD は，△BCD を底面とすれば，高さは AB であるから，体積は，

$\dfrac{1}{3}\times\sqrt{35}\times2\sqrt{7}=\dfrac{1}{3}\times\sqrt{5\times7}\times2\sqrt{7}$

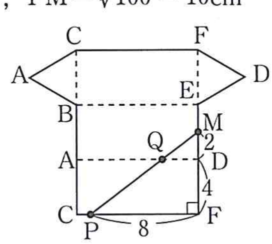
$=\dfrac{14\sqrt{5}}{3}(\text{cm}^3)$

6 辺 AD 上の点 Q について，PQ + QM の値が最小となるのは，下の展開図で，3 点 P，Q，M が一直線上にある場合。

したがって，∠F = 90° の △PMF で，斜辺 PM の長さを求めればよい。

$\text{PM}^2=\text{PF}^2+\text{MF}^2=8^2+(4+2)^2=100$

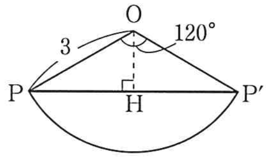
PM > 0 より，$\text{PM}=\sqrt{100}=10\text{cm}$



7 側面の展開図で，おうぎ形の中心角を $x°$ とすると，弧の長さは底面の円周の長さに等しいから，

$$2\pi\times3\times\frac{x}{360}=2\pi\times1 \qquad x=120$$

右図は，円錐の頂点を O として，側面の展開図をかいたもので，ひもは線分 PP′ で表される。



二等辺三角形 OPP′ で，O から PP′ に垂線 OH をひくと，PH＝P′H

また，△OPH で，∠POH＝60° となるから，

$OP : PH=2:\sqrt{3}$　　$3 : PH=2:\sqrt{3}$

よって，$PH=\frac{3\sqrt{3}}{2}$cm

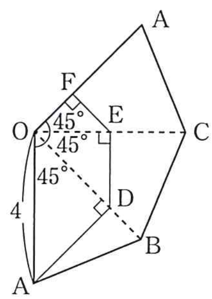
$$PP'=\frac{3\sqrt{3}}{2}\times2=3\sqrt{3}\ (\text{cm})$$

8 (1) △OAD は，∠D＝90° の直角二等辺三角形だから，

$OA : OD=\sqrt{2}:1$

$4 : OD=\sqrt{2}:1$

$OD=\frac{4}{\sqrt{2}}=2\sqrt{2}\ (\text{cm})$



(2) △ODE，△OEF も直角二等辺三角形だから，

$$OE=\frac{1}{\sqrt{2}}OD$$

$$FE=\frac{1}{\sqrt{2}}OE=\frac{1}{\sqrt{2}}\times\frac{1}{\sqrt{2}}OD=\frac{1}{2}OD$$
$$=\sqrt{2}\ (\text{cm})$$

(3) 四角形 ACEF＝△OCA－△OEF

ここで，△OCA＝△OAB

$$=\frac{1}{2}\times OB\times AD$$
$$=\frac{1}{2}\times4\times2\sqrt{2}=4\sqrt{2}\ (\text{cm}^2)$$

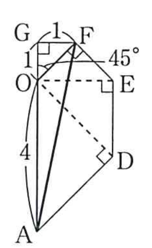
また，$△OEF=\frac{1}{2}\times\sqrt{2}\times\sqrt{2}=1(\text{cm}^2)$

よって，四角形 ACEF＝$4\sqrt{2}-1(\text{cm}^2)$

(4) ひもの長さが最短となるとき，ひもは，上の展開図で，点 A と点 F を，OB，OC と交わるように結んだ線分 AF で表される。

右図のように，F から AO の延長に垂線 FG をひくと，

$$OG=FG=\frac{1}{\sqrt{2}}OF=1(\text{cm})$$



△AFG で，

$AF^2=AG^2+FG^2$
$=(4+1)^2+1^2=26$

AF＞0 より，$AF=\sqrt{26}$cm

29 標本調査

❖確認問題❖

➡p.172

1 (1) 標本調査　(2) 全数調査　(3) 標本調査

2 母集団…ある市の中学 3 年生 1149 人，
標本…選び出した 150 人，標本の大きさ…150

3 960 個

4 350 個

解説

1 (1) 全数調査を行うと，商品がなくなる。

(2) 全員の進路を調べる必要がある。

(3) 全数調査を行うと，費用や時間などがかかる。

2 傾向を知りたい集団全体は，ある市の中学 3 年生 1149 人で，実際に調査したのは，選び出した 150 人。

3 箱の中に赤玉が x 個入っていたとすると，

$3000 : x=75 : 24$　　$x=960$

よって，960 個

4 箱の中に白玉が x 個入っていたとすると，

$(x+50) : 50=80 : 10$　　$x=350$

よって，350 個

❖演習問題❖

➡p.173

1 (1) 標本調査　(2) 標本調査　(3) 全数調査
2 500
3 およそ 100 個
4 およそ 440 個
5 およそ 90 人
6 ウ
7 およそ 500 個

解説

1 (1) 全数調査を行うと，費用や時間などがかかる。
(2) 全数調査を行うと，商品がなくなる。
(3) 全員の身長などを調べる必要がある。

2 実際に調査した標本は，入場者から選んだ 500 人。

3 箱の中の白玉の個数を x 個とすると，
$500 : x = 30 : 6$　　$x = 100$
よって，およそ 100 個

4 回収したスチール缶の個数を x 個とすると，
$960 : x = 48 : 22$　　$x = 440$
よって，およそ 440 個

5 Dの国に行きたいと考えている生徒を x 人とすると，
$600 : x = 120 : 18$　　$x = 90$
よって，およそ 90 人

6 はじめに袋の中に入っていた白玉の個数を x 個とすると，$(x+50) : 50 = 30 : 5$　　$x = 250$
よって，およそ 250 個

7 最初に箱の中に入っていた青玉の個数を x 個とすると，$(x+100) : 100 = 18 : 3$　　$x = 500$
よって，およそ 500 個

❖実戦問題❖

➡p.174〜p.175

1 (1) 400
(2) イ
理由…標本のポイントの合計点は，
$2\times135+1\times(400-135)=535$(点)だから，7200 枚のポイント券の合計点をおよそ x 点とすると，
$7200 : x = 400 : 535$ より，$x = 9630$
よって，ポイントの合計点は 10000 点未満であると考えられる。
2 およそ 360 本
3 60 個
4 480 本
5 およそ 300 人
6 およそ 230 個
7 およそ 6000 粒
8 およそ 3200 粒
9 およそ 2000 匹
10 560

解説

1 (1) 実際に調べた標本は,無作為に抽出した 400 枚。
(2) 無作為に抽出していれば，2 種類のポイント券の枚数の割合は，母集団と標本では，ほぼ等しいと考えることができる。

2 はじめに箱の中に入っていたあたりくじの本数を x 本とすると，$2000 : x = 100 : 18$　　$x = 360$
よって，およそ 360 本

3 9000 個の製品の中に x 個の不良品がふくまれているとすると，$9000 : x = 300 : 2$　　$x = 60$
よって，60 個

4 箱の中に x 本のゴムバンドが入っていたとすると，
$x : 100.8 = 20 : 4.2$　　$x = 480$
よって，480 本

5 外国への留学を希望する生徒の人数を x 人とすると，
$1200 : x = 140 : 35$　　$x = 300$
よって，およそ 300 人

6 10000 個の中の不良品の個数を x 個とすると，
$10000 : x = 300 : 7$　　$x = 233.33\cdots$
一の位を四捨五入して，およそ 230 個

7 最初に袋の中に入っていたコップ 1 杯分の米粒の数を x 粒とすると，
$(x+300) : 300 = 336 : 16$　　$x = 6000$
よって，およそ 6000 粒

8 はじめに袋に入っていた小豆を x 粒とすると，
$x : 200 = 160 : 10$　　$x = 3200$

よって，およそ 3200 粒

9 池の鯉の総数を x 匹とすると，

$x:120=700:42 \qquad x=2000$

よって，およそ 2000 匹

10 袋の中に初めに入っていた黒色の碁石の個数を x 個，袋の中の初めの碁石の総数を y 個とすると，最初に取り出した 40 個の碁石の割合から，

$y:x=40:32 \qquad 32y=40x \qquad y=\frac{5}{4}x$

100 個の白色の碁石を加えた後に取り出した 40 個の碁石の割合から，

$\left(\frac{5}{4}x+100\right):x=40:28 \qquad 35x+2800=40x$

$x=560$

よって，初めに入っていた黒色の碁石の個数は，およそ 560 個

小問集合演習 1

➡p.176

1 (1) -12　(2) $2\sqrt{2}$　(3) $3a-2$

(4) $x=-4$　(5) -12　(6) $y=-\frac{4}{5}x+4$

(7) $2\pi\text{cm}^2$　(8) 4 本　(9) およそ 80 個

(10) $\frac{7}{8}$

解説

1 (2) 与式 $=\sqrt{2}+3\sqrt{2}-2\sqrt{2}=2\sqrt{2}$

(3) 与式 $=6a^2\div 2a-4a\div 2a=3a-2$

(4) $4x=-16 \qquad x=-4$

(5) 与式 $=\frac{4a^2\times 3b^2}{6ab}=2ab$

この式に $a=3$，$b=-2$ を代入する。

(6) 点 B の座標は B(0, 4) だから，OB $=4$

△OAB の面積より，$\frac{1}{2}\times\text{OA}\times 4=10 \qquad \text{OA}=5$

よって，点 A の座標は A(5, 0) である。

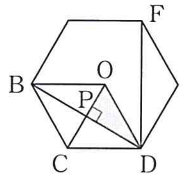
直線①の傾きは，$\frac{0-4}{5-0}=-\frac{4}{5}$

(7) 右図で，△OCD は 1 辺 2cm の正三角形であるから，

DP $=\sqrt{3}$ cm，BD $=2\sqrt{3}$ cm

また，∠BDF $=60°$ である。

$\pi\times(2\sqrt{3})^2\times\frac{60}{360}=2\pi(\text{cm}^2)$



(8) 直線 CG とねじれの位置にある辺は，

辺 AB，辺 AD，辺 EF，辺 EH

(9) 製造した 13000 個の品物のうち規格外の品物の個数を x 個とする。$13000:x=500:3$

$500x=3\times 13000 \qquad x=78$

一の位を四捨五入して，およそ 80 個である。

(10) (少なくとも 1 枚は表が出る確率) $=1-$(全部裏が出る確率) で考える。

3 枚の硬貨の表裏の出方は，全部で，

$2\times 2\times 2=8$(通り)

全部裏が出る場合は 1 通りだから，その確率は，

$\frac{1}{8}$

よって，求める確率は，$1-\frac{1}{8}=\frac{7}{8}$

小問集合演習 2

➡p.177

1 (1) $-\dfrac{3}{2}$　(2) $3a-b$

(3) $(x-6)(x+5)$　(4) $y=\dfrac{x+18}{6}$

(5) $a=3,\ b=1$　(6) 12　(7) $\angle x=37°$

(8) $3\sqrt{5}$　(9) $180°$　(10) $\dfrac{1}{9}$

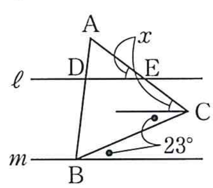
解説

1 (4) $-6y$ を移項して，$x+18=6y$
左辺と右辺を入れかえて，$6y=x+18$
両辺を 6 でわる。

(5) もとの連立方程式に，$x=-1$，$y=2$ を代入すると，
$\begin{cases}-2a+2b=-4\\-a-2b=-5\end{cases}$　これを連立方程式として解く。

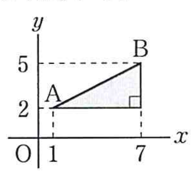
(6) 式を $y=ax^2$ とする。$x=1$ のとき $y=3$ だから，
$3=a\times1^2$　$a=3$　したがって，$y=3x^2$
この式に $x=2$ を代入すると，$y=3\times2^2=12$

(7) 右図のように，$\angle x$ の同位角，$23°$ の角の錯角を考える。
$\angle ACB=60°$ であるから，
$\angle x=60°-23°$
$=37°$



別解　$\angle ADE=60°+23°=83°$ を利用する。

(8) 右図のように，x 軸，y 軸に平行な直線で，直角三角形をつくる。
$AB=\sqrt{(7-1)^2+(5-2)^2}$
$=\sqrt{45}=3\sqrt{5}$



(9) 底面の半径を r とすると，
母線の長さは $2r$ である。側面となるおうぎ形の中心角を $x°$ とすると，$\dfrac{x}{360}=\dfrac{r}{2r}$　$\dfrac{x}{360}=\dfrac{1}{2}$
$x=180$

(10) 右表のように，さいころの目の出方は，全部で 36 通り。
$y=\dfrac{6}{x}$ より，
$xy=6$
このような目の出方は，表中⑥の 4 通り。

y＼x	1	2	3	4	5	6
1	1	2	3	4	5	⑥
2	2	4	⑥	8	10	12
3	3	⑥	9	12	15	18
4	4	8	12	16	20	24
5	5	10	15	20	25	30
6	⑥	12	18	24	30	36

よって，求める確率は，$\dfrac{4}{36}=\dfrac{1}{9}$

小問集合演習 3

➡p.178

1 (1) -7　(2) $-2\sqrt{2}$

(3) $9x^2+6xy+y^2$　(4) $x=\dfrac{3\pm\sqrt{29}}{10}$

(5) $23x+15y<300$　(6) 8 個

(7) 作図…解説参照
ひし形の性質…対角線がそれぞれの中点で垂直に交わる。

(8) $\sqrt{38}$ cm　(9) $157.35\leqq a<157.45$

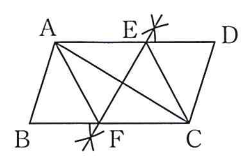
(10) $\dfrac{3}{5}$

解説

1 (4) 解の公式を使う。

(6) 反比例の式を $y=\dfrac{a}{x}$ とすると，$xy=a$
点 $P(-2,\ -4)$ を通るから，$a=(-2)\times(-4)=8$
したがって，$xy=8$
x，y にあてはまる整数の絶対値は 8 の約数である。
$x=-8,\ -4,\ -2,\ -1,\ 1,\ 2,\ 4,\ 8$

(7) ひし形の対角線は，それぞれの中点で垂直に交わる。ひし形 AFCE の対角線 EF は，対角線 AC の中点を通り，AC に垂直である。つまり，対角線 EF は，対角線 AC の垂直二等分線である。
[作図の手順]
① 点 A，C を中心として，等しい半径で円をかく。
② ①の 2 つの交点を直線で結ぶ。
③ ②の直線と辺 AD，辺 BC との交点をそれぞれ E，F とする。



(8) $AG=\sqrt{FG^2+EF^2+AE^2}$
$=\sqrt{3^2+5^2+2^2}=\sqrt{38}$ (cm)

別解　直角三角形 EFG より，EG の長さを求め，直角三角形 AEG より，AG の長さを求める。

(9) 小数第 2 位を四捨五入して 157.4 になる数は，157.35 以上 157.45 未満である。

(10) 2 人の選び方は，次の 10 通り。
(A, B)，(A, C)，(A, D)，(A, E)，(B, C)，
(B, D)，(B, E)，(C, D)，(C, E)，(D, E)
女子と男子が選ばれるのは，　の 6 通り。
よって，求める確率は，$\dfrac{6}{10}=\dfrac{3}{5}$

小問集合演習 4

➡p.179

1 (1) 6　(2) $-\dfrac{4}{3}b$

(3) $(3a+4b)(3a-4b)$　(4) $x=2,\ y=-1$

(5) $n=5,\ 6,\ 7,\ 8$　(6) $-4\leqq y\leqq 0$

(7) $22°$　(8) $\dfrac{15}{4}$cm

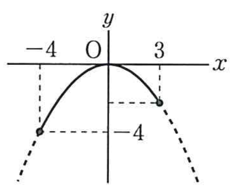
(9) $16\pi \text{cm}^2$　(10) $\dfrac{3}{5}$

解説

1 (3) 与式 $=(3a)^2-(4b)^2=(3a+4b)(3a-4b)$

(5) $2<\sqrt{n}<3$ より，$2^2<n<3^2$ である。

(6) 右図のようになる。



(7) 平行線の錯角より，

$\angle\text{AFB}=\angle\text{EAD}$

$\overset{\frown}{\text{DE}}=\dfrac{1}{2}\overset{\frown}{\text{CE}}$ だから，

$\angle\text{EAD}=\dfrac{1}{2}\angle\text{EBC}$

$\triangle$OBC は二等辺三角形だから，

$\angle\text{EBC}=(180°-92°)\div 2=44°$

以上より，$\angle\text{AFB}=44°\times\dfrac{1}{2}=22°$

(8) $\triangle\text{ADE}\backsim\triangle\text{ABC}$(2 組の角) である。

AE : AC = DE : BC より，DE $=x$cm とすると，

$5:(5+3)=x:6$　$8x=30$　$x=\dfrac{15}{4}$

(9) 側面となるおうぎ形の中心角を $x°$ とすると，

$2\pi\times 8\times\dfrac{x}{360}=2\pi\times 2$　$x=90°$

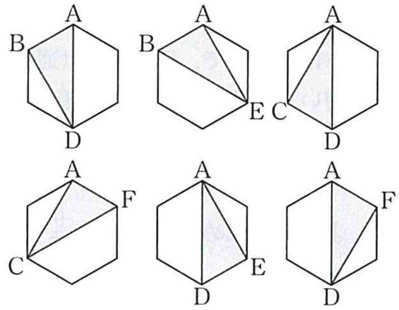
側面積は，$\pi\times 8^2\times\dfrac{90}{360}=16\pi(\text{cm}^2)$

別解　$\pi\times 8\times 2=16\pi(\text{cm}^2)$

(10) 2 枚のカードの選び方は，次の 10 通り。

(B, C), (B, D), (B, E), (B, F), (C, D),
(C, E), (C, F), (D, E), (D, F), (E, F)

点 A と結ぶと直角三角形となるのは，右の 6 通り。



よって，求める確率は，

$\dfrac{6}{10}=\dfrac{3}{5}$

小問集合演習 5

➡p.180

1 (1) $-\dfrac{3}{7}$　(2) $7x+y$　(3) $4x^2+y^2$

(4) $x=8$　(5) $\sqrt{6}$　(6) 6

(7) 解説 参照　(8) $\dfrac{80}{3}\pi\text{cm}^3$　(9) ウ

(10) $\dfrac{1}{3}$

解説

1 (4) 比例式の性質より，$5(x-2)=2(x+7)$

(5) $x+y=\sqrt{2}+(\sqrt{3}-\sqrt{2})=\sqrt{3}$ より，

与式 $=x(x+y)=\sqrt{2}\times\sqrt{3}=\sqrt{6}$

(6) (y の増加量) = (変化の割合) × (x の増加量)

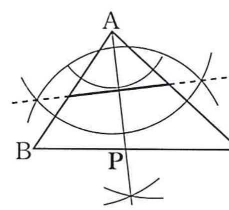
1 次関数では，変化の割合は傾きに等しい。

(7) 折り目の直線は，対応する点を結んだ線分の垂直二等分線になることを利用して作図する。

[作図の手順]

① ∠A の二等分線を作図して，辺 BC との交点 P を求める。

② 線分 AP の垂直二等分線を作図すれば，それが求める折り目となる。



(9) 資料を度数分布表に整理する。

回数(回)	2	3	4	5	6	7	8
度数(人)	4	4	5	0	1	0	1

表より，範囲は，$(8-2=)6$ 回，最頻値は，度数が最も多い 4 回，中央値は，回数の少ない方から 8 番目の人の記録 3 回である。また，平均値は，

$\dfrac{2\times4+3\times4+4\times5+6\times1+8\times1}{15}=3.6$(回)

以上より，正しい説明はウである。

(10) 右表のように，さいころの目の出方は，全部で 36 通り。

b＼a	1	2	3	4	5	6
1	②	③	④	5	⑥	7
2	③	④	5	⑥	7	8
3	④	5	⑥	7	8	9
4	5	⑥	7	8	9	10
5	⑥	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	⑫

$\dfrac{12}{a+b}$ が整数になるのは，$a+b$ が 12 の約数になるときである。このような目の出方は，表の②，③，④，⑥，⑫の 12 通り。

よって，求める確率は，$\dfrac{12}{36}=\dfrac{1}{3}$

小問集合演習 6

➡p.181

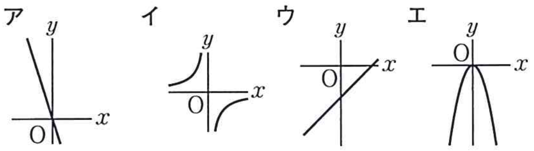
1 (1) -20　(2) $\sqrt{3}$
(3) $(x-1)(x-7)$　(4) $x=2,\ y=3$
(5) $a=140$　(6) イ，ウ，エ　(7) $\angle x=22°$
(8) $\dfrac{7}{12}$ 倍　(9) 12cm　(10) $\dfrac{1}{2}$

解説

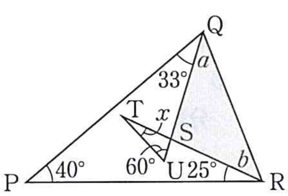
1 (3) $x-5=M$ とおく。$M^2+2M-8=(M+4)(M-2)$
M を $x-5$ にもどして，$\{(x-5)+4\}\{(x-5)-2\}$

(5) $\dfrac{35}{100}a=49$　$a=49\times\dfrac{100}{35}=140$

(6) グラフは，下図のようになる。

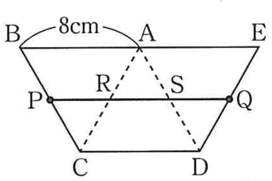


(7) 下図で，△PQR の内角の和から，
$\angle a+\angle b=180°-(40°+33°+25°)=82°$
△STU と △SRQ の内角の和から，
$\angle x+60°=\angle a+\angle b$
$\angle x=82°-60°$
$=22°$

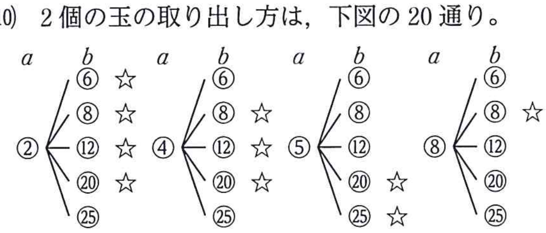


(8) 平行四辺形 ABCD の面積を S とする。
$\triangle AEC=\dfrac{2}{3}\triangle ABC=\dfrac{2}{3}\times\dfrac{1}{2}S=\dfrac{1}{3}S$
$\triangle AFC=\dfrac{1}{2}\triangle ACD=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{1}{2}S=\dfrac{1}{4}S$
四角形 AECF $=\triangle AEC+\triangle AFC$
$=\dfrac{1}{3}S+\dfrac{1}{4}S=\dfrac{7}{12}S$

(9) 糸がかかる面の展開図で，2 点 P，Q を直線で結ぶ。中点連結定理より，
PR $=$ RS $=$ SQ $=$ 4cm
よって，PQ $=4\times3=12$(cm)



(10) 2 個の玉の取り出し方は，下図の 20 通り。



a が b の約数になるのは，☆の 10 通り。

小問集合演習 7

➡p.182

1 (1) -39　(2) $7+2\sqrt{3}$　(3) $5x-2$
(4) $a=2b-4c$　(5) $a=-11,\ -7,\ 7,\ 11$
(6) $a=8$　(7) $\sqrt{21}$ cm　(8) $\dfrac{8}{27}$ 倍
(9) およそ 750 個　(10) $\dfrac{9}{25}$

解説

1 (4) $\dfrac{a+4c}{2}=b$　$a+4c=2b$　$a=2b-4c$

(5) p，q を整数として，方程式の左辺が，
$x^2+ax+10=(x+p)(x+q)$ と因数分解できるときである。このとき，p，q は積が 10，和が a となる数であるから，$p<q$ とすると，
$(p,\ q)=(-10,\ -1),\ (-5,\ -2),\ (2,\ 5),\ (1,\ 10)$

(6) 直線 $y=4x+b$ は，点 R$(-1,\ 0)$ を通るから，
$0=4\times(-1)+b$　$b=4$　よって，$y=4x+4$
点 Q の y 座標は，$y=4\times1+4=8$
$y=\dfrac{a}{x}$ より，$xy=a$
点 Q$(1,\ 8)$ を通るから，$a=1\times8=8$

(7) AB は直径だから，$\angle$ACB $=90°$
△ABC で，$AC^2=AB^2-BC^2=5^2-2^2=21$
AC >0 より，AC $=\sqrt{21}$ (cm)

(8) A, B の展開図はともに正三角形で，相似である。
面積比は，$40:90=4:9=2^2:3^2$
正四面体 A，B は相似で，相似比は $2:3$ である。
体積比は，$2^3:3^3=8:27$
よって，A の体積は B の体積の $\dfrac{8}{27}$ 倍である。

(9) 最初に袋の中に入っていた白球の個数を x 個とする。$(x+150):150=36:6$　$6(x+150)=150\times36$
これを解いて，$x=750$
別解　標本 36 個のうち，白球は 30 個であるから，
$x:150=30:6$

(10) 取り出した玉を袋にもどすから，玉の取り出し方は，全部で，$5\times5=25$(通り)
書いてある数の和が 3 の倍数になるのは，(1, 2), (1, 5), (2, 1), (2, 4), (3, 3), (4, 2), (4, 5), (5, 1), (5, 4) の 9 通りある。
よって，求める確率は，$\dfrac{9}{25}$

小問集合演習 8

➡p.183

1 (1) $\frac{1}{8}$　(2) $\frac{x+9}{4}$

(3) $(x-6)(x+1)$　(4) $x=-5,\ 1$

(5) $\mathrm{P}=83$　(6) $a=\frac{3}{4}$　(7) 54°

(8) 解説 参照　(9) $\frac{32}{3}\pi\mathrm{cm}^3$　(10) $\frac{7}{20}$

解説

1 (5) Pの十の位を a，一の位を b とすると，

$\mathrm{P}=10a+b,\ \mathrm{Q}=10b+a$

$\mathrm{P}-\mathrm{Q}=9(a-b),\ \mathrm{P}+\mathrm{Q}=11(a+b)$

$\mathrm{P}-\mathrm{Q}=45$ より，$9(a-b)=45$　$a-b=5$　…①

$\sqrt{\mathrm{P}+\mathrm{Q}}=\sqrt{11(a+b)}$ が自然数となるとき，

$a+b<20$ であるから，$a+b=11$　…②

①，②を連立方程式として解く。

(6) 変化の割合 $=\dfrac{a\times(-1)^2-a\times(-3)^2}{(-1)-(-3)}=\dfrac{-8a}{2}=-4a$

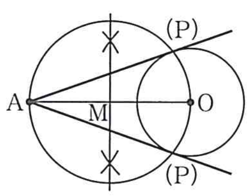
(7) $\overset{\frown}{\mathrm{AD}}$ に対する円周角∠ABDは，$90^\circ\times\dfrac{3}{3+2}=54^\circ$

(8) 接点をPとすると，$\angle\mathrm{APO}=90^\circ$ である。よって，点Pは線分AOを直径とする円周上の点である。

[作図の手順]

① 点A，Oを中心として，等しい半径で円をかく。

② ①の2つの交点を直線で結び，線分AOとの交点をMとする。



③ 点Mを中心として，半径MAの円をかく。

④ ③の円と円Oとの交点と，点Aを直線で結ぶ。

(9) 球の直径は4cmになるから，半径は，2cm

よって，求める球の体積は，

$\frac{4}{3}\times\pi\times2^3=\frac{32}{3}\pi(\mathrm{cm}^3)$

(10) 5枚のカードの数字を1a，1b，1c，2，3とする。

2枚のカードの並べ方は，次の20通り。

1a−1b，1a−1c，1a−2，1a−3，1b−1a，1b−1c，1b−2，1b−3，1c−1a，1c−1b，1c−2，1c−3，2−1a，2−1b，2−1c，2−3，3−1a，3−1b，3−1c，3−2

並べた順に2けたの整数とみるとき，十の位の数が一の位の数より大きくなるのは，　の7通り。

入試テーマ別 グラフと図形

基本

❖確認問題❖

➡p.184〜p.185

1 $\left(4,\ \frac{8}{3}\right)$

2 (1) $y=-\frac{1}{2}x+4$　(2) D(8, 0)，DE $=10$

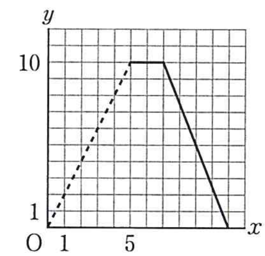
3 (1) -2

(2) $\frac{8\sqrt{5}}{5}$

4 (1) 高さ…4cm

面積…14cm^2

(2) 右図



解説

1 Bの x 座標を b とすると，AC：CB＝3：2より，

$\{0-(-6)\}:(b-0)=3:2$　$6:b=3:2$

$b=4$　Bの y 座標は，$y=\frac{1}{6}\times4^2=\frac{8}{3}$

2 (1) 直線ABの式を $y=ax+b$ とおくと，

A$(-8,\ 8)$ を通るから，$8=-8a+b$　…①

B$(4,\ 2)$ を通るから，$2=4a+b$　…②

①，②を連立方程式として解くと，

$a=-\frac{1}{2},\ b=4$

(2) Dの y 座標は0だから，$0=-\frac{1}{2}x+4$

よって，$x=8$ だから，D(8, 0)

また，$\angle\mathrm{COD}=\angle\mathrm{EOC}(=90^\circ)$

$\angle\mathrm{CDO}=90^\circ-\angle\mathrm{OCD}=\angle\mathrm{ECO}$

よって，△COD∽△EOCだから

CO：EO＝OD：OC

CO＝4，OD＝8より，4：EO＝8：4

EO＝2　DE＝EO＋OD＝2＋8＝10

別解 △CODで三平方の定理より，

$\mathrm{CD}=\sqrt{4^2+8^2}=4\sqrt{5}$

△CED∽△OCDより，

DE：DC＝CD：OD

DE：$4\sqrt{5}=4\sqrt{5}$：8　DE＝10

参考 直線CEと直線ABは垂直なので，垂直な2直線の傾きの積は−1である性質を利用して，直線CEの式を $y=2x+4$ と求めて解くこともできる。

3 (1) y 座標が1だから，$1=\frac{1}{4}x^2$，$x=\pm2$

Aの x 座標はBの x 座標より小さいから，

$x=-2$

(2) A$(-2,\ 1)$，B$(2,\ 1)$，C$(0,\ -3)$ だから，

$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times\{2-(-2)\}\times\{1-(-3)\}=8$

線分 BC の長さは，

$BC=\sqrt{(2-0)^2+\{1-(-3)\}^2}=2\sqrt{5}$

求める高さを h とすると，

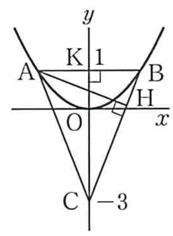
$\frac{1}{2}\times 2\sqrt{5}\times h=8$　　$h=\frac{8}{\sqrt{5}}=\frac{8\sqrt{5}}{5}$

別解　右図で，2 組の角がそれぞれ等しいから，

$\triangle BAH\backsim\triangle BCK$

$AH:CK=BA:BC$

$h:4=4:2\sqrt{5}$



よって，$h=\frac{16}{2\sqrt{5}}$

$=\frac{8\sqrt{5}}{5}$

4 (1) **図 2** より，P が A にあるとき，$x=5$ だから，

AB ＝ 5cm

このとき，△PBC は △ABC になるので，△ABC の面積は $x=5$ のときの $y=10$ である。

BC を底辺としたときの高さを h とすると，

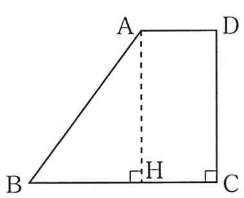
$\frac{1}{2}\times BC\times h=10$　　$\frac{1}{2}\times 5\times h=10$　　$h=4$

また，A から辺 BC に垂線 AH をひくと

AH ＝ h ＝ 4cm

直角三角形 ABH で，

$BH=\sqrt{5^2-4^2}=3$(cm)



四角形 AHCD は長方形だから，

AD ＝ HC ＝ BC − BH ＝ 5 − 3 ＝ 2(cm)

台形 ABCD の面積は，$\frac{(2+5)\times 4}{2}=14$(cm^2)

(2) P が D に着くのは，AD ＝ 2cm だから，

$x=5+2=7$ のとき。

P が辺 AD 上にあるとき$(5\leqq x\leqq 7)$は，

$y=\triangle PBC=\triangle ABC=10$

P が C に着くのは，DC ＝ AH ＝ 4cm だから，

$x=7+4=11$ のとき。

P が辺 DC 上にあるとき$(7\leqq x\leqq 11)$は，y は一定の割合で減少し，$x=11$ のとき $y=0$ になる。

よって，点 $(5,\ 10)$，$(7,\ 10)$，$(11,\ 0)$ を結ぶ折れ線グラフをかけばよい。

参考　$7\leqq x\leqq 11$ のときの x と y の関係は，

$y=\frac{BC\times PC}{2}=\frac{5\times(11-x)}{2}=\frac{55-5x}{2}$

標準

➡p.186〜p.187

1 (1) 13　　(2) $y=\frac{7}{4}x$

2 (1) 2　　(2) $(-16,\ -2)$

3 (1) 9　　(2) 8

4 (1) $y=-x+2$　　(2) $(0,\ 2\sqrt{3})$

5 (1) $a=\frac{4}{9}$

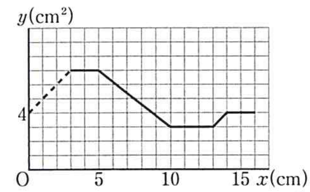
(2)㋐ $y=\frac{1}{2}x+\frac{5}{2}$　　㋑ $\left(\frac{15}{4},\ \frac{25}{4}\right)$

6 (1) $y=7$

(2) $5\leqq x\leqq 10$

(3) 右図

(4) $x=2,\ \frac{25}{4}$



解説

1 (1) A$(5,\ 12)$ だから，OB ＝ 5，AB ＝ 12

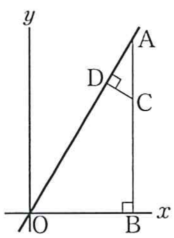
△AOB で，$OA^2=OB^2+AB^2=5^2+12^2=169$

OA ＞ 0 より，OA ＝ 13

(2) $\triangle ACD\backsim\triangle AOB$ より，

$AD:AB=AC:AO$

$3:12=AC:13$　　$AC=\frac{13}{4}$



点 C の y 座標は，$12-\frac{13}{4}=\frac{35}{4}$

求める直線は原点 O を通るので，$y=ax$ とおくと，

点 C を通るから，$\frac{35}{4}=5a$　　$a=\frac{7}{4}$ より，

$y=\frac{7}{4}x$

2 (1) y の増加量は，$\frac{1}{2}\times 3^2-\frac{1}{2}\times 1^2=4$

変化の割合は，$\frac{4}{3-1}=2$

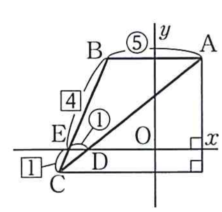
(2) A$(4,\ 8)$ は $y=\frac{a}{x}$ のグラフ上の点だから，

$a=4\times 8=32$

AB：DE ＝ 5：1 より，

BE：EC ＝ 4：1

よって，点 A と C の y 座標の絶対値の比は，4：1



したがって，C の y 座標は −2

C の x 座標は，$-2=\frac{32}{x}$ より，$x=-16$

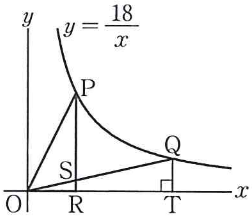
3 (1) 点 P の x 座標を p とすると，$P\left(p,\ \frac{18}{p}\right)$

$\triangle OPR=\frac{1}{2}\times OR\times PR=\frac{1}{2}\times p\times\frac{18}{p}=9$

(2) 点Qの x 座標は $3p$ だから，$\mathrm{Q}\left(3p,\ \dfrac{6}{p}\right)$

Qから x 軸に垂線QTをひくと，△OQT

$=\dfrac{1}{2}\times 3p\times\dfrac{6}{p}=9$



また，SR // QT より，

△OSR ∽ △OQT

相似比は，OR：OT $=p：3p=1：3$

面積比は，$1^2：3^2=1：9$

よって，△OSR $=$ △OQT $\times\dfrac{1}{9}=9\times\dfrac{1}{9}=1$

したがって，△OPS $=$ △OPR $-$ △OSR

$=9-1=8$

別解　SR：QT $=$ OR：OT $=1：3$ より，

$\mathrm{SR}=\dfrac{1}{3}\mathrm{QT}=\dfrac{1}{3}\times\dfrac{6}{p}=\dfrac{2}{p}$

$\mathrm{PS}=\mathrm{PR}-\mathrm{SR}=\dfrac{18}{p}-\dfrac{2}{p}=\dfrac{16}{p}$

$\triangle\mathrm{OPS}=\dfrac{1}{2}\times\mathrm{PS}\times\mathrm{OR}=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{16}{p}\times p=8$

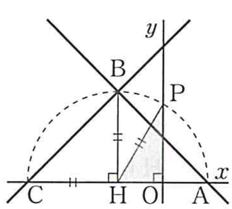
4 (1) A(2, 0)，B(-2, 4) だから，直線ABの傾きは $\dfrac{0-4}{2-(-2)}=-1$，傾きが -1 だから x が2増えると y は2減るので，切片は2

よって，直線ABの式は，$y=-x+2$

(2) 直線BCの傾きは $\dfrac{4-0}{-2-(-6)}=1$ で，直線ABの傾きは -1 だから，∠BAC $=$ ∠BCA $=45°$

よって，∠CBA $=90°$ だから，線分ACは3点A，B，Cを通る円の直径になる。

点Bから x 軸にひいた垂線と x 軸との交点をHとすると，H(-2, 0) でHは直径ACの中点だから円の中心になる。



点Pはこの円の周上にあるから，HP $=$ BH $=4$

また，OH $=2$

直角三角形OPHで，$\mathrm{OP}=\sqrt{4^2-2^2}=2\sqrt{3}$

よって，P$(0,\ 2\sqrt{3})$

5 (1) A(3, 4) が $y=ax^2$ のグラフ上にあるから，

$4=a\times 3^2$　　$a=\dfrac{4}{9}$

(2)㋐ $\mathrm{OA}=\sqrt{3^2+4^2}=5$

OB $=$ OA $=5$ だから，B(-5, 0)

2点A(3, 4)，B(-5, 0) を通る直線の傾きは，

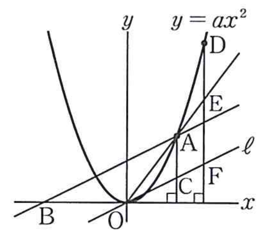
$\dfrac{4-0}{3-(-5)}=\dfrac{1}{2}$ より，直線ABの式を $y=\dfrac{1}{2}x+b$ とおき，Aの座標のそれぞれの値を代入すると，

$4=\dfrac{1}{2}\times 3+b$　　$b=\dfrac{5}{2}$ より，$y=\dfrac{1}{2}x+\dfrac{5}{2}$

㋑ 点Dの x 座標を t とする。AC // EF より，

△AOC ∽ △EOF

△EOF $=$ △AOC $+$ 四角形ACFEだから，



△AOCと△EOFの面積比は，$16：(16+9)=16：25=4^2：5^2$

よって，△AOCと△EOFの相似比は $4：5$ だから，

OA：OE $=4：5$

点Eの x 座標は点Dの x 座標 t に等しいから，

$3：t=4：5$　　$t=\dfrac{15}{4}$

点Dの y 座標は，$y=\dfrac{4}{9}\times\left(\dfrac{15}{4}\right)^2=\dfrac{25}{4}$

6 (1) $x=4$ のとき，点Pは線分BCの中点にあるから，

$y=\dfrac{1}{2}\times\mathrm{PR}\times\mathrm{QR}=\dfrac{1}{2}\times 7\times 2=7$

(2) 点PがCにあるとき，$x=5$

また，$\mathrm{CD}=\sqrt{\mathrm{CE}^2+\mathrm{DE}^2}=\sqrt{4^2+3^2}=5$

よって，点PがDにあるとき，$x=5+5=10$

したがって，求める x の変域は，$5\leqq x\leqq 10$

(3) △PQRの底辺QRは2cmで変わらないので，y の変化は，高さの変化によるもので，変化の割合は一定であり，グラフは直線になる。よって，点PがB，C，D，E，F，Aにあるときの座標を求め，線分で結べばよい。したがって，

B(3, 7)，C(5, 7)，D(10, 3)，E(13, 3)，F(14, 4)，A(16, 4) を線分で結ぶ。

(4) (3)のグラフから，$0\leqq x\leqq 3$ と $5\leqq x\leqq 10$ のときに $y=6$ となることがわかる。

- $0\leqq x\leqq 3$ のとき，グラフは (0, 4)，(3, 7) を通る直線で，グラフから傾き1，切片4だから，式は，

  $y=x+4$

  $y=6$ のとき，$6=x+4$　　$x=2$

- $5\leqq x\leqq 10$ のとき，グラフは (5, 7)，(10, 3) を通る直線で，グラフから傾きは $-\dfrac{4}{5}$ であるから，

  式を $y=-\dfrac{4}{5}x+b$ とおくと，(5, 7) を通るから，

  $7=-4+b$　　$b=11$

  よって，式は，$y=-\dfrac{4}{5}x+11$

  $y=6$ のとき，$6=-\dfrac{4}{5}x+11$　　$x=\dfrac{25}{4}$

発展

➡p.188〜p.189

1 (1) 32　(2) $\left(\frac{4}{3},\ \frac{20}{3}\right)$

2 (1) $a=-\frac{1}{2}$　(2) 8

(3) $y=2x-8$　(4) $3\sqrt{2}$

3 (1) $(4,\ -8)$　(2) $9:4$　(3) $2\sqrt{3}$

4 (1) $a=\frac{3}{16}$，式…$y=\frac{3}{4}x+6$，$AC=10$cm

(2) $3:4$

(3)㋐ $\frac{2}{3}(25-t^2)$cm^2　㋑ $\frac{2}{3}(t^2-25)$cm^2

(4) $t=2,\ 8$

5 (1) Pの動く距離は，$3+6=9$(cm)である。

また，△ABCにおいて三平方の定理より，

$AC^2=AB^2+BC^2=4^2+3^2=25$

$AC>0$より，$AC=5$cmである。

よって，Qの動く距離は，$4+5=9$(cm)となる。

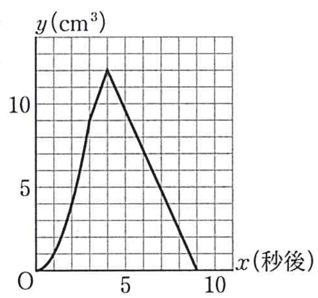
したがって，P，Qは同時に出発し，ともに毎秒1cmの速さで同じ距離を動くから。

(2)㋐ ①…CD

②…BA

㋑ $y=x^2$

㋒ 右図



解説

1 (1) $B(-4,\ 4)$

四角形ABCOは平行四辺形だから，

$CO=AB=4-(-4)=8$より，$C(-8,\ 0)$

直線OAの傾きは$\frac{4}{4}=1$で，直線BCはOAと傾きが等しく，$C(-8,\ 0)$を通るから，その式は

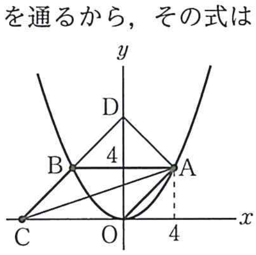
$y=x+8$

よって，$D(0,\ 8)$

$OA\parallel DC$より，

$\triangle ADC=\triangle ODC$

$=\frac{1}{2}\times8\times8=32$



別解　直線ACの式は$y=\frac{1}{3}x+\frac{8}{3}$

$\triangle ADC=\frac{1}{2}\times\left(8-\frac{8}{3}\right)\times(4+8)=32$

別解　△ADCをABでわけて，

△ADB＋△ABCを計算してもよい。

(2) 条件より，$\triangle BED:\triangle ADC=1:6$　…(i)

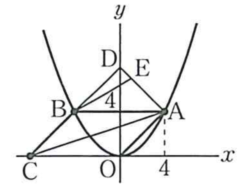
$DB:DC$

$=(8-4):8=1:2$

よって，

$\triangle ADB:\triangle ADC$

$=1:2=3:6$　…(ii)



(i)，(ii)より，$\triangle BED:\triangle ADB=1:3$

よって，$DE:DA=1:3$

$E(p,\ q)$とすると，x座標について，

$(p-0):(4-0)=DE:DA=1:3$より，$p=\frac{4}{3}$

y座標について，

$(8-q):(8-4)=DE:DA=1:3$より，$q=\frac{20}{3}$

2 (1) $y=ax^2$のグラフ上に$A(-4,\ -8)$があるから，$-8=a\times(-4)^2$　$a=-\frac{1}{2}$

(2) △BPCは30°，60°，90°の直角三角形になるから，

$BP=2BC=2\times4=8$

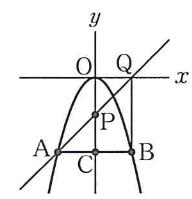
(3) 直線APの切片は-4，

傾きは，$\frac{-4-(-8)}{0-(-4)}=1$

直線の式は，$y=x-4$

Qのx座標は，$0=x-4$より，

$x=4$



△ABQの面積を2等分する直線は，ABの中点Cを通るから，直線CQの式を求めればよい。

直線CQの切片は-8，傾きは$\frac{0-(-8)}{4-0}=2$

よって，直線の式は，$y=2x-8$

(4) $OP=OR=6$だから，△OPRは直角二等辺三角形である。よって，$PR=\sqrt{2}\,OP=6\sqrt{2}$

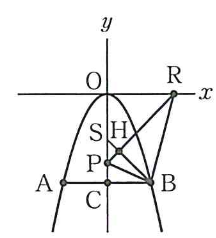
$\triangle PBR=$台形$OCBR-\triangle OPR-\triangle PCB$

$=\frac{(6+4)\times8}{2}-\frac{6\times6}{2}-\frac{4\times2}{2}=18$

BHは△PBRの底辺をPRとしたときの高さだから，$\frac{1}{2}\times6\sqrt{2}\times BH=18$　$BH=3\sqrt{2}$

別解　右図のように，BHを延長してy軸との交点をSとする。

$BH\perp PR$より，△BSC，△PHSも直角二等辺三角形になる。



$BS=\sqrt{2}\,BC=4\sqrt{2}$

$PS=CS-PC=4-(8-6)=2$

$HS=\frac{PS}{\sqrt{2}}=\frac{2}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}$

よって，$BH=BS-HS=4\sqrt{2}-\sqrt{2}=3\sqrt{2}$

3 (1) 点Cのx座標は4だから，y座標は，

$$y=-\frac{1}{2}\times 4^2=-8$$

(2) DE // BCだから，△ABC ∽ △ADE

Aのx座標をaとすると

$$\mathrm{A}(a,\ a^2),\ \mathrm{E}(a,\ 0),\ \mathrm{C}\left(a,\ -\frac{1}{2}a^2\right)$$

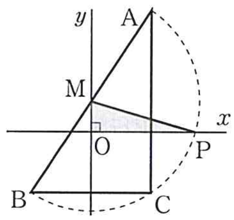
よって，△ABCと△ADEの相似比は，

$$\mathrm{AC}:\mathrm{AE}=\left\{a^2-\left(-\frac{1}{2}a^2\right)\right\}:a^2=\frac{3}{2}:1=3:2$$

相似な図形の面積比は相似比の2乗に等しいから，

$$\triangle\mathrm{ABC}:\triangle\mathrm{ADE}=3^2:2^2=9:4$$

(3) A(2, 4)，C(2, −2)，B(−2, −2)である。



また，∠ACB = 90°だから，線分ABは3点A，B，Cを通る円の直径であり，円の中心は線分ABの中点M(0, 1)である。

AC = 6，BC = 4より，円の直径は，

$$\mathrm{AB}=\sqrt{\mathrm{AC}^2+\mathrm{BC}^2}=\sqrt{6^2+4^2}=2\sqrt{13}$$

よって，半径 $\mathrm{AM}=\mathrm{MP}=\sqrt{13}$

直角三角形MOPで，

$$\mathrm{OP}=\sqrt{\mathrm{MP}^2-\mathrm{MO}^2}=\sqrt{13-1}=2\sqrt{3}$$

4 (1) B(−4, 3)が$y=ax^2$のグラフ上にあるから，

$$3=a\times(-4)^2\qquad a=\frac{3}{16}$$

$y=\frac{3}{16}\times 8^2=12$ より，D(8, 12)

直線ℓは2点B(−4, 3)，D(8, 12)を通るから，

傾きは，$\dfrac{12-3}{8-(-4)}=\dfrac{3}{4}$

直線ℓの式を$y=\frac{3}{4}x+b$とおき，Dの座標を代入して，$12=\frac{3}{4}\times 8+b\qquad b=6$

よって，直線ℓの式は，$y=\frac{3}{4}x+6$

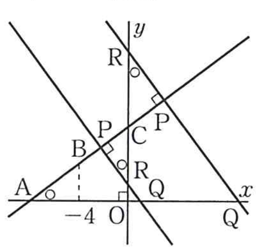
Aのy座標は0だから，x座標は，

$$0=\frac{3}{4}x+6\qquad x=-8$$

A(−8, 0)，C(0, 6)より，

$$\mathrm{AC}=\sqrt{\{0-(-8)\}^2+(6-0)^2}=10(\mathrm{cm})$$

(2) 右図のように，Pが線分BC上にあっても，線分CD上にあっても，△CPR ∽ △COAとなるから，



$$\mathrm{CP}:\mathrm{PR}=\mathrm{CO}:\mathrm{OA}$$
$$=6:8=3:4$$

(3)㋐ BはACの中点になるから，BC = 5なので，$0\leqq t\leqq 5$のときPは線分BC上にある。

BP = tより，$\mathrm{AP}=\mathrm{AB}+\mathrm{BP}=5+t(\mathrm{cm})$

$\mathrm{CP}=\mathrm{BC}-\mathrm{BP}=5-t(\mathrm{cm})$

(2)より，$\mathrm{PR}=\frac{4}{3}\mathrm{CP}=\frac{4}{3}(5-t)(\mathrm{cm})$

$$\triangle\mathrm{APR}=\frac{1}{2}\times\mathrm{AP}\times\mathrm{PR}$$
$$=\frac{1}{2}\times(5+t)\times\frac{4}{3}(5-t)=\frac{2}{3}(25-t^2)(\mathrm{cm}^2)$$

㋑ $5\leqq t\leqq 15$のとき，Pは線分CD上にある。

$\mathrm{AP}=5+t(\mathrm{cm})$，$\mathrm{CP}=t-5(\mathrm{cm})$

(2)より，$\mathrm{PR}=\frac{4}{3}\mathrm{CP}=\frac{4}{3}(t-5)(\mathrm{cm})$

$$\triangle\mathrm{APR}=\frac{1}{2}\times(5+t)\times\frac{4}{3}(t-5)$$
$$=\frac{2}{3}(t^2-25)(\mathrm{cm}^2)$$

(4) △APQの3辺の比は，

PQ : AP : AQ = 3 : 4 : 5

よって，$\mathrm{AQ}=\frac{5}{4}\mathrm{AP}=\frac{5}{4}(5+t)(\mathrm{cm})$

$$\triangle\mathrm{ABQ}=\frac{1}{2}\times\frac{5}{4}(5+t)\times 3=\frac{15}{8}(5+t)(\mathrm{cm}^2)$$

① $0\leqq t\leqq 5$のとき

$$\frac{15}{8}(5+t):\frac{2}{3}(25-t^2)=15:16$$
$$30(5+t)=10(25-t^2)$$

整理して，$t^2+3t-10=0\qquad t=-5,\ 2$

$0\leqq t\leqq 5$より，$t=2$

② $5\leqq t\leqq 15$のとき

$$\frac{15}{8}(5+t):\frac{2}{3}(t^2-25)=15:16$$
$$30(5+t)=10(t^2-25)$$

整理して，$t^2-3t-40=0\qquad t=-5,\ 8$

$5\leqq t\leqq 15$より，$t=8$

5 (1) P，Qは同じ速さだから，PとQの動いた長さが同じであることを示せばよい。

(2)㋐ BC < BAだから，PがCに着いたとき，Qはまだ辺BA上にある。

㋑ $y=\frac{1}{3}\times\triangle\mathrm{BPE}\times\mathrm{QB}$

$$=\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{2}\times 6\times x\right)\times x=x^2$$

㋒ Ⅰのとき，$0\leqq x\leqq 3$　㋑より，$y=x^2$

グラフは点(0, 0)，(3, 9)を両端とする放物線。

Ⅱのとき，$3\leqq x\leqq 4$

$$y=\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{2}\times 6\times 3\right)\times x=3x$$

グラフは2点(3, 9)，(4, 12)を結ぶ線分。

Ⅲのとき，$4 \leqq x \leqq 9$

△BPE を底面とすると，四面体 BEPQ の底面積は変わらず，高さが一定の割合で減少するから，y の値も一定の割合で減少する。

$x=9$ のとき $y=0$ になるから，グラフは 2 点 $(4,\ 12)$，$(9,\ 0)$ を結ぶ線分になる。

参考　下図で，

QH：AB＝CQ：CA

よって，

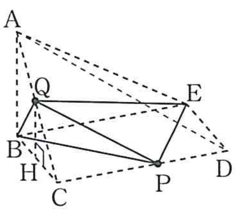
QH：4＝$(9-x)$：5

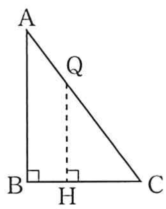
$$\mathrm{QH}=\frac{4}{5}(9-x)\,(\mathrm{cm})$$

体積 y は，

$$y=\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{2}\times6\times3\right)\times\frac{4}{5}(9-x)$$

$$=\frac{12}{5}(9-x)$$





入試テーマ別

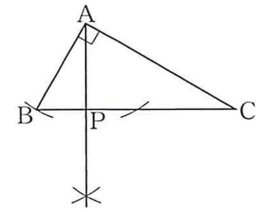
図形の応用問題

基本

❖確認問題❖

➡p.190～p.191

1　右図



2　(1)　1cm

(2)　$2\mathrm{cm}^2$

(3)　△ACG と △EFG で，

対頂角は等しいから，

∠AGC＝∠EGF　…①

∠BAC＝∠BDE＝90° より，AC // FE

平行線の錯角は等しいから，

∠CAG＝∠FEG　…②

①，②より，2 組の角がそれぞれ等しいから，

△ACG ∽ △EFG

(4)　$\dfrac{4\sqrt{2}}{3}$cm

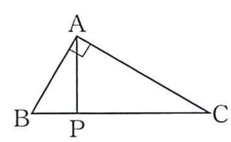
3　(1)　$\sqrt{6}$ cm　　　(2)　$6\mathrm{cm}^3$

解説

1　でき上がりは右図のようになり，△ABC ∽ △PAC だから，

∠APC＝∠BAC＝90°

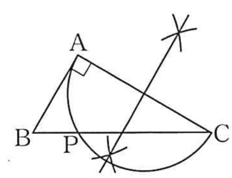
となる。



よって，A を通り線分 BC に垂直な直線を作図し，線分 BC との交点を P とする。

別解　右図のように，円周角の定理を利用して，

∠APC＝90° となる角を作図してもよい。

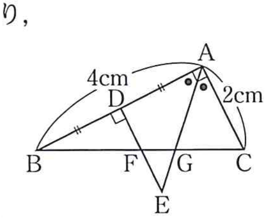


2　(1)　△DBF ∽ △ABC より，

DF：AC＝BD：BA

DF：2＝1：2

よって，DF＝1cm



(2)　∠DAE＝45° より，

△ADE は直角二等辺三角形だから，

$$\triangle\mathrm{ADE}=\frac{1}{2}\times2\times2=2\,(\mathrm{cm}^2)$$

(3)　∠BDE＝∠BAC より，同位角が等しいから，

AC // DE，すなわち，AC // FE である。

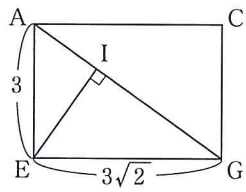
(4)　$\mathrm{AE}=\sqrt{2}\,\mathrm{AD}=2\sqrt{2}\,(\mathrm{cm})$

(3)より，GA：GE＝AC：EF＝2：1

よって，$\mathrm{AG}=\dfrac{2}{2+1}\mathrm{AE}$

$$= \frac{2}{3}\times 2\sqrt{2} = \frac{4\sqrt{2}}{3}\text{(cm)}$$

3 (1) 立方体を4点A，E，G，Cを通る平面で切った切り口を考える。



正方形EFGHの対角線だから，

$EG=\sqrt{2}\,EF$

$=3\sqrt{2}$ (cm)

△AEGで三平方の定理より，

$AG=\sqrt{3^2+(3\sqrt{2})^2}$

$=3\sqrt{3}$ (cm)

△AEGの面積について方程式をつくると，

$$\frac{1}{2}\times3\times3\sqrt{2}=\frac{1}{2}\times3\sqrt{3}\times IE$$

よって，$IE=\dfrac{3\times3\sqrt{2}}{3\sqrt{3}}=\sqrt{6}$ (cm)

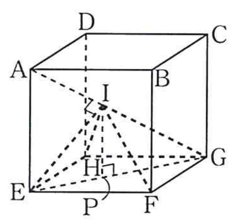
別解　△AEI∽△AGEより，

$IE:EG=AE:AG$

$IE:3\sqrt{2}=3:3\sqrt{3}$

$IE=\sqrt{6}$ (cm)

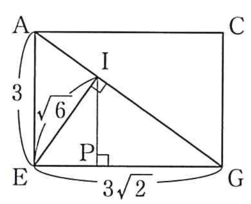
(2) 四角錐IEFGHの高さをIPとすると，Pは線分EG上にあり，



IP∥AEであるから，

$IP:AE=GI:GA$

ここで，△IEGで三平方の定理より，



$GI=\sqrt{(3\sqrt{2})^2-(\sqrt{6})^2}$

$=2\sqrt{3}$ (cm)

よって，

$IP:3=2\sqrt{3}:3\sqrt{3}$

$IP=2$ (cm)

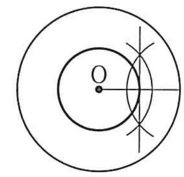
求める体積は，

$$\frac{1}{3}\times(3\times3)\times2=6\text{(cm}^3\text{)}$$

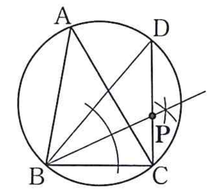
標準

➡p.192〜p.193

1



2



3 (1) △CDGと△ECHにおいて，

四角形ABCDと四角形FGCEは合同な長方形であるから，CD＝EC　…①

CE∥GFより，錯角は等しいから，

∠CDG＝∠ECH　…②

また，四角形FGCEは長方形で，仮定より，EHはCDに垂直であるから，

∠CGD＝∠EHC＝90°　…③

①，②，③より，直角三角形の斜辺と1つの鋭角がそれぞれ等しいから，△CDG≡△ECH

(2) $\dfrac{22}{5}$cm

4 $\dfrac{45}{2}$cm^2

5 (1) △ABEと△DBCにおいて，

∠BAEと∠BDCは$\overset{\frown}{BC}$に対する円周角だから，

∠BAE＝∠BDC　…①

∠ABEと∠DBCは，それぞれ$\overset{\frown}{AD}$と$\overset{\frown}{CD}$に対する円周角で，$\overset{\frown}{AD}=\overset{\frown}{CD}$だから，

∠ABE＝∠DBC　…②

①，②より，2組の角がそれぞれ等しいから，

△ABE∽△DBC

(2)㋐ $\dfrac{15}{2}$cm　㋑ $\dfrac{14}{5}$cm

6 (1) $2\sqrt{3}$ cm　(2) $\dfrac{3}{2}$cm　(3) 3：5

7 (1) 12πcm　(2) 96πcm^3

(3)㋐ 3cm　㋑ 1：4　㋒ $\dfrac{48}{5}\pi$cm^2

解説

1 相似な図形の面積比は相似比の2乗に等しい。

2つの円は相似で，面積が$\dfrac{1}{4}$倍$=\left(\dfrac{1}{2}\right)^2$倍だから，

求める円の半径は，円Oの半径の$\dfrac{1}{2}$倍になる。

よって，円Oの1つの半径の垂直二等分線を作図して，半径を半分にした円をかけばよい。

2 80°－30°＝50°，50°÷2＝25°に注目する。

2点BとDを結ぶと，円周角の定理より，

∠ABD＝∠ACD＝30°

よって，$\angle DBC = \angle ABC - \angle ABD = 80^\circ - 30^\circ = 50^\circ$ だから，$\angle DBC$ の二等分線を作図し，辺 CD との交点を P とすれば，$\angle CBP = 50^\circ \div 2 = 25^\circ$ となる。

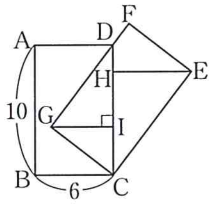
3 (1) 合同な図形の対応する辺は等しいことや長方形の対辺は平行であることを利用して証明する。

(2) $CD = AB = 10\text{cm}$,

$CG = BC = 6\text{cm}$

$\triangle DGC$ で三平方の定理より，

$DG = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8(\text{cm})$



$\triangle CDG \equiv \triangle ECH$ より，

$CH = DG = 8\text{cm}$

$\triangle CGI \backsim \triangle CDG$ より，

$CI : CG = CG : CD \qquad CI : 6 = 6 : 10$

よって，$CI = \dfrac{6 \times 6}{10} = \dfrac{18}{5}(\text{cm})$

したがって，$HI = CH - CI = 8 - \dfrac{18}{5} = \dfrac{22}{5}(\text{cm})$

4 $BC = AD = 25(\text{cm})$ より，直角三角形 ABC で，

$AC = \sqrt{25^2 - 15^2} = 20(\text{cm})$

$\triangle ABC \backsim \triangle EBA$ だから，

$AB : EB = BC : BA \qquad 15 : EB = 25 : 15$

$EB = 9(\text{cm})$

$AC : EA = BC : BA \qquad 20 : EA = 25 : 15$

$EA = 12(\text{cm})$

$AF \parallel BC$ で，$AF = AB = 15(\text{cm})$ だから，

$BH : HF = BC : AF = 25 : 15 = 5 : 3$

よって，$BH : BF = 5 : (5+3) = 5 : 8 \quad \cdots①$

$BG : GF = BE : AF = 9 : 15 = 3 : 5$

よって，$BG : BF = 3 : (3+5) = 3 : 8 \quad \cdots②$

①，②より，$GH : BF = (BH - BG) : BF$

$= (5-3) : 8 = 1 : 4$

したがって，

$$\triangle AGH = \triangle ABF \times \frac{GH}{BF} = \left(\frac{1}{2} \times 15 \times 12\right) \times \frac{1}{4}$$

$$= \frac{45}{2}(\text{cm}^2)$$

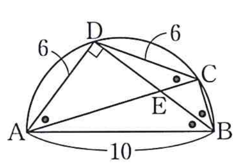
5 (1) $\overset{\frown}{AD} = \overset{\frown}{CD}$ より，2 つの弧に対する円周角が等しくなることに注目する。

(2)㋐ $\triangle ADB$ で，

$DB = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8(\text{cm})$

$\triangle ABE \backsim \triangle DBC$ より，

$AB : DB = AE : DC$



$10 : 8 = AE : 6 \qquad AE = \dfrac{10 \times 6}{8} = \dfrac{15}{2}(\text{cm})$

㋑ $\triangle ADE$ で，$DE = \sqrt{\left(\dfrac{15}{2}\right)^2 - 6^2} = \dfrac{9}{2}(\text{cm})$

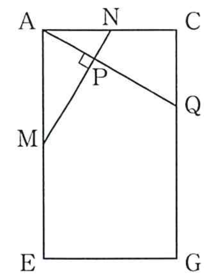
$EB = 8 - \dfrac{9}{2} = \dfrac{7}{2}(\text{cm})$

$\triangle ABE \backsim \triangle DBC$ より，$\qquad AB : DB = EB : CB$

$10 : 8 = \dfrac{7}{2} : CB \qquad CB = 8 \times \dfrac{7}{2} \div 10 = \dfrac{14}{5}(\text{cm})$

6 右図のように，4 点 A，E，G，C を通る面で考える。

N は BD の中点なので，AC の中点にもなる。



(1) 四角形 ABCD は正方形だから，$AC = \sqrt{2}\,AB = 2\sqrt{3}\,(\text{cm})$

$AN = AC \div 2 = \sqrt{3}\,(\text{cm})$

$AM = AE \div 2 = 3(\text{cm})$

$\triangle AMN$ で，

$MN = \sqrt{AN^2 + AM^2} = \sqrt{(\sqrt{3})^2 + 3^2} = 2\sqrt{3}\,(\text{cm})$

(2) $\triangle AMN$ の面積より，

$\dfrac{1}{2} \times \sqrt{3} \times 3 = \dfrac{1}{2} \times 2\sqrt{3} \times AP \qquad AP = \dfrac{3}{2}(\text{cm})$

(3) $\angle MAN = \angle ACQ = 90^\circ$, $\angle AMN = 90^\circ - \angle MAQ = \angle CAQ$ より，$\triangle AMN \backsim \triangle CAQ$

$MN : AQ = AM : CA \qquad 2\sqrt{3} : AQ = 3 : 2\sqrt{3}$

$3AQ = 12 \qquad AQ = 4(\text{cm})$

よって，$AP : PQ = \dfrac{3}{2} : \left(4 - \dfrac{3}{2}\right) = \dfrac{3}{2} : \dfrac{5}{2} = 3 : 5$

7 (1) (円周の長さ)＝(直径)×(円周率)

(2) $OC = \sqrt{OA^2 - AC^2} = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8(\text{cm})$

体積は，$\dfrac{1}{3} \times \pi \times 6^2 \times 8 = 96\pi(\text{cm}^3)$

(3)㋐ $AP = AC = 6\text{cm}$ より，

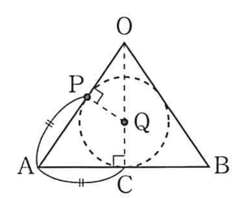
$OP = 10 - 6 = 4(\text{cm})$

$\triangle OPQ \backsim \triangle OCA$ より，

$PQ : CA = OP : OC$

$PQ = r\text{cm}$ とすると，

$r : 6 = 4 : 8 \qquad r = 3(\text{cm})$



㋑ $\triangle OPQ$ と $\triangle OCA$ の相似比は，

$PQ : CA = 3 : 6 = 1 : 2$

相似な図形の面積比は相似比の 2 乗に等しいから，$\triangle OPQ : \triangle OAC = 1^2 : 2^2 = 1 : 4$

㋒ この円錐の展開図の側面のおうぎ形の中心角は，もとの円錐と同じである。中心角を x° とすると，$2\pi \times 10 \times \dfrac{x}{360} = 12\pi \qquad \dfrac{x}{360} = \dfrac{3}{5}$

求める側面積は，$OP = 4\text{cm}$ だから，

$\pi \times 4^2 \times \dfrac{3}{5} = \dfrac{48}{5}\pi(\text{cm}^2)$

別解 もとの円錐の側面積は，

$\dfrac{1}{2} \times 12\pi \times 10 = 60\pi(\text{cm}^2)$

2 つの円錐は相似で，相似比は，

$OP : OA = 4 : 10 = 2 : 5$

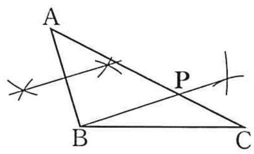
相似な立体の側面積の比は相似比の 2 乗になるから，求める表面積を $y\text{cm}^2$ とすると，

$y : 60\pi = 2^2 : 5^2 \qquad y = \dfrac{60\pi \times 4}{25} = \dfrac{48}{5}\pi$

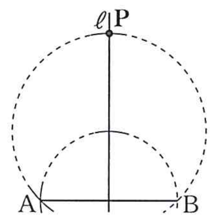
発展

➡p.194〜p.195

1



2



3 (1) $\dfrac{8\sqrt{2}}{9}\text{cm}^2$　　(2) $\dfrac{5}{36}$倍

4 (1) AD＝6cm，AH＝$\sqrt{11}$cm
(2) $2\sqrt{33}$cm　　(3) 33：5

5 (1) △ADC と △BGF において，
AB ⊥ DC だから，∠DCA＝90°　…①
OF ⊥ BE だから，∠GFB＝90°　…②
①，②より，∠DCA＝∠GFB　…③
∠DAC と ∠DEB は $\overset{\frown}{DB}$ に対する円周角だから，
∠DAC＝∠DEB　…④
BG は円の接線で，AB は円の直径だから，∠ABG＝90° で，①から，DE // BG である。よって，錯角は等しいから，∠DEB＝∠GBF　…⑤
④，⑤より，∠DAC＝∠GBF　…⑥
③，⑥より，2 組の角がそれぞれ等しいから，
△ADC ∽ △BGF

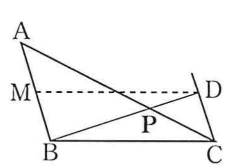
(2)㋐ $2\sqrt{6}$cm　　㋑ $\dfrac{7\sqrt{15}}{6}$cm

6 (1) $\dfrac{16}{3}\text{cm}^3$　　(2) $\dfrac{4\sqrt{5}}{5}$cm

7 (1) AH＝$2\sqrt{3}$cm，FI＝$\sqrt{3}$cm
(2)㋐ 2cm　　㋑ $3\sqrt{2}\text{cm}^2$
(3) $\dfrac{5\sqrt{2}}{3}\text{cm}^3$

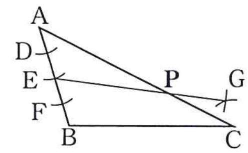
解説

1 右図のように，C から AB に平行な直線をひき，AP：PC の比を AB：DC の比にうつすことを考える。



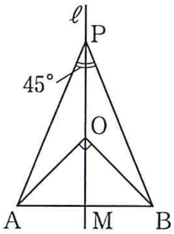
AP：PC＝2：1 になるためには，AB：DC＝2：1 であればよい。
したがって，線分 AB の垂直二等分線を作図して中点 M を求め，DC＝MB，DM＝BC となるように点 D を作図して，AC と BD との交点を P とする。

別解　辺 AB 上に AD＝DE＝EF となる点 D，E，F をとる。四角形 EFCG が平行四辺形となる点 G を作図して，EG と AC との交点を P とする。

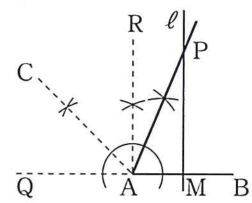


EG // FC だから，AP：PC＝AE：EF＝2：1 となる。注　AD の長さは適当でよい。

2 ∠APB＝45° の円周角を作図することを考える。円の中心を O とすると，∠AOB＝90°
OA＝OB だから，点 O は ℓ 上にある。
よって，AB と ℓ との交点を M とし，M を中心として半径 AM の円をかき，円と ℓ との交点を O とする。O を中心に半径 OA の円をかいて，ℓ との交点を P とすればよい。

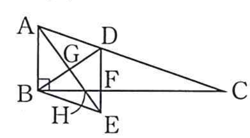


別解　AB を A の方に延長して直線 QB とし，A を通り直線 QB に垂直な直線 AR を作図する。∠QAR の二等分線 AC を作図し，さらに ∠CAB の二等分線を作図して，ℓ との交点を P とする。



∠CAB＝45°＋90°＝135°
∠PAM＝135°÷2＝67.5°
∠BPM＝∠APM＝180°−(90°＋67.5°)＝22.5°
だから，∠APB＝22.5°＋22.5°＝45°

3 (1) △ABC で三平方の定理より，
$BC=\sqrt{6^2-2^2}$
$=4\sqrt{2}$ (cm)
△EBD は二等辺三角形 ABD を対称移動したので，四角形 ABED は 4 辺が等しくなるから，ひし形である。よって，DE // AB



BF：BC＝AD：AC＝2：6＝1：3 より，

BF：$4\sqrt{2}$＝1：3　　BF＝$\dfrac{4\sqrt{2}}{3}$(cm)

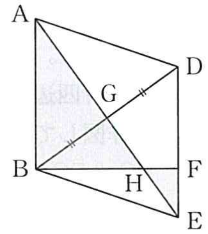
また，DF：AB＝CD：CA＝4：6＝2：3 より，

DF：2＝2：3　　DF＝$\dfrac{4}{3}$(cm)

よって，△DBF＝$\dfrac{1}{2}$×DF×BF

$=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{4}{3}\times\dfrac{4\sqrt{2}}{3}=\dfrac{8\sqrt{2}}{9}$(cm²)

(2) 四角形ABEDはひし形だから，GはBDの中点になるので，



$BG:BD=1:2$ …①

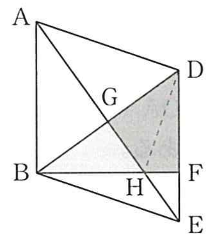
$AB /\!/ FE$ より，

$BH:FH=AB:EF$

$=2:\left(2-\dfrac{4}{3}\right)$

$=3:1$

よって，



$BH:BF=3:4$ …②

①，②より，

$\triangle BHG=\dfrac{1}{2}\triangle DBH$

$=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{3}{4}\triangle DBF$

$=\dfrac{3}{8}\triangle DBF$

よって，四角形 $DGHF=\triangle DBF-\triangle BHG$

$=\triangle DBF-\dfrac{3}{8}\triangle DBF=\dfrac{5}{8}\triangle DBF$

また，$AC:DC=3:2$，$BF:BC=1:3$ より，

$\triangle ABC=\dfrac{3}{2}\triangle DBC=\dfrac{3}{2}\times 3\triangle DBF=\dfrac{9}{2}\triangle DBF$

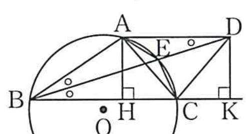
したがって，四角形 $DGHF:\triangle ABC$

$=\dfrac{5}{8}\triangle DBF:\dfrac{9}{2}\triangle DBF=5:36$ より，$\dfrac{5}{36}$ 倍

4 (1) BDは∠ABCの二等分線で，$AD /\!/ BC$ だから，$\angle ABD=\angle CBD=\angle ADB$

よって，△ABDは二等辺三角形だから，

$AD=AB=6\text{cm}$



AHは台形ABCDの高さで，台形の面積は $7\sqrt{11}\,\text{cm}^2$ だから，

$\dfrac{(6+8)\times AH}{2}=7\sqrt{11}$ 　　よって，$AH=\sqrt{11}\,\text{cm}$

(2) Dから直線BCに垂線DKをひく。△ABHで，

$BH=\sqrt{AB^2-AH^2}=\sqrt{6^2-(\sqrt{11})^2}=5(\text{cm})$

四角形AHKDは長方形だから，

$HK=AD=6\text{cm}$，$DK=AH=\sqrt{11}\,\text{cm}$

$BK=BH+HK=5+6=11(\text{cm})$

△BKDで，

$BD=\sqrt{BK^2+DK^2}=\sqrt{11^2+(\sqrt{11})^2}=2\sqrt{33}(\text{cm})$

(3) $\angle ABD=\angle ECA$，$\angle ADB=\angle CBD=\angle EAC$

より，$\triangle ABD\backsim\triangle ECA$

△AHCで，$AC=\sqrt{AH^2+CH^2}$

$=\sqrt{(\sqrt{11})^2+(8-5)^2}=2\sqrt{5}(\text{cm})$

よって，△ABDと△ECAの相似比は，

$BD:CA=2\sqrt{33}:2\sqrt{5}=\sqrt{33}:\sqrt{5}$

相似な図形の面積比は相似比の2乗に等しいから，

$\triangle ABD:\triangle EAC=(\sqrt{33})^2:(\sqrt{5})^2=33:5$

5 (1) 円周角の定理，円の接線の性質，平行線の錯角などを利用して，2組の角が等しいことを示す。

(2)㋐ OとEを結ぶ。

$OE=OB=\dfrac{1}{2}AB=\dfrac{1}{2}\times 10=5(\text{cm})$

$OC=OB-BC=5-4=1(\text{cm})$

△OCEで，$CE=\sqrt{5^2-1^2}=2\sqrt{6}(\text{cm})$

別解 $\triangle ACD\backsim\triangle ECB$ より，

$AC:EC=CD:CB$

$CD=CE$ だから，$AC:EC=CE:CB$

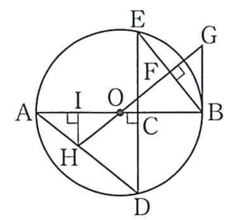
$(10-4):EC=CE:4$ 　　$CE^2=24$

$CE>0$ より，$CE=2\sqrt{6}(\text{cm})$

㋑ △ADCで，$AD=\sqrt{6^2+(2\sqrt{6})^2}=2\sqrt{15}(\text{cm})$

$\angle HAO=\angle GBF=\angle GOB=\angle HOA$ より，

△HOAは，$HA=HO$ の二等辺三角形である。



Hから辺AOに垂線HIをひくと，

$AI=\dfrac{1}{2}AO=\dfrac{1}{2}\times 5$

$=\dfrac{5}{2}(\text{cm})$

△ADCで，$HI /\!/ DC$ より，

$AH:AD=AI:AC$ 　　$AH:2\sqrt{15}=\dfrac{5}{2}:6$

$AH=\dfrac{5\sqrt{15}}{6}(\text{cm})$

よって，$DH=2\sqrt{15}-\dfrac{5\sqrt{15}}{6}=\dfrac{7\sqrt{15}}{6}(\text{cm})$

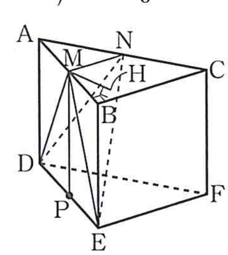
6 (1) △ABCで，中点連結定理より，

$MN=\dfrac{1}{2}BC=2(\text{cm})$

求める体積は，面 $MDE\perp MN$ より，

$\dfrac{1}{3}\times\triangle MDE\times MN=\dfrac{1}{3}\times\left(\dfrac{1}{2}\times 4\times 4\right)\times 2=\dfrac{16}{3}(\text{cm}^3)$

(2) DEの中点をPとする。



$\triangle NMD\equiv\triangle NME$ より，

$ND=NE$ だから，

$NP\perp DE$

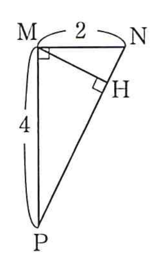
△NMPで，

$NP=\sqrt{MN^2+MP^2}$

$=\sqrt{2^2+4^2}=2\sqrt{5}(\text{cm})$

三角錐NMDEの体積から，

$\dfrac{1}{3}\times\left(\dfrac{1}{2}\times 4\times 2\sqrt{5}\right)\times MH=\dfrac{16}{3}$



よって，$MH=\dfrac{16}{4\sqrt{5}}=\dfrac{4\sqrt{5}}{5}(\text{cm})$

別解 Hは線分NP上にあるから，

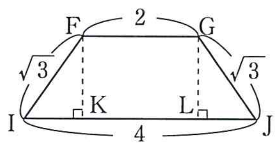
△MPNの面積より，

$\dfrac{1}{2}\times 2\times 4=\dfrac{1}{2}\times 2\sqrt{5}\times MH$

7 (1) △ABC は正三角形だから，
$AH = \sqrt{3}BH = 2\sqrt{3}$ (cm)
F，I はそれぞれ AB，BH の中点だから，△ABH で中点連結定理より，$FI = \frac{1}{2}AH = \sqrt{3}$ (cm)

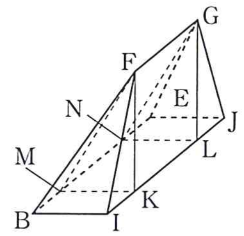
(2)㋐ △ABE で，中点連結定理より，
$FG = \frac{1}{2}BE = \frac{1}{2} \times 4 = 2$ (cm)

㋑ 四角形 FIJG は右図のような台形で，F，G から IJ にそれぞれ垂線 FK，GL をひくと，



$IK = (4-2) \div 2 = 1$ (cm)
$FK = \sqrt{FI^2 - IK^2} = \sqrt{(\sqrt{3})^2 - 1^2} = \sqrt{2}$ (cm)
求める面積は，$\dfrac{(2+4)\times\sqrt{2}}{2} = 3\sqrt{2}$ (cm²)

(3) K，L から BE にそれぞれ垂線 KM，LN をひく。
立体 FBI－GEJ は合同な 2 つの四角錐 F－BIKM，G－EJLN と三角柱 FMK－GNL にわけられるから，体積は，



$\left(\frac{1}{3} \times 1 \times 1 \times \sqrt{2}\right) \times 2 + \frac{1}{2} \times 1 \times \sqrt{2} \times 2$
$= \dfrac{5\sqrt{2}}{3}$ (cm³)

入試テーマ別 **いろいろな確率／規則性**

基本

❖確認問題❖

➡p.196〜p.197

1 (1) $\frac{2}{9}$ (2) $\frac{1}{9}$

2 (1) 17 枚 (2) $(4n-2)$ 枚

3 (1) 14 個 (2) 16 枚

(3) 方程式…$\begin{cases} x+y=20 \\ 2x+3y=47 \end{cases}$，上の段…13 枚 下の段…7 枚

4 (1) タイル B の枚数…36 枚，
タイルの合計…$(2n^2-2n+1)$ 枚
(2) 31 番目の図形

解説

1 起こりうるすべての場合の数は，$6 \times 6 = 36$(通り)
(1) m が素数となる場合は，11，13，23，31，41，43，53，61 の 8 通りあるから，求める確率は，
$\frac{8}{36} = \frac{2}{9}$
(2) $\sqrt{m}$ が自然数となる場合は，16，25，36，64 の 4 通りあるから，求める確率は，$\frac{4}{36} = \frac{1}{9}$

2 (1) 白黄赤赤の順に 4 枚のカードがくり返し並べられていく。
$35 \div 4 = 8$ あまり 3
よって，35 枚目のカードが並ぶまでに，4 枚のくり返しが 8 回並び，そのあとに白黄赤のカードが続く。
したがって，35 枚中の赤のカードの枚数は，
$2 \times 8 + 1 = 17$(枚)
(2) 黄のカードは 4 枚のカードの並びの組の中に 1 枚だけ入っているから，$(n-1)$ 組の 4 枚のカードの並びの組を並べ，そのあとに白黄のカードを並べたことになる。
よって，すべてのカードの枚数は，
$4 \times (n-1) + 2 = 4n - 2$(枚)

3 (1) 1 枚目にマグネットを 4 個使い，2 枚目からは 1 枚はるごとに 2 個のマグネットを使うから，
$4 + 2 \times (6-1) = 14$(個)
(2) 1 枚目に 4 個のマグネットを使い，2 枚目からは 1 枚はるごとに 3 個のマグネットが必要になる。
2 枚目以後に使えるマグネットの数は，
$50 - 4 = 46$(個)
$46 \div 3 = 15$ あまり 1
よって，画用紙は 2 枚目から 15 枚増やせるから，最大の枚数は，$1 + 15 = 16$(枚)

(3) 画用紙の枚数の合計は 20 枚だから，

$x+y=20$ …①

上の段のマグネットの数は，$4+2(x-1)$(個)

下の段のマグネットの数は，$4+3(y-1)$(個)

マグネットの数の合計は 50 個だから，

$4+2(x-1)+4+3(y-1)=50$

整理して，$2x+3y=47$ …②

①，②の連立方程式を解くと，$x=13$，$y=7$

4 (1) 5 番目，6 番目と図をかいて数えていくと下の表のようになる。

n 番目	1	2	3	4	5	6	…
A(枚)	1	1	9	9	25	25	…
B(枚)	0	4	4	16	16	36	…

表より，6 番目の図形のタイル B の枚数は 36 枚。

また，表から n 番目の図形では，

n が奇数のとき，タイル A は，n^2 枚

タイル B は，$(n-1)^2$ 枚

n が偶数のとき，タイル A は，$(n-1)^2$ 枚

タイル B は，n^2 枚

よって，n が奇数でも偶数でもタイルの枚数の合計は，

$n^2+(n-1)^2=2n^2-2n+1$(枚)

(2) $2n^2-2n+1=1861$ を解けばよい。

$n^2-n-930=0$ より，$n=31$，-30

$n>0$ より，$n=31$

標準

➡p.198〜p.199

1 (1) $\dfrac{6}{25}$ (2) $\dfrac{7}{36}$

(3) $\dfrac{5}{12}$

2 (1) 木曜日，休み

(2)① 49 ② $(5n-1)$ 日目

3 (1) 金額の合計…1155 円，重さの合計…31g

(2) $(13n-8)$g (3) 8331 円

4 (1) 4 か所 (2) 45

(3) 右上の数の値は $a(b+1)$，左下の数の値は $(a+1)b$，右下の数の値は $(a+1)(b+1)$ と表される。このとき，

$\{ab+(a+1)(b+1)\}-\{a(b+1)+(a+1)b\}$

$=(2ab+a+b+1)-(2ab+a+b)=1$

解説

1 (1) ひいたカードをもとに戻すから，起こりうるすべての場合の数は，$5\times5=25$(通り)

積が素数になるのは，どちらかのカードの数が 1 で，残りのカードの数が素数になる場合だから，

(1, 2)，(1, 3)，(1, 5)，(2, 1)，(3, 1)，(5, 1) の 6 通り。

よって，確率は，$\dfrac{6}{25}$

(2) 起こりうるすべての場合の数は，

$6\times6=36$(通り)

$\sqrt{a(b+3)}$ が整数となる場合は，$(a,\ b)=(1,\ 1)$，(1, 6)，(2, 5)，(4, 1)，(4, 6)，(5, 2)，(6, 3) の 7 通り。

よって，確率は，$\dfrac{7}{36}$

(3) 起こりうるすべての場合の数は，

$6\times6=36$(通り)

P がおうぎ形 OAB の内部または周上にあるのは OP $\leqq 5$ の場合である。

OP $=\sqrt{a^2+b^2}$ だから，$a^2+b^2\leqq25$ となる P$(a,\ b)$ を数えると，

(1, 1)，(1, 2)，(1, 3)，(1, 4)，(2, 1)，(2, 2)，(2, 3)，(2, 4)，(3, 1)，(3, 2)，(3, 3)，(3, 4)，(4, 1)，(4, 2)，(4, 3)

の 15 通り。

よって，確率は，$\dfrac{15}{36}=\dfrac{5}{12}$

2 (1) $40\div7=5$ あまり 5

日曜日から数えて 5 日目は，木曜日である。

また，勤務形態は5日で一周する。

$40 \div 5 = 8$ より，40日目はちょうどこの周期が終わる日だから，休みである。

(2)① 勤務開始からの日数は5ずつ増えているから，

$4+5\times(10-1)=49$

② ①と同様に考える。増えた回数は $(n-1)$ 回だから，$4+5\times(n-1)=5n-1$

3 1円，50円，1円，500円の順に4枚入れるごとに，金額は552円，重さは13gずつ増える。

(1) 4枚をくり返し2回入れ，その後1円，50円と入れると10枚になるから，金額の合計は，

$552\times2+1+50=1155$(円)

重さの合計は，$13\times2+1+4=31$(g)

(2) 4枚をくり返し $(n-1)$ 回入れ，その後1円，50円と入れたときが，n 枚目の50円を入れたときだから，$13(n-1)+1+4=13n-8$(g)

(3) $200\div13=15$ あまり 5

$5=1+4$ だから，貯金箱には，4枚の組が15組と1円，50円が1枚ずつ入っている。

よって，金額の合計は，

$552\times15+1+50=8331$(円)

4 (1) $10=1\times10=2\times5$ に注目する。

1行目の10列目，2行目の5列目，5行目の2列目，10行目の1列目の，4か所。

(2) 3行目の数は3ずつ増えて並んでいる。

最も小さい数を n とすると，

$n+(n+3)+(n+6)=144$　　$n=45$

(3) 残りの3つの数の値を a，b の式で表し，2組の和をつくって，その差を計算する。

発展

➡p.200～p.201

1 (1) $\frac{1}{7}$　(2) $\frac{4}{7}$

(3) $\frac{5}{21}$

2 (1) 白　(2) 34個

(3) 筒C，下から44個目

3 黒色のタイル…113枚，白色のタイル…112枚

4 (1) ア…20，イ…32

(2)① $(4x-4)$ 枚　② $(8x-16)\text{cm}^2$

③ $x=17$

5 (1) 9　(2) $2n-1$

(3) 13段目　(4) 8枚

(5) 19，20，21

解説

1 起こりうるすべての場合の数は，$3\times7=21$(通り)

(1) 線分PQが中心Oを通る場合は，BとH，CとI，DとJを取り出した場合の3通り。

よって，確率は，$\frac{3}{21}=\frac{1}{7}$

(2) $\angle APQ \geqq 60^\circ$ だから，円周角の定理より，$\angle AOQ \geqq 120^\circ$ となる場合を考える。

$\angle AOQ \geqq 120^\circ$ となるのは，袋 q からI，H，G，Fの4枚のカードを取り出したときである。

(Eのカードはないことに注意。)

このとき，袋 p から取り出すカードはB，C，Dのどれであってもよいから，$\angle APQ \geqq 60^\circ$ となる場合は，$3\times4=12$(通り)

よって，確率は，$\frac{12}{21}=\frac{4}{7}$

(3) $\triangle APQ$ が二等辺三角形になる場合は，BとL，CとK，CとH，DとJ，DとGを取り出した場合の5通り。

(ここでも，Eのカードはないことに注意。)

よって，確率は，$\frac{5}{21}$

2 (1) 赤白青の3色がこの順にくり返し並ぶ。

$29\div3=9$ あまり 2

よって，赤白青の並びで，2番目の白。

(2) $100\div3=33$ あまり 1

よって，赤白青の並びが33回くり返され，最後に赤白青の並びの1番目の赤が並んで100になる。

したがって，赤玉の数は，$33+1=34$(個)

(3) $218\div5=43$ あまり 3

書かれている数を5でわったあまりが3の玉はC

の筒に入っている。

また，Cの筒では，一番下の玉は5でわった商が0，2個目の玉は5でわった商が1，…となっているから，n 個目の玉は5でわった商が $n-1$ となる。

よって，商が43である218が書かれた玉は，下から $43+1=44$(個目)である。

3 n 番目の模様のタイルの枚数は白黒あわせて n^2 枚で，n が奇数のとき黒は白より1枚多く，n が偶数のときは白黒同数になっている。

よって，15番目の模様の黒のタイルの枚数は，

$(15^2+1)\div 2=113$(枚)

白のタイルの枚数は，$113-1=112$(枚)

4 (1) ア…縦の6枚，横の6枚をそれぞれ数えあげると，4すみの4枚を2回数えたことになるから，$6\times4-4=20$(枚)

イ…縦1列の6枚で，2枚重なった部分は，$6-1=5$(か所)，3枚重なった部分は，$5-1=4$(か所)ある。

3枚重なった部分は1辺の長さ2cmの正方形で，縦は2列だから，面積の合計は，

$2\times2\times4\times2=32(\mathrm{cm}^2)$

(2)① (1)のアと同様に，縦横 x 枚ずつそれぞれ数えあげると4すみを2回数えたことになるから，その分をひいて，$4x-4$(枚)

② 縦1列の x 枚で，3枚重なった部分の数は，

$(x-1)-1=x-2$(か所)

3枚重なった部分の面積の合計は，

$2\times2\times(x-2)\times2=8x-16(\mathrm{cm}^2)$

③ 縦1列の2枚重なった部分は，縦の折り紙が1枚増えるごとに，1辺の長さ2cmの正方形が2個分増えていく。

図1で数えると，5枚の折り紙で1辺の長さ2cmの正方形は10個分ある。

よって，x 枚の折り紙では，正方形が，

$10+2\times(x-5)=2x$(個)

また，横1列の2枚重なった部分は，1辺の長さ2cmの正方形が $(x-1)$ 個ある。

この1辺の長さ2cmの正方形の面積の合計が $400\mathrm{cm}^2$ だから，

$2\times2\times\{2x\times2+(x-1)\times2\}=400$

これを解いて，$x=17$

別解 縦1列の2枚重なった部分の面積を，1辺の長さ4cmの正方形から3枚重なった部分を除いて求めると，

$\{4^2\times(x-1)-2^2\times(x-2)\}-2^2\times(x-2)$
$=8x$

よって，$8x\times2+2^2\times(x-1)\times2=400$

これを解いて，$x=17$

5 (1) 5段目は先頭が $\boxed{5}$ で，カードが5枚並ぶから，一番右の数は，$5+(5-1)=9$

(2) n 段目は先頭が $\boxed{n}$ で，カードが n 枚並ぶから，

$n+(n-1)=2n-1$

(3) 段の一番右に置かれたカードははじめて置かれたカードである。書かれている数は(2)より奇数。

25は奇数だから，$2n-1=25$ より，$n=13$

(4) $\boxed{25}$ のカードは，13段目から25段目までそれぞれの段に1枚ずつ並べられるから，20段目まででは，13段目から20段目までの8段に1枚ずつある。

(5) 20段目まで並べたから，11段目にはじめて並べられる数 $2\times11-1=21$ は10枚並ぶ。

また，はじめて並べられた奇数より1小さい偶数も同じ段にはじめて並べられるから，20も11段目にはじめて並べられるので，10枚並ぶ。

19がはじめて並ぶのは，$2n-1=19$ より，

$n=10$

よって，19は10段目から19段目まで10枚並ぶ。

18は19と同じ10段目にはじめて並ぶが，10段目から18段目までの9枚しか並ばない。

17以下も同様に調べると10枚にならない。

したがって，19，20，21

入試テーマ別 **長文問題**

➡p.202〜p.207

1 (1) ア…$\frac{5}{2}$，イ…$\frac{10}{3}$　(2) $y=\frac{1}{3}x^2$

(3) $\frac{5\sqrt{2}}{4}$m より長いとよい。

2 (1) 沼津 IC から川崎 IC まで

(2)㋐ (例)高速道路を利用する距離を $x$km とすると，$\frac{x}{70}+\frac{165-x}{30}=3.5$

㋑ 富士 IC から横浜青葉 IC まで

3 (1)① 66　② $(14n-4)$分 ③ 11 クラス

(2)① 36

(説明)入れ替えの数は，出し物の数よりも 1 つ少ないので，$4\times9=36$(分)となるから。

②ウ $y=\frac{3}{2}x$　エ $6x+4y=114$

(ウとエは順不同)

③ 9 分 30 秒

4 (1)① $\sqrt{3}$　② $\frac{\sqrt{6}}{2}$

(2)① $\frac{\sqrt{6}}{3}$

② $PH^2=PB^2-BH^2$

$=1^2-\left(\frac{\sqrt{6}}{3}\right)^2=1-\frac{6}{9}=\frac{1}{3}$

$PH>0$ より，$PH=\frac{1}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{3}$

5 (1) 1，2，4，7，14，28

(2) $2\sqrt{6}<\sqrt{26}<3\sqrt{3}$

(3) (ア)…6，(イ)…8

(4) (9，40，41)，(41，840，841)

6 (1)㋐ 3　㋑ 3　㋒ 5　㋓ 25

(2) $N=\frac{5n+10}{2}$　(3) $n=73$

解説

1 (1) 画面の縦の長さはどれも投影距離の $\frac{1}{2}$ になっているから，アは，$5\times\frac{1}{2}=\frac{5}{2}$

画面の横の長さはどれも画面の縦の長さの $\frac{4}{3}$ 倍になっているから，イは，$\frac{5}{2}\times\frac{4}{3}=\frac{10}{3}$

別解 投影距離が 1 増えるとき，画面の縦の長さは $\frac{1}{2}$ ずつ，横の長さは $\frac{2}{3}$ ずつ増えていることから求めてもよい。

(2) 投影距離が xm のとき，画面の縦の長さは $\frac{1}{2}x$m，横の長さは $\frac{1}{2}x\times\frac{4}{3}=\frac{2}{3}x$(m)だから，

$y=\frac{1}{2}x\times\frac{2}{3}x=\frac{1}{3}x^2$

(3) 投影距離が $x=\frac{3}{2}$ のとき，画面の面積は，

$y=\frac{1}{3}\times\left(\frac{3}{2}\right)^2=\frac{3}{4}$

画面の面積が，この面積の 2 倍となる投影距離は，

$\frac{3}{4}\times2=\frac{1}{3}x^2$　$x^2=\frac{9}{2}$　$x>0$ より，

$x=\frac{3\sqrt{2}}{2}$

このとき，画面の縦の長さは，

$\frac{1}{2}\times\frac{3\sqrt{2}}{2}=\frac{3\sqrt{2}}{4}$(m)

横の長さは，$\frac{2}{3}\times\frac{3\sqrt{2}}{2}=\sqrt{2}$(m)

このとき，対角線の長さを ℓ とすると，

$\ell^2=\left(\frac{3\sqrt{2}}{4}\right)^2+(\sqrt{2})^2=\frac{18}{16}+2=\frac{50}{16}$

よって，$\ell=\sqrt{\frac{50}{16}}=\frac{5\sqrt{2}}{4}$(m)

2 (1) 高速道路を利用する距離が長い方が目的地に早く到着できる。

[表の見方]に従って，高速道路料金表の中で，料金が 3000 円以内で，区間距離が最も長いところを探す。料金が高いほど区間距離が長くなるので，料金がなるべく 3000 円に近いものに注目するとよい。

(2)㋐ 高速道路を利用する時間を x 時間とすると，$70x+30(3.5-x)=165$ という式になる。また，x，y の文字を指定して，連立方程式を作ってもよい。

㋑ 解答(例)の方程式を解くと，$x=105$

よって，高速道路を利用する距離が 105km 以上であれば正午までに着くから，区間距離が 105km 以上となる区間の中で，料金が一番安い区間を答える。

3 (1)① 出し物のあとに入れ替えがあるが，最後の出し物⑤のあとには入れ替えはないので，入れ替えの回数は出し物のクラス数より 1 回少なくなる。出し物のクラス数が 5 クラスだから，入れ替えの回数は，$5-1=4$(回)

かかる時間は，$10\times5+4\times4=66$(分)

② 入れ替えの回数は $n-1$(回)だから，

$10\times n+4\times(n-1)=14n-4$(分)

③ $14n-4=150$　これを解いて，$n=11$

(2)① 10クラスの入れ替えの回数は，$10-1=9$(回)であるから，$4\times9=36$(分)

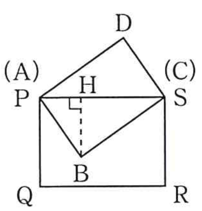
参考 出し物の合計時間は，$150-36=114$(分)
1クラスに配分される時間は，
114分$\div10=11.4$分$=11$分24秒
よって，次のBさんの発言の中に11分24秒が出てくる。

② ウ…「演劇に合唱の1.5倍の時間を配分する」ことより式をつくる。
エ…「合唱6クラス，演劇4クラスで，出し物の合計時間が114分になる」ことより，式をつくる。

③ $y=\frac{3}{2}x$ を $6x+4y=114$ に代入すると，
$6x+6x=114$ $12x=114$
$x=\frac{114}{12}=\frac{19}{2}=9\frac{1}{2}$ より，9分30秒
(この問題では y は求めなくてよいが，y の値を求めると，$y=\frac{57}{4}$)

4 (1) 直角三角形ABCで，$AB^2+BC^2=AC^2$
$AB=1$，$BC=\sqrt{2}$ だから，$1^2+(\sqrt{2})^2=AC^2$
$AC^2=3$ $AC>0$ より，$AC=\sqrt{3}$ …①
ADとPSは対応する辺で，相似比が $\sqrt{2}:\sqrt{3}$
だから，$AD:PS=\sqrt{2}:\sqrt{3}$ $\sqrt{2}PS=\sqrt{3}AD$
$PS=\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}AD=\frac{\sqrt{6}}{2}AD$ …②

(2) $\triangle PBS$ の面積 $\frac{\sqrt{2}}{2}$ は，$\frac{1}{2}\times PS\times BH$ でも求められる。



(1)より，$PS=\sqrt{3}$
$\frac{1}{2}\times\sqrt{3}\times BH=\frac{\sqrt{2}}{2}$
$BH=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{6}}{3}$ …①
②は，$PH=\frac{\sqrt{3}}{3}$ を導けば，問題文の $PH=\frac{1}{3}PS$ につなぐことができる。

5 (1) $28=2^2\times7$ と素因数分解して，書き出すとよい。

(2) $(3\sqrt{3})^2=27$，$(2\sqrt{6})^2=24$，$(\sqrt{26})^2=26$
$24<26<27$ より，$2\sqrt{6}<\sqrt{26}<3\sqrt{3}$

(3) $3:4:5=a:b:10$ より，$a=6$，$b=8$

(4) $a=41$ のとき，$41^2=1681=840+841$
よって，$(41, 840, 841)$
$b=41$ のとき，$c=42$ で，$a=41+42=83$ とすると，a は奇数を2乗した数にならないので，$b=41$ のときのピタゴラス数は，理香さんの方法では見つからない。
$c=41$ のとき，$b=40$ で，$a=40+41=81=9^2$
よって，$(9, 40, 41)$

6 (1) 図1を利用して，$n=6$ のときの図をかいて，辺BC上にある点の数を数える(ア)。
同様に，図1を利用して，n が8までの場合について，辺BC上にある点の数を数えると下の表になる。

n	1	2	3	4	5	6	7	8
点の数	2	3	2	5	2	3	2	5

上の表より，点の数は2，3，5の3通り(イ)で2，3，2，5という4つの数の並びをくり返す規則性がわかる。
$n=8$ のときは，表より辺BC上にある点の数は5個(ウ)で，Nは長方形の内部及び周上にある点の数に辺BC上にある点の数を加えたものの半分になるから，
$N=(5\times9+5)\div2=25$(エ)

別解 (エ)…$(5\times9-5)\div2+5=25$

(2) 辺BC上にある点の個数が最も多いのは5個。
縦4cm，横$n$cmの長方形の内部及び周上にある点の数は $5(n+1)$ 個だから，
$N=\frac{5(n+1)+5}{2}=\frac{5n+10}{2}$

別解 長方形の内部及び周上にある点の数から辺BC上にある点の数を除いたものを半分にし，それに辺BC上にある点の数を加えてもNは求められるから，
$N=\frac{5(n+1)-5}{2}+5=\frac{5n+10}{2}$

(3) 辺BC上にある点の個数が最も少ないのは2個で，このとき，$N=\frac{5(n+1)+2}{2}=\frac{5n+7}{2}$
$N=186$ より，$\frac{5n+7}{2}=186$
これを解いて，$n=73$

2 1 0 9 8 7 6 5 4 3
* * D C B A